Professor E. Mörsch

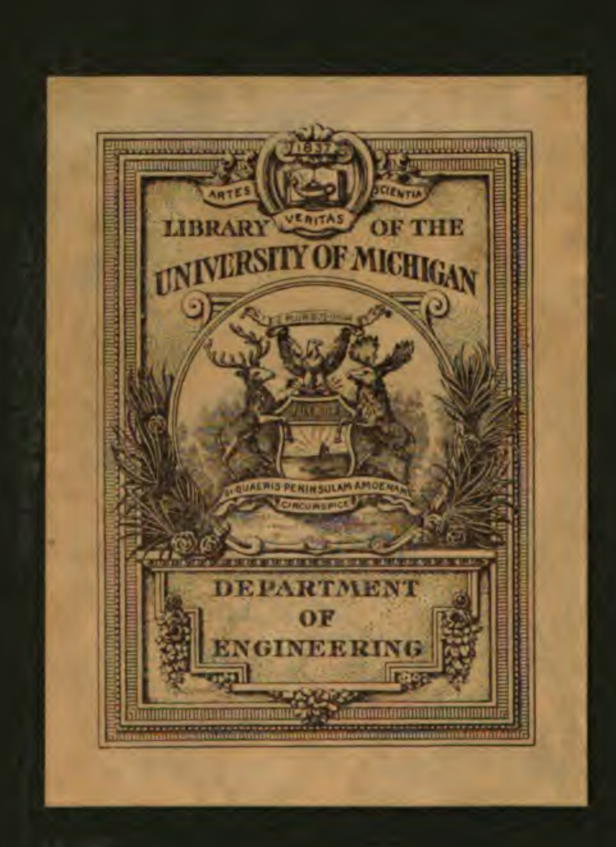
DER EISENBETONBAU

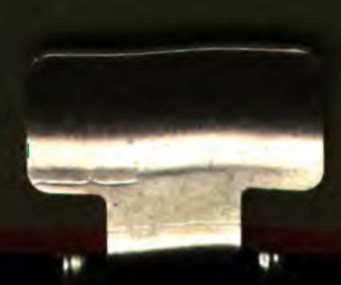
Seine Theorie und Anwendung

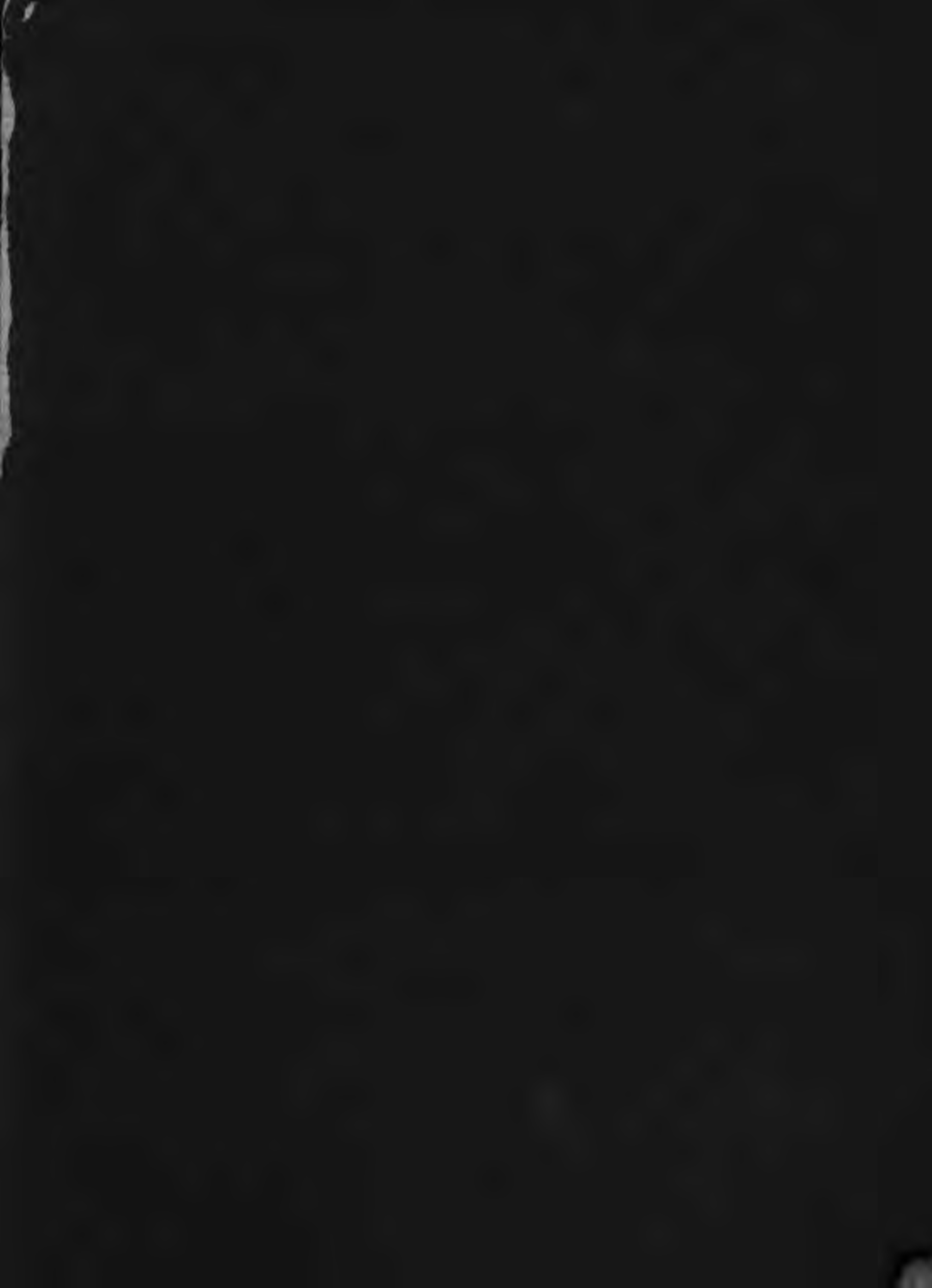
Mit Versuchen und Bauausführungen der Firma
Wayss und Freytag A.-G.

Dritte neubearbeitete u. vermehrte Auflage

Stuttgart
Verlag von Konrad Wittwer


1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE
DEPARTMENT
OF
ENGINEERING





DER

EISENBETONBAU

SEINE

THEORIE UND ANWENDUNG.

HERAUSGEGEBEN

VON

E. MÖRSCH,

PROFESSOR AM EIDGENÖSS. POLYTECHNIKUM IN ZÜRICH.

DRITTE,
VOLLSTÄNDIG NEU BEARBEITETE UND VERMEHRTE AUFLAGE.

MIT 347 TEXTABBILDUNGEN, 2 ANHÄNGEN
UND 4 TABELLEN.

MIT VERSUCHEN UND BAUAUSFÜHRUNGEN DER FIRMA

WAYSS & FREYTAG A.-G.,

NEUSTADT a. H. etc.

HERAUSGEBER DER ERSTEN UND ZWEITEN AUFLAGE.



STUTTGART 1908.

VERLAG VON KONRAD WITTWER.

Druck der Union Deutsche Verlagsgesellschaft in Stuttgart.

Vorwort zur zweiten Auflage.

Die im Jahre 1902 von der Firma *Wayß & Freytag A.-G.* herausgegebene erste Auflage dieses Buches hatte den Zweck, bei dem Mangel einer einheitlichen Literatur und der Menge der angepriesenen Systeme die Interessenten mit den wissenschaftlichen Grundlagen des Eisenbetons und den damals vorliegenden Versuchsresultaten bekannt zu machen. Die Firma sah sich hierzu veranlaßt, weil damals Systeme mit ganz unwissenschaftlichen Berechnungsweisen, die keine genügende Sicherheit boten, in reklamehafter Weise sich Geltung zu verschaffen suchten, so daß die Gefahr bestand, daß der armierte Beton, namentlich wenn noch einige Mißerfolge hinzutraten, an Zutrauen bedeutend verlieren würde.

Nachdem die am Schluß der ersten Auflage gewünschten Vorschriften über Eisenbeton in Form der »Leitsätze« des Verbands Deutscher Architekten- und Ingenieurvereine und des Deutschen Betonvereins sowie der »Bestimmungen« der preußischen Regierung schon vor mehr als Jahresfrist erschienen sind und sich in der Rechnungsweise ganz an die von uns empfohlene anlehnen, ist der Zweck der vorliegenden zweiten Auflage ein anderer. Die Leitsätze und die amtlichen Vorschriften haben weite Kreise mit Vertrauen zu der neuen Bauweise erfüllt, aber selbst die besten Vorschriften können Fehler und Mißerfolge nicht gänzlich ausschalten, wenn die richtige Erkenntnis des Zusammenwirkens der beiden Materialien Eisen und Beton fehlt. Außerdem müssen alle Vorschriften die Bekanntschaft mit bewährten Konstruktionsregeln voraussetzen, da sie unmöglich ein Lehrbuch des Eisenbetons sein können. Die Kenntnis dieser kann aber aus den Fachzeitschriften und der übrigen Literatur nur schwer erworben werden, weil dort alle Arten von »Systemen« nebeneinander beschrieben sind und auch sich widersprechende Ansichten zu Wort kommen.

Die tätige Anteilnahme, welche die Firma *Wayß & Freytag A.-G.* durch Herrn Kommerzienrat *C. Freytag*, sowie der Mitunterzeichnete, Prof. *E. Mörsch*, an der Abfassung der vorläufigen »Leitsätze« genommen haben, und das Interesse, das sie deren Ausgestaltung in endgültige entgegenbringen, veranlaßte sie, die vorliegende zweite Auflage herauszugeben, die eine vollständige Neubearbeitung der ersten Auflage vorstellt und die Anwendung der »Leitsätze« erleichtern soll.

Im allgemeinen Teil wird an Beispielen das Wesentliche über die zweckmäßige Armierung der Platten, Balken, Säulen und Gewölbe bei den verschiedenen Belastungsfällen vorgeführt.

Der nächste und umfangreichste Teil über die Theorie des Eisenbetons verbreitet sich zunächst eingehend über die Materialeigenschaften und führt

sodann die Theorie in enger Anlehnung an die Versuchsresultate vor. Von einer Wiedergabe der unfruchtbaren Theorien, an welchen im Eisenbeton kein Mangel ist, hat der Verfasser abgesehen, dagegen ist es ihm gelungen, die in den Leitsätzen gegebene Rechnungsweise, welche mit derjenigen der ersten Auflage identisch ist, an Hand der Versuche als berechtigt und brauchbar nachzuweisen. Gleichzeitig konnte auch die tatsächliche Spannungsverteilung im armierten Querschnitt eingehend studiert werden. Für die Bearbeitung stellte die Firma *Wayß & Freytag A.-G.* ihr gesamtes, großenteils noch nicht veröffentlichtes Versuchsmaterial zur Verfügung. Außerdem gaben die von Herrn Baudirektor *v. Bach* für die Eisenbetonkommission der Jubiläumsstiftung der deutschen Industrie durchgeführten und im Laufe dieses Jahres veröffentlichten Versuche wertvolle Aufschlüsse, namentlich über das Wesen der Haftfestigkeit.

Der dritte, die Anwendung des Eisenbetons umfassende Teil gibt eine Übersicht über die wichtigsten Anwendungsgebiete. Alle durch Abbildungen dargestellten Beispiele sind Ausführungen der Firma *Wayß & Freytag A.-G.* und wurden in der Mehrzahl unter der Leitung des Verfassers in seiner früheren Stellung als Vorstand des technischen Bureaus der Firma entworfen, und zwar mit Benutzung ihrer 15jährigen Erfahrungen im Eisenbetonbau. Diese Beschränkung in der Auswahl der Beispiele ist im Interesse der Einheitlichkeit des Buches gerechtfertigt, da alle in den letzten fünf Jahren von der Firma ausgeführten Eisenbetonkonstruktionen nach den in den Leitsätzen angegebenen Methoden berechnet wurden und in Einklang stehen mit den im theoretischen und allgemeinen Teil des Buches hinsichtlich der konstruktiven Ausbildung gegebenen Regeln.

Die Anwendungsgebiete des Eisenbetons erweitern sich fortwährend, es kann daher kein Anspruch erhoben werden, daß sie vollständig aufgezählt seien; es sollen nur die wichtigsten angeführt werden. Aber schon die Ausführungen der Firma allein geben ein treffendes Bild über die Mannigfaltigkeit in der Verwendung des armierten Betons.

Die Firma ist sich wohl bewußt, daß das hier veröffentlichte Material auch ihren Mitbewerbern dienlich ist, sie glaubt aber durch die allgemeine Vertiefung in die Kenntnis des Eisenbetons diesem selbst den besten Dienst zu erweisen.

Neustadt a. d. Haardt, November 1905. Zürich, November 1905.

Wayß & Freytag A.-G. **Professor E. Mörsch.**

Vorwort zur dritten Auflage.

Nach dem schnellen Absatz der zweiten Auflage hat der Unterzeichnete auf Ersuchen des Verlags und der Firma *Wayß & Freytag A.-G.* auch die Bearbeitung der dritten Auflage übernommen. Von den neuen in der Zwischenzeit ausgeführten Versuchen der Firma sind besonders die Versuche über die Wirkung der Schubkräfte bei Plattenbalken und diejenigen mit kontinuierlichen Balken hervorzuheben.

Diese Versuche in Verbindung mit den soeben von der Materialprüfungsanstalt Stuttgart veröffentlichten Ergebnissen der für die Eisenbetonkommission der Jubiläumsstiftung der deutschen Industrie angestellten Versuche ermöglichten eine ausführliche Behandlung der betreffenden Kapitel. Hierin ist gegenüber der vorhergehenden Auflage die hauptsächliche Vermehrung eingetreten. Außerdem wurden auch die theoretischen Kapitel über Biegung und Biegung mit Axialkraft gegen früher bedeutend erweitert. Bei den Anwendungen haben namentlich die Kapitel über Hochbauten, Pfähle und Silos Erweiterungen erfahren.

Im Vorwort zur zweiten Auflage sind die Gründe angegeben, die zur ausschließlichen Benützung der Ausführungen der Firma *Wayß & Freytag A.-G.* führten. Diese Gründe sind auch bei der neuen Auflage maßgebend geblieben. Denn die meisten der in den Anwendungen gegebenen Beispiele sind unter der Leitung des Verfassers ausgearbeitet worden und dieser hat auch die Vorschläge zu den neuen Versuchen der Firma geliefert. Auch am Programm der von der Materialprüfungsanstalt Stuttgart durchgeführten Versuche hat der Verfasser als Mitglied jener Kommission mitgewirkt.

Wohl mag man vielleicht bei der allgemeinen Entwicklung, die heute der Eisenbeton erfahren hat, den Standpunkt des vorliegenden Buches einseitig nennen. Dem ist aber gegenüberzuhalten, daß den Bemühungen der Firma *Wayß & Freytag A.-G.* ein gut Teil an der wissenschaftlichen Förderung zu verdanken ist und daß anderseits keine vollständige Darstellung aller Anwendungen des Eisenbetons beabsichtigt ist, für welche der Rahmen dieses Buches viel zu klein wäre.

Zürich, Dezember 1907.

Professor E. Mörsch.

Inhaltsverzeichnis.

Berichtigung zu Seite 86: Im Nenner der Formel $_e$ muß es statt σ_b heißen: σ_b^m. Demzufolge ändert sich der Wert F_e (Zeile 12 von unten) in: $0{,}0324 \sqrt{M}$.

Anmerkung zu Seite 187: Bei ungleichen Stärken der geraden Eisen verteilt sich die Schubkraft $b_0 . \tau_0$ auf die einzelnen Eisen proportional deren Querschnitt. Dadurch ergibt sich die Haftspannung τ_1 am stärksten Eisen größer, als wenn $b_0 . \tau_0$ gleichmäßig auf den ganzen Umfang aller Eisen verteilt würde. Die Verteilung proportional dem Querschnitt ist bei den Zahlen der Balken nach Abb. 162—164 berücksichtigt.

Allgemeines.

Als Konstruktionen aus »Eisenbeton« werden alle jene Konstruktionen bezeichnet, welche derart aus Portlandzementbeton in Verbindung mit Eisen hergestellt werden, daß beide innig miteinander verbundenen Elemente zu gemeinsamer statischer Wirkung gegen äußere Beanspruchungen gelangen können.

Hierbei gilt als Grundgesetz, daß der Beton hauptsächlich die Druckkräfte aufnehmen soll, während dem Eisen die Aufgabe zufällt, einen großen Teil der Zugkräfte aufzunehmen, also dem Beton anscheinend eine höhere Zugfestigkeit zu verleihen.

Aus dieser Verbindung der zwei sonst so ungleichen Baustoffe Beton und Eisen ergeben sich mancherlei Vorteile und wertvolle Eigenschaften der betreffenden Konstruktionen.

Die so erstellten Bauwerke verbinden die Massigkeit des Betonbaus mit der leichten Erscheinung und Formgebung der Eisenkonstruktionen und verdanken ihre weite Verbreitung und die tägliche Erweiterung ihrer Anwendungsgebiete den großen wirtschaftlichen Vorzügen gegenüber den entsprechenden Konstruktionen in Stein, Holz oder Eisen. In den meisten Fällen schon billiger in der Herstellung wegen der rationellen Ausnützung der Festigkeitseigenschaften der beiden verwendeten Materialien, entfallen bei ihnen, im Gegensatz zu den Holz- und Eisenkonstruktionen, alle Unterhaltungskosten. Eine weitere vorzügliche Eigenschaft der Eisenbetonbauten ist ihre absolute Feuersicherheit, vermöge welcher sie schon seit langer Zeit Eingang im Hochbau, als Monierwände, Treppengewölbe und feuersichere Ummantelungen von eisernen Trägern und Säulen gefunden haben. Heute führen wir Säulen und Träger aus denjenigen Materialien aus, welche früher die feuersichere Verkleidung abgegeben haben und erhalten dadurch eine einheitliche und billigere feuerfeste Konstruktion.

Die angeführten Vorzüge des Eisenbetons und seine Verwendbarkeit zu den oben erwähnten biegungsfesten Konstruktionsteilen der

Träger, Säulen und Platten ergeben sich aus folgenden grundlegenden Eigenschaften des Betons und des Eisens bezw. ihrer Verbindung:

1. Der Beton schützt das von ihm umhüllte Eisen am vollkommensten gegen Rostbildung. Diese Tatsache ist heute wohl allgemein bekannt und anerkannt; sie hat aber zur Voraussetzung, daß der Beton in fettem Mischungsverhältnis hergestellt und im sogen. plastischen Zustand (nicht erdfeucht) eingebracht wird, da nur dann die notwendige innige Umhüllung und Adhäsion stattfindet. Wenn man mehr magere und trockene Betonmischungen verwendet, ist es nötig, die Eiseneinlagen unmittelbar vor dem Einbringen des Betons mit Zementmörtel zu begießen, damit die erwünschte Haftung und Rostsicherheit erreicht wird.

Als Beweis für die rostschützende Eigenschaft des Betons können die große Anzahl der Wasserbehälter und Entwässerungsröhren dienen, welche, nach *Moniers* Bauweise hergestellt, schon jahrzehntelang ihren Zweck erfüllen und keine Spur von Rost an den Eiseneinlagen erkennen lassen. Es liegen auch Untersuchungen an 20 Jahre alten Kanalisationen aus Monierröhren vor, in denen sich die Eisenstäbe so unversehrt und rostfrei, selbst noch so blau gezeigt haben, wie sie aus dem Walzwerk gekommen waren. Wir finden diese Tatsache immer von neuem bestätigt bei Probebelastungen, Abbrucharbeiten an alten Behältern und Decken, wie überhaupt keine unserer zahlreichen Konstruktionen im Laufe der Jahre einen Mangel gezeigt hat, der auf ein Rosten der Eiseneinlage zurückzuführen wäre. Nachstehend geben wir im Auszug ein Zeugnis des Professors *Bauschinger* wieder, das über Untersuchungsergebnisse bezüglich des Rostschutzes im Jahre 1892 ausgestellt wurde. Es handelte sich um Überreste von Versuchsobjekten, welche im Oktober 1887 geprüft worden waren. Diese Bruchstücke von Platten waren bis zum Jahre 1892 im Freien gelegen.

»Von jenen Platten wurde mittelst eines Hammers an verschiedenen Stellen die über den Drähten liegende Betonschicht abgeschlagen. Dabei zeigte sich, daß der Beton immer nur an der vom Hammer zunächst betroffenen Stelle absprang, ein Zeichen, daß er an den darunter liegenden Drähten gut haftete. Diese Drähte zeigten sich schon dicht neben dem Bruchrande rostfrei und ebenso natürlich überall im Innern.

Ein Behälter war durch mehrmaligen Transport, durch Umstürzen etc. an verschiedenen Stellen beschädigt, von Rissen durchzogen und zeigte stellenweise bloßgelegte Drahteinlagen. An letzteren Stellen waren die Drähte natürlich verrostet, auch zeigten sie einen jedoch nur ganz feinen Rostanflug, wenn Stücke des Betonüberzuges an einer von einem Riß durchzogenen Stelle abgeschlagen wurden. Geschah dies aber an einer fehlerfreien dichten Stelle, so zeigte sich die Draht-

einlage vollständig rostfrei. Beim Abschlagen der Betondecke konnte dieselbe Beobachtung bezüglich ihres Haftens am Eisen gemacht werden wie bei den Platten.

Am 23. Juli 1892 wurden einige Bruchstücke von 6–8 cm starken Monierplatten untersucht, welche um einen Kanaleinlauf gelegt und fast fortwährend an den dem Einlauf zunächst liegenden Seiten mit Wasser bedeckt waren, das häufig mit Jauche vermischt war. — Die Stücke lagen nach Aussage des Besitzers seit zirka 4 Jahren am Platze und waren von ihm beim Verkauf der von den Versuchen im Jahre 1887 erhaltenen Bruchstücke erworben worden. Sie zeigten deutlich die Bruchränder, aus denen die Einlagedrähte bis zu 5 cm Länge hervorragten. An einer dieser Platten, gerade bei derjenigen, welche etwas tiefer lag als die andere, war die Drahteinlage zunächst ihrer oberen Fläche gelegen; hier wurde die kaum 1 cm starke Betonschicht über den Drähten abgemeißelt. Der Beton zeigte sich außerordentlich hart, sehr gut an den Drähten haftend und diese schon in ganz geringer, höchstens 1 cm betragender Entfernung vom Bruchrande völlig rostfrei.« (Vergl. Zeitschr. »Beton und Eisen« Heft IV, 1904, Seite 193.)

2. Die Adhäsion oder Haftung des einbetonierten Eisens am Portlandzementbeton ist sehr bedeutend und etwa gleich der Scherfestigkeit des Betons. Die Adhäsionsfestigkeit kann zwar ziffernmäßig durch direkten Versuch nachgewiesen werden, die Notwendigkeit ihres Vorhandenseins ergibt sich aber schon aus der großen Biegungsfestigkeit der armierten Betonplatte im Vergleich zu derjenigen der reinen Betontafeln. Dieselbe betrug z. B. bei einer Eiseneinlage von 1 % der Querschnittsfläche 178 kg/qcm und stieg bei 1,45 % Eisenarmierung auf 247 kg/qcm, während die Biegungsfestigkeit einer reinen Betontafel höchstens 47 kg/qcm betrug. Wenn diese Adhäsion nicht vorhanden wäre, so müßte eine auf Biegung beanspruchte Platte mit Eiseneinlagen weniger leisten, als eine gleich dicke Betonplatte ohne Eisen, denn jede mit dem Zement sich nicht vereinigende Einlage würde nur dazu beitragen, den Betonquerschnitt zu schwächen.

Lange Zeit hat man als Maß der Adhäsionsfestigkeit die von *Bauschinger* gefundene Zahl von 40 kg/qcm angenommen, ohne sie jedoch für die Berechnung und Querschnittsbemessung zu verwenden. In der ersten Auflage dieses Buches haben wir aber die Wichtigkeit der rechnerischen Kontrolle der Haftspannung betont und seither bei unseren Konstruktionen immer durchgeführt.

Über neuere Versuchsergebnisse wird später berichtet werden.

Mit einer Adhäsionsfestigkeit von 35 kg/qcm ergibt sich z. B. die Länge, mit welcher ein Eisenstab im Beton stecken muß, damit er nicht mehr herausgezogen werden kann, d. h. damit vorher seine Zugfestigkeit (3600 kg/qcm) überwunden wird

bei einem Rundeisen von 10 mm Dm. zu 26 cm
„ „ „ „ 20 mm Dm. zu 52 „
„ „ „ „ 30 mm Dm. zu 78 „

und man ersieht hieraus, daß die Krafteintragung vom Beton in das Eisen oder umgekehrt auf verhältnismäßig kurzem Wege stattfinden kann.

Trotz der Haftfestigkeit sollen aber die Enden der Eisen immer mit Haken versehen sein, da dies ein Mittel ist, um ohne besondere Kosten die Sicherheit gegen Gleiten bedeutend zu erhöhen.

3. Die Temperaturausdehnungskoeffizienten von Eisen und Beton sind nahezu gleich groß. Diese Ausdehnungskoeffizienten werden nach den Versuchen von *Bouniceau* (Annales des ponts et chaussées 1863, Seite 181) für 1 ° C. auf

0,00001235 für Stabeisen,

0,00001370 für Portlandzementbeton angegeben, es ist jedoch zu erwarten, daß der Ausdehnungskoeffizient für Beton je nach der Beschaffenheit des Kies- und Sandmaterials kleinen Schwankungen unterworfen sein wird.

Eingehende Versuche sind von Dr. *Keller* in Nr. 24 der Thonindustriezeitung 1894 mitgeteilt. Das zum Beton der Probekörper verwendete Kies- und Sandmaterial bestand zur Hälfte aus Rheinkies mit 20 mm Korngröße und zur Hälfte aus Rheinsand. Als mittlere Ausdehnungskoeffizienten für 1 ° C. ergaben sich bei Temperaturen von — 16 ° bis + 72 ° C. die folgenden Werte:

Mischungsverhältnis	1 : 0	Ausdehnungskoeff.	0,0000126
„	1 : 2	„	0,0000101
„	1 : 4	„	0,0000104
„	1 : 8	„	0,0000095.

Der Temperaturausdehnungskoeffizient des Eisens wird gewöhnlich zu 0,000012 angenommen.

Der früher gegen die Monierkonstruktionen erhobene Einwand, daß der Zusammenhang der beiden ganz verschieden gearteten Stoffe durch Wärmewechsel gefährdet werden müsse, ist demnach nicht stichhaltig, da die Wärmeausdehnungsverhältnisse beider Stoffe fast völlig übereinstimmen und das ganz eingehüllte Eisen keinen erheblich anderen Wärmegrad annehmen kann, als die Umhüllung. Hierzu kommt, daß derartige Körper als recht schlechte Wärmeleiter überhaupt nur wenig Wärme in sich aufnehmen und dies nur langsam in den der Temperaturwirkung direkt ausgesetzten Teilen. Die Umhüllung schützt somit das Eisen sehr wirksam gegen die Wärme.

Nach den angestellten amtlichen Feuerproben findet eine der Tragfähigkeit schädliche Loslösung von Eisen und Zementmörtel selbst bei

hohen und raschen Temperaturänderungen nicht statt (vergl. Broschüre: »Das System *Monier*«, 1887, herausgegeben von *G. A. Wayß*). Bei den gewöhnlichen Temperaturunterschieden kann übrigens eine Differenz in der Längenausdehnung durch ganz geringe innere Spannungen ausgeglichen werden (Zeitschrift des Österr. Arch.- und Ingenieur-Vereins 1897, Nr. 50).

Einen größeren Einfluß auf die Verteilung der Spannungen zwischen Eisen und Beton haben jedenfalls die Volumänderungen des Betons, die von seinem Feuchtigkeitsgehalt abhängen. Durch Versuche, namentlich der französischen Kommission*), ist nachgewiesen, daß der Beton beim Erhärten an der Luft schwindet, während er unter Wasser sein Volumen vergrößert. Allgemein gültige Zahlen für die verschiedenen Zementsorten und verschiedenen Mischungsverhältnisse lassen sich noch nicht angeben, obwohl diese Erscheinungen seitens der Konstrukteure mehr Beachtung verdienen, als ihnen bisher zu teil geworden ist.

Die bei Eisenbetonbauten vorkommenden Konstruktionsteile zerfallen in Platten, Plattenbalken, Säulen und Gewölbe, deren Merkmale zunächst kurz beschrieben werden sollen:

Platten.

Sie sind die einfachsten auf Biegung beanspruchten Eisenbetonkonstruktionen.

Bekanntlich entstehen bei einer an beiden Enden frei aufliegenden und in der Mitte belasteten Platte an den oberen Fasern Druckspannungen und an den unteren Fasern Zugspannungen. Da nun die Zugfestigkeit des Betons bedeutend kleiner ist als die Druckfestigkeit, so erfolgt der Bruch einer derartigen Platte aus Beton infolge Überschreitens der Zugfestigkeit des Betons, und es ist der Zweck der Eiseneinlagen, diesen Mangel zu beheben und die Zugfestigkeit zu vergrößern, indem sie den größten Teil der Zugkräfte aufnehmen. Bei der Bemessung des einzulegenden Eisenquerschnitts ist die Eiseneinlage in ein angemessenes Verhältnis zur Druckfestigkeit des Betons zu bringen.

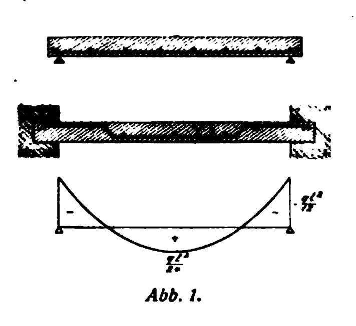
Unter der Voraussetzung einer frei an den Enden aufliegenden Platte werden daher die Eisenstäbe in der Richtung der Zugspannungen und möglichst nahe an die untere Seite zu legen sein, so zwar, daß sie noch genügend mit Beton umhüllt sind. In gutem Mörtel eingelegte dünne Drähte werden von 0,5 cm Mörtel noch sicher eingehüllt; stärkeren Drähten wird man mindestens 1 cm Abstand von der Außen-

*) *Commission du ciment armé. Expériences, rapports etc. relatives à l'emploi du béton armé. Paris, H. Dunod et E. Pinat, 1907.*

fläche geben, und stärkere Eisen erfordern größere Abstände. Gewöhnlich sind außer den die Zugspannungen aufnehmenden »Tragstäben« noch senkrecht dazu sogen. »Verteilungsstäbe« angeordnet, welche den Zweck haben, die Tragstäbe während der Deckenherstellung in ihrem gegenseitigen Abstand zu erhalten und die daher an den Kreuzungsstellen mit den Tragstäben durch Bindedraht verbunden sind.

Es ist klar, daß es ganz von den Auflagerungs- und Beanspruchungsverhältnissen abhängt, in welcher Anzahl und Stärke diese Verteilungsstäbe anzubringen sind. Sodann aber haben sie die Funktion, bei der Einwirkung konzentrierter Lasten eine größere Plattenbreite zur Aufnahme der Last heranzuziehen.

Liegt die Platte auf allen vier Seiten auf, so legt man die stärkeren Tragstäbe in der Richtung der kleineren Spannweite und die schwächeren Verteilungsstäbe in der Richtung senkrecht dazu. Der Querschnitt der Tragstäbe ändert sich je nach der Spannweite und der aufzunehmenden Nutzlast; ihre Entfernung voneinander beträgt 5—15 cm, wobei noch bemerkt sei, daß kleinere Durchmesser der Eisen und geringe Abstände derselben wirksamer sein werden, als starke Eisen und große Entfernungen. Einen rechnerischen Anhaltspunkt hierüber erhält man aus der Haftspannung am Umfang der Eiseneinlagen über dem Auflager. Der Durchmesser der Verteilungsstäbe ist 5 bis 8 mm, ihr Abstand 10—40 cm.


Abb. 1.

Eine weitere wesentliche Aufgabe fällt den Verteilungsstäben in den Fällen zu, wo vermöge der Auflagerbedingungen der Platte senkrecht zu den Tragstäben Spannungen infolge Wärmeänderung auftreten, indem sie dann diese Spannungen aufnehmen können und dadurch die Bildung von Rissen verhindern. Zuweilen wird auch eine leichte Armierung der oberen Zone durchgeführt in Fällen, wo es auf absolute Rißsicherheit ankommt odere größere Nebenspannungen infolge Schwindens des Betons oder Temperaturänderungen zu erwarten sind.

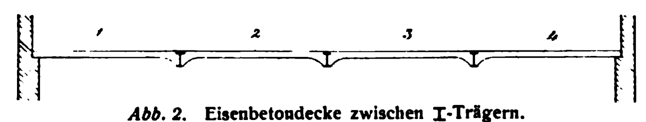


Abb. 2. Eisenbetondecke zwischen I-Trägern.

Bisher haben wir angenommen, daß die Platte an ihren Enden frei aufliege; bei den meisten Konstruktionen ist indessen an den Auflagern eine gewisse Einspannung in den Umfassungsmauern vorhanden, oder die Platte geht kontinuierlich über Träger aus Walzeisen oder Eisenbeton weg. Durch diese Einspannung bezw. Kontinuität

der Platte vermindert sich das Moment in der Mitte derselben, aber gleichzeitig treten entgegengesetzte Biegungsmomente an den Stützen auf und es müssen daher zur Aufnahme der Zugspannungen in der oberen Querschnittshälfte die Eisen in der Nähe der Stützen in die obere Zone eingelegt werden. Wir gelangen auf diese Weise zu den schon von *Monier* verwendeten abgebogenen Eisen, deren Verlauf in

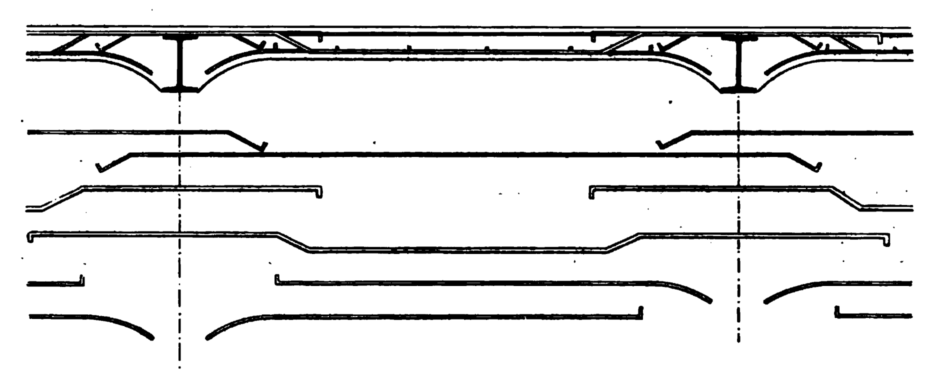


Abb. 3. Eiseneinlagen in einer kontinuierlichen Eisenbetondecke zwischen I-Trägern, Feld 2.

Bezug auf die Neutralachse entsprechend demjenigen der Maximalmomentenlinie erfolgt.

Die einfachen abgebogenen Eisen genügen gewöhnlich nicht, da die Nutzlast ihre Lage wechseln kann. Man erhält vielmehr eine positive und eine negative Maximalmomentenlinie, welcher die Armierung zu entsprechen hat.

Häufig wird auch noch eine durchgehende obere Einlage nötig, namentlich wenn eine kleine Spannweite an eine große anstößt.

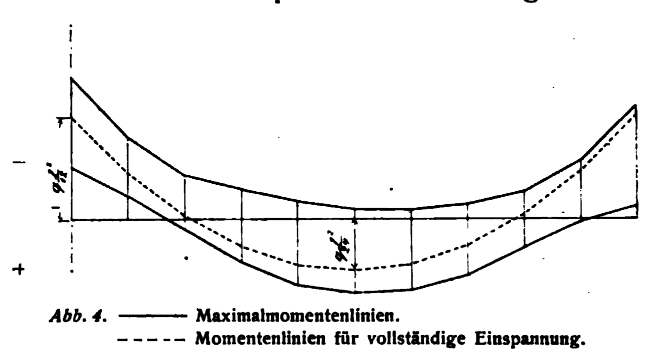


Abb. 4. ——— Maximalmomentenlinien.
- - - - - Momentenlinien für vollständige Einspannung.

Abbildung 3 zeigt die Anordnung der Eiseneinlage in dem Feld 2 der kontinuierlichen Decke zwischen I-Trägern mit vier Öffnungen. Die gestrichelte Linie, welche in Abbildung 4 zwischen die beiden Maximalmomentenlinien eingezeichnet ist, bedeutet die Momentenlinie bei vollkommener Einspannung der Enden und gleichmäßig verteilter Vollbelastung mit $\frac{ql^2}{24}$ in der Mitte und $-\frac{ql^2}{12}$ an den Enden.

Die kontinuierlichen Eisenbetondecken zwischen I-Trägern werden als sogen. Voutendecken ausgeführt. Der Vorteil der Voute, d. h. der von selbst sich ergebenden Verstärkung des Betonquerschnitts am I-Träger besteht darin, daß für die Stützenmomente, welche die Momente der zwischenliegenden Querschnitte weit überwiegen, keine besonderen Verstärkungen in den Eiseneinlagen notwendig sind. Die Verstärkung des Betonquerschnitts an den Auflagern wird dann notwendig, wenn die Plattenstärke in der Mitte so gering bemessen ist, daß daselbst die Druckfestigkeit des Betons voll ausgenützt ist. Würde in diesem Falle die Platte in derselben Stärke über den Zwischenstützen ausgeführt, so wäre dort der Beton unzulässig hoch beansprucht. Nach der Theorie des kontinuierlichen Trägers mit veränderlichem Querschnitt ergibt sich aus der Verstärkung der Platte durch die Voute eine kleine Verminderung des Momentes in Feldmitte, der eine entsprechende Ver-

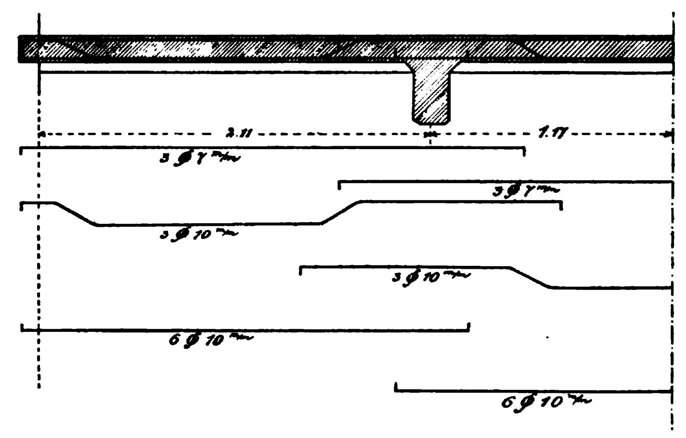


Abb. 5. Eiseneinlagen einer kontinuierlichen Deckenplatte.

größerung des Stützenmomentes gegenübersteht. Da gewöhnlich zur Aufnahme des letzteren oben reichlich Eisen vorhanden ist, so kann man von der genauen und umständlicheren Berechnung der Momente in praktischen Fällen absehen.

In ähnlicher Weise werden auch die Deckenplatten armiert, die kontinuierlich über Eisenbetonträger fortlaufen. Man wird aus Mangel an bestimmten Anhaltspunkten in beiden Fällen auf den Drehungswiderstand der I- oder Eisenbetonträger verzichten und dadurch einen etwas größeren Sicherheitsgrad erreichen. (Vergl. Abbildung 5.)

Die Abbiegung der Deckeneisen erfolgt bei dünnen Decken bis etwa 10 cm zweckmäßig in der Neigung 1 : 3, bei dickeren und kürzeren Deckenplatten kann die Neigung der Abbiegung steiler sein 1 : 2 bis 1 : 1½. Dabei erscheint es zweckmäßig, bei allen kontinuierlichen Platten, abgesehen von der den Momenten angepaßten Verteilung, so viel Eisen abzubiegen, daß die Abbiegungen im stande sind, bei einem völligen Reißen des Betons an der Abbiegestelle den ganzen

Auflagerdruck des mittleren Plattenstücks, das dann als eingehängter Träger wirkt, nach den Konsolenden zu übertragen. Diese Sicherheitsmaßregel läßt sich immer leicht befolgen und ist umsomehr angezeigt, je geringer die oben durchgehende Eiseneinlage ist und je mehr der Beton Zusatzkräften infolge Schwindens und Temperaturveränderung ausgesetzt ist.

Anstatt die Enden der gebogenen und oberen Eisenstange einfach als Haken auszubilden, erscheint es zweckmäßig, namentlich die zunächst der Mittelstütze gelegenen Enden noch flach nach unten abzubiegen, damit sie dort in der Druckzone des Betons verankert werden.

Die Zahl der »Systeme« der armierten Platten oder Deckenkonstruktionen ist sehr groß und fortwährend tauchen wieder neue »Systeme« auf, die in den meisten Fällen keine Verbesserung bedeuten. So zeigen verschiedene Deckensysteme den Grundfehler, daß über den Trägern die Eiseneinlagen der Decke unten liegen und nicht an die Oberkante gerückt sind, wie es die Rechnung erfordert, andere zeigen ungenügende Verbindungen zwischen unterer und oberer Eiseneinlage.

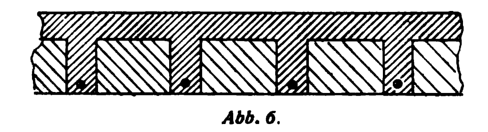


Abb. 6.

Einen Fortschritt bedeuten diejenigen Deckenkonstruktionen, bei welchen darauf ausgegangen ist, den Abstand zwischen Zug- und Druckzone möglichst zu vergrößern, ohne daß dadurch das Eigengewicht wesentlich erhöht wird. Dies kann durch Anordnung von Rippen erzielt werden, welche durch zwischenliegende Hohlsteine oder Streifen aus leichterem Schlackenbeton begrenzt sind und welche im unteren Teil die Eiseneinlage aufnehmen (Abbildung 6).

Plattenbalken.

Denken wir uns bei den zuletzt genannten Platten die Hohlsteine oder das sonstige leichte Ausfüllmaterial weggenommen, so entsteht eine Decke, welche aus aneinandergereihten T-Trägern aus Beton mit Eiseneinlage im unteren Teil der Stege besteht. Werden nun diese nach unten vorstehenden armierten Rippen weiter auseinander gelegt und entsprechend stärker ausgebildet, so wird die obere, die Druckgurtung bildende Betonschicht als eine zwischen die Rippen gespannte ebene Betondecke nach den beschriebenen Grundsätzen mit Eiseneinlagen zu versehen sein. Dadurch entsteht die Plattenbalkenkonstruktion, auch Rippenplatte



Abb. 7. Plattenbalken-Querschnitt.

genannt, bei der die Decke mit den Eisenbetonrippen ein statisch wirksames T-Profil bildet.

Es ist auch möglich, Eisenbetonträger mit einfachem rechteckigem Querschnitt und genügender Tragfähigkeit zu bilden, es ist aber klar, daß die Beiziehung einer obenaufliegenden Decke zur Aufnahme der Druckspannungen von großem wirtschaftlichem Vorteil sein muß. Die Beanspruchung dieser Betonplatte in zwei zu einander senkrechten Richtungen bietet nichts Bedenkliches und kommt bei einer großen Zahl anderer Konstruktionen vor.

Vom theoretischen Standpunkte aus bietet eine durch Rippen verstärkte Platte eine sparsamere Materialausnützung dar, als eine Platte von gleichmäßiger Dicke. Bis zu einer gewissen Spannweite jedoch werden die größeren Einschalungskosten der Rippen die Ersparnis an Material ausgleichen, so daß die Plattenbalken erst etwa von 3—4 m Spannweite an vorteilhaft ausgeführt werden können.

Zwischen der Decke und der Rippe treten naturgemäß Schubspannungen auf, zu deren Übertragung die Mehrzahl der Konstrukteure besondere vertikalstehende Eiseneinlagen, die sogen. »Bügel«, anordnet, die aus 6—10 mm starkem Rundeisen oder aus dünnem Flacheisen bestehen. Umschließen diese Bügel die unteren Eiseneinlagen ganz, so schützen sie den Beton des Stegs in der Nähe der Auflager gegen etwaige Längsrisse, wie sie durch die hakenförmigen Umbiegungen der unteren Eiseneinlage und die hierdurch hervorgerufene sprengende Wirkung verursacht werden können. Die Bügel vermehren also dann die Haftfestigkeit oder sichern wenigstens den in der Berechnung vorausgesetzten Betrag.

Wie die später beschriebenen Versuche zeigen, haben die Bügel nur eine untergeordnete Bedeutung hinsichtlich der Vermehrung der Schubfestigkeit des Stegs, sofern die Hauptarmierung richtig angeordnet ist; alsdann sind nur die praktischen Rücksichten auf die sichere Verbindung des Stegs mit der Platte und auf die Sicherstellung der Haftfestigkeit für ihre Anwendung und Verteilung maßgebend.

Die Übergänge von Balken und Deckenplatte werden zur besseren Übertragung der Kräfte zweckmäßig nach einer der Abbildungen 8—10

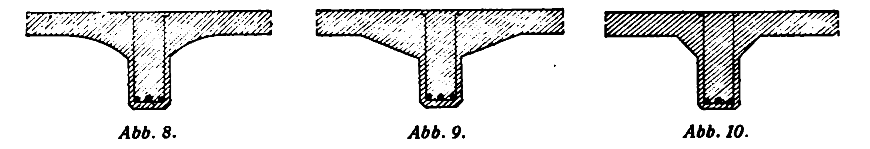


Abb. 8. *Abb. 9.* *Abb. 10.*

ausgebildet, wobei noch der Vorzug gewonnen wird, daß die Decke an der Stelle der größten Momente eine wünschenswerte Verstärkung erhält. In dieser Weise läßt sich auch die Voutendecke zwischen Eisenbetonträgern ausführen (Abbildung 8).

Wie bei den Deckenplatten kann die untere Armierung nicht als hinreichend befunden werden, namentlich wenn an den Trägerenden Einspannung vorhanden ist oder wenn die Träger ununterbrochen über mehrere Stützen weglaufen. Es müssen dann, ganz wie bei den ebenen Platten, an den Stellen, wo negative Momente auftreten, Eisen oben in der Nähe der Plattenoberkante eingelegt werden, was auch durch Abbiegen und Übergreifen der Eisen erreicht werden kann.

Je nach den Belastungsverhältnissen kann, namentlich bei ungleichen Spannweiten, eine durchgehende obere Armierung in einzelnen Feldern notwendig werden.

An den frei aufliegenden Enden der Plattenbalken sind bei größeren Belastungen ebenfalls einige der unten liegenden Eisen nach oben abzubiegen, und zwar hat diese Abbiegung (etwa unter 45°) zu erfolgen wegen der Schubkräfte oder besser wegen der schief gerichteten Hauptzugspannungen im Steg, die durch die abgebogenen Eisen aufgenommen werden sollen. Da die Momente gegen die Enden hin

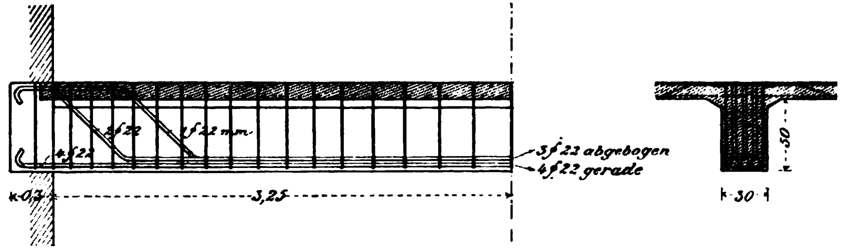


Abb. 11. Armierung eines einfachen frei aufliegenden Plattenbalken.

abnehmen, so sind dort nicht mehr alle Eisen unten nötig, so daß ein Teil derselben abgebogen werden kann.

Die Rippen liegen bei Decken gewöhnlich unter der Deckenplatte, jedoch kommen auch Fälle vor, wo die Balkenrippen auf der Oberseite der Deckenplatte ausgeführt werden. Die Art und Weise der Benützung der Konstruktion wird für die eine oder andere Anordnung maßgebend sein.

Wie aus den Momentenlinien für eingespannte und kontinuierliche Träger hervorgeht, sind die Momente teils positiv, teils negativ; es kann daher von keinem besonderen Vorteil begleitet sein, die Rippe über der Deckenplatte anzubringen.

An den Mittelstützen, wo die Momente am größten sind, treten an der Balkenunterkante große Druckspannungen auf, zu deren Verminderung der Trägerquerschnitt daselbst zweckmäßig erhöht wird, was in der Form einer Konsole oder einer voutenförmigen Ausrundung geschehen kann. In den Ausnahmefällen der oben liegenden Balkenrippe ist an den Mittelstützen ohne Voute auszukommen, weil hier für die Übertragung der großen Druckspannungen an der Unterkante die ganze Breite der Deckenplatte zur Verfügung steht.

Die Konsole oder Voute am Anschluß an die Mittelstütze hat noch den großen Vorteil, daß sie die Schubspannungen dort vermindert, einmal wegen der größeren Trägerhöhe und sodann weil die Druckspannungen an der Unterseite schief nach oben gerichtet sind, also schon einem Teil der Querkraft das Gleichgewicht halten (Abbildung 13).

Die Abbildungen 11 und 12 zeigen die zweckmäßige Anordnung der Eiseneinlagen in einem einfachen frei aufliegenden und einem

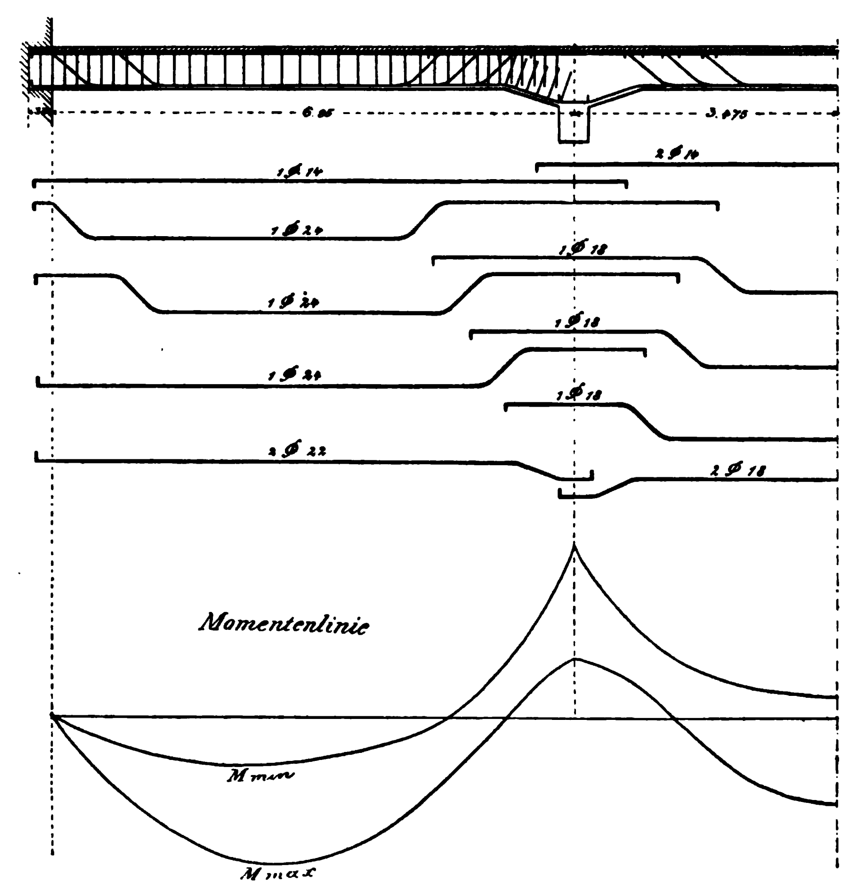


Abb. 12. Armierung und Momentenlinien eines kontinuierlichen Plattenbalkens mit drei Offnungen.

kontinuierlichen Plattenbalken. Durch die Abbiegungen und Übergreifungen der Eisen an der Mittelstütze wird eine ökonomische, dem Momentenverlauf angepaßte Eisenverteilung erzielt, gleichzeitig erhöhen die Abbiegungen den Widerstand des Stegs gegen die Schubkräfte. Von diesem Standpunkt aus und mit Rücksicht auf die bessere Verankerung im Beton des Stegs erscheint es empfehlenswert, wenigstens die der Mittelstütze zunächst endigenden oberen Eisen noch in schiefer Richtung nach unten abzubiegen, wie dies in Abbildung 14 dargestellt

ist. Dort ist auch angegeben, wie die Voute durch besondere Eisen zur Erhöhung ihrer Druckfestigkeit armiert werden kann.

Wenn die Rundeisen im Steg des Plattenbalkens nicht nebeneinander Platz finden, können sie in zwei Schichten übereinander angeordnet werden, dabei werden dann zweckmäßig die abzubiegenden Eisen oben hingelegt, Abbildung 11. Wir halten jedoch diese Anordnung nur für einen Notbehelf, da die nebeneinander liegenden Eisen statisch viel wirksamer sind, weil ihr Schwerpunkt dann tiefer liegt, als wenn sie in zwei Schichten übereinander eingelegt werden. Bei ungleichen Stützweiten durchlaufender Träger kann, wenn eine große Öffnung voll belastet ist, in einer anliegenden kleinen eine durchgehende obere Armierung nötig werden. Eine etwaige Einspannung der Träger über Eisenbetonstützen oder inneren Scheidemauern ist sehr gering und wird am besten ganz vernachlässigt; ebenso vorsichtig ist auch bei der Endauflagerung auf Mauern zu verfahren, wo eine Einspannung nur in den seltensten Fällen vorhanden ist oder nur durch besondere konstruktive Maßregeln bewirkt werden kann.

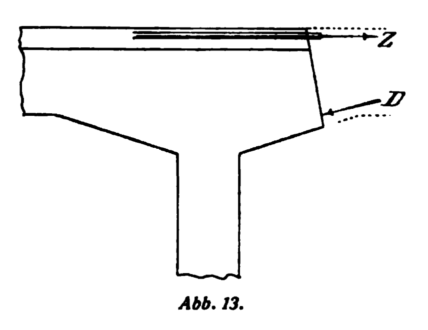
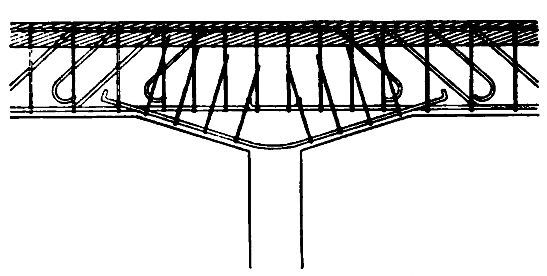


Abb. 13.

An den frei aufliegenden Enden der Plattenbalken ist darauf zu achten, daß noch einige gerade Eisen der unteren Einlage auf die Auflager hinausgehen; ihre Zahl bestimmt sich aus der zulässigen Haftspannung.

Bei größeren Spannweiten reichen die gewöhnlichen Längen der Rundeisen nicht aus, so daß Schweißungen nötig werden. Diese Schweißstellen sind natürlich dahin zu legen, wo das Eisen nicht voll beansprucht ist, d. h. im allgemeinen in die Abbiegungen.


Abb. 14. Anordnung der Eiseneinlagen über der Mittelstütze eines kontinuierlichen Eisenbetonbalkens.

Ist ein Raum von bestimmter Grundrißfläche zu überdecken, so wird derselbe durch Hauptträger, wenn notwendig mit Mittelstützen, in einzelne Felder eingeteilt, die entweder durch die Decke direkt überspannt werden können oder es werden zwischen die Hauptträger noch Nebenträger eingezogen, wodurch die Spannweite der Deckenplatte verringert wird. Die letztere liegt in einem solchen Fall auf allen vier Seiten des Rechteckes auf und kann dann auch mit einer, allerdings schwächeren Armierung in der Längenrichtung versehen

werden. Die Hauptarmierung wird in der Breitenrichtung senkrecht zu den Nebenträgern gelegt. Bei Vorhandensein von Haupt- und Nebenträgern wird die Deckenplatte als Gurtung des Hauptträgers auf Druck beansprucht und diese Beanspruchung ist dann zur Biegungsspannung der Deckenplatte zu addieren. Es empfiehlt sich daher keine zu große Breite der Druckplatte in die Rechnung der Hauptträger einzuführen und die Deckenplatte mit Vouten an dieHauptträgeranzuschließen.

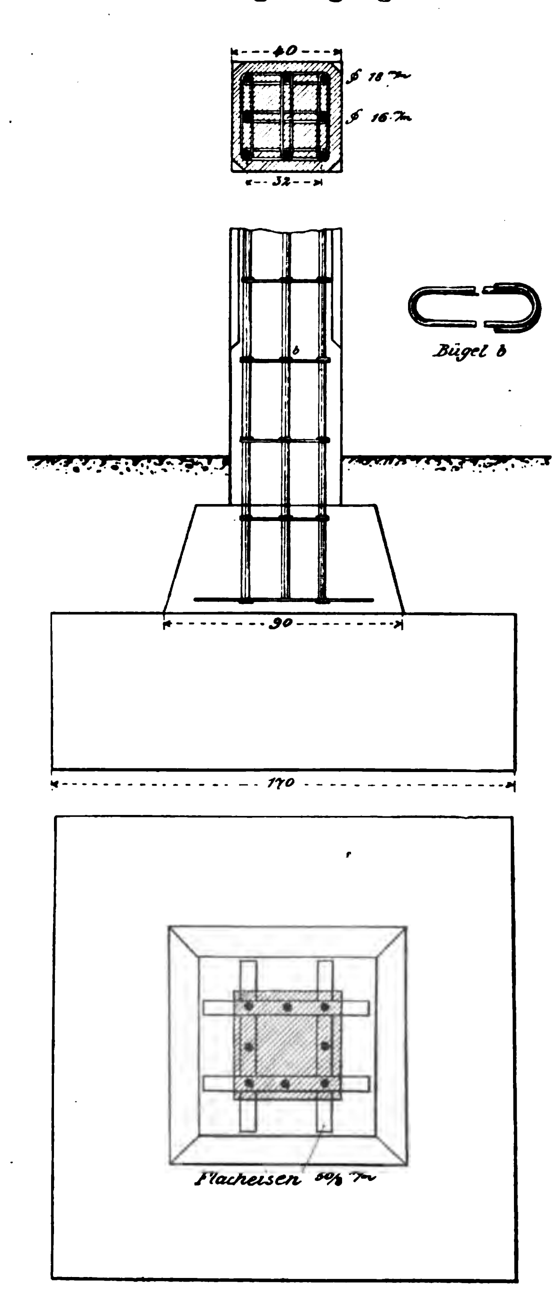


Abb. 15. Fuß und Querschnitt einer Eisenbetonsäule.

Säulen.

Bei den Säulen ist zu unterscheiden zwischen einer Armierung mit vertikalen Rundeisen oder einer solchen mit Profileisen, welche zu tragfähigen steifen Gerippen ausgebildet werden können, ferner die Art des horizontalen Verbandes dieser Armierung, der für die Festigkeit des Ganzen von besonderer Bedeutung ist. Seit dem Jahre 1902 sind noch hinzugekommen die spiralarmierten Säulen nach Patent *Considère* D. R.-P. 149944. Statt einer provisorischen Holzverschalung kann auch eine Umhüllung aus Zementsteinen oder Monierröhren benützt werden, wovon das letztere Verfahren unter Umständen bei Brückenpfeilern in Betracht kommen kann. Im Hochbau haben aber die Eisenbetonstützen meist guß- oder schmiedeiserne Säulen zu ersetzen und sollen daher möglichst ge-

ringen Querschnitt erhalten, so daß sich eine derartige Verschalung von selbst verbietet.

Unter dem Begriff der Eisenbetonsäulen in engerem Sinn versteht man diejenigen mit vertikaler Rundeisenarmierung; sie sind folgendermaßen ausgebildet:

Der Betonpfeiler von irgend einer Querschnittsform schließt eine gewisse Anzahl vertikal stehender Rundeisenstangen ein, die in der Nähe des Umfanges untergebracht sind. In gewissen Abständen sind diese Rundeisen durch Drahtbügel miteinander verbunden. Die Armierung bildet also ein Eisengerippe, welches den Beton einschließt und ihn am seitlichen Ausweichen hindert. Es folgt daraus, daß auch bei hohen Säulen, abgesehen von der notwendig einzuhaltenden Knicksicherheit, die sogen. Würfelfestigkeit des Betons erhalten bleibt, welche höher ist als diejenige prismatischer Körper. Die Querverbindungen liegen gewöhnlich 20 bis 40 cm auseinander.

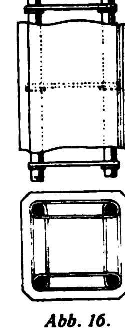


Abb. 16. Eisenbetonsäule.

Für einen quadratischen Pfeiler besteht die Eiseneinlage aus vier in den Ecken liegenden Rundeisen, die Bügel sind aus 7—8 mm starken Drähten gebildet. Bei größeren Querschnittsabmessungen sind acht Rundeisen vorhanden (Abbildung 15, 16.)

Am Fuß der Pfeiler stehen die Säuleneisen auf einem Rost von Flacheisen auf, damit sich der von ihnen übertragene Druck auf eine größere Betonfläche verteilt. Dieser Flacheisenrost wird gewöhnlich in einem besonderen Betonsockel untergebracht, welcher den Säulendruck auf eine größere Fläche des eigentlichen Fundamentbetons überträgt, entsprechend der geringeren zulässigen Beanspruchung des letzteren. Bei Säulen, die durch mehrere Stockwerke eines Gebäudes hinaufgehen, wird der Querschnitt nach oben geringer, so daß die Eisen abgekröpft werden müssen, ferner wird sich in einem solchen Falle die Notwendigkeit ergeben, Eisen zu stoßen, was in einfacher Weise durch Überschieben von kurzen Gasrohrstücken über die stumpfen Stöße bewirkt werden kann. Mehr Widerstand gegen etwaige Biegungsbeanspruchungen bietet aber ein Übergreifen der Säuleneisen auf 50—80 cm Länge, wobei sie an den Enden mit Haken versehen sind, vergl. Abbildung 18.

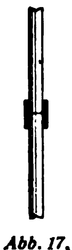


Abb. 17. Stoß der Säuleneisen.

Selbstverständlich kann der Säulenquerschnitt auch rechteckig, sechseckig, achteckig, rund etc. sein, und die Zahl der Eisenstangen kann mit der Beanspruchung steigen, bei exzentrischer Belastung sogar einseitig verteilt sein. Das Innere der Säulen kann auch hohl, etwa durch Einbetonieren von Röhren ausgebildet werden, sei es um zur Ableitung von Regenwasser oder zum Einlegen von Gas- oder Wasserleitungsröhren zu dienen.

Die Querschnitte der Säulen wechseln je nach Beanspruchung und Knickgefahr von 20/20 cm bis 70/70 cm und mehr. Der Durchmesser der einzulegenden Eisen kann von 14—40 mm wechseln.

Die Säulen aus spiralarmiertem Beton nach *Considère* zeigen nur eine schwache Längsarmierung aus geraden Eisen, dagegen ist das Hauptgewicht auf eine spiralförmige Umwicklung des von der schwachen Längsarmierung eingeschlossenen Betonkerns gelegt, wodurch ein wirksamer Schutz gegen das seitliche Ausweichen des Materials unter Druck erzielt wird. Diese Drahtspiralen sind noch ganz im Beton eingeschlossen und es eignen sich deshalb für diese Anordnung am besten kreisrunde oder achtseitige, auch sechsseitige Querschnittsformen. Die erste Veröffentlichung *Considères* über den »béton fretté«, was im Deutschen wohl am besten mit umschnürtem oder umwickeltem Beton zu übersetzen ist, erschien im »Génie civil«, November 1902. Seine Versuche an Betonzylindern mit spiralförmiger Armierung ergaben eine 2,4mal bessere Materialausnützung als die übliche senkrechte Armierung, und die Festigkeit des Betons konnte durch entsprechende Umwicklung bis zu 800 kg/qcm gesteigert, also vervierfacht werden. Praktische Anwendungen sind schon ziemlich zahlreich und kommen namentlich dann in Frage, wenn aus irgend welchen Gründen eine schwer belastete Säule einen möglichst geringen Querschnitt erhalten soll.

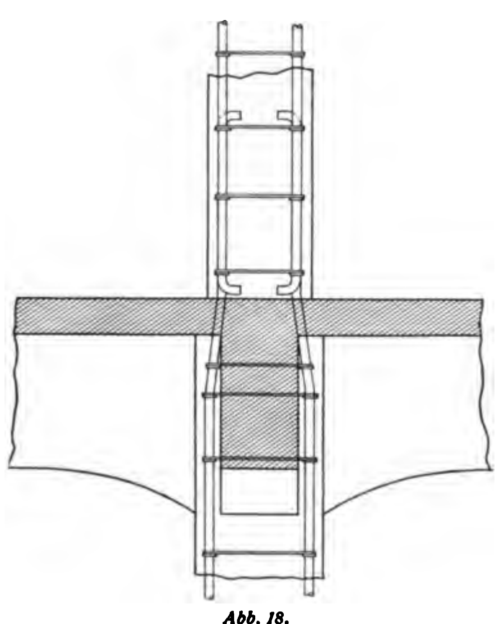


Abb. 18.
Stoß der Säuleneisen durch Übergreifen.

Die *Considère*sche Erfindung ist im Deutschen Reiche patentiert und das Ausführungsrecht ist von der Firma *Wayß & Freytag A.-G.* erworben worden. Da aber der Anwendung zur Zeit baupolizeiliche Bestimmungen entgegenstehen, welche eine so hohe Beanspruchung des Betons nicht zulassen, so war die Firma veranlaßt, eine Versuchsreihe über spiralarmierte Betonprismen an der Materialprüfungsanstalt in Stuttgart durchführen zu lassen, um dadurch einwandsfreie Grundlagen für die Dimensionierung solcher Säulen zu erhalten. Die Ergebnisse dieser Versuche werden später vorgeführt werden.

Gewölbe.

Die Armierung der ebenen Platte kann in gleicher Weise als Eiseneinlage für kleinere Gewölbe gewählt werden. Bei parabolischer Bogenform und gleichmäßiger Belastung, überhaupt in allen Fällen, wo keine biegenden Momente auf das Gewölbe einwirken, genügt ein Geflecht nahe der inneren Laibung. Meistens ist eine solche Armierung ungenügend, indem sich die Notwendigkeit einer zweiten Eiseneinlage im Rücken ergibt, welche vom Kämpfer bis über die sogen. Bruchfuge hinläuft. Bei Brückengewölben, die sehr veränderlichen Belastungen ausgesetzt sind, werden die Rundeiseneinlagen an der Laibung und dem Rücken des Gewölbes ganz durchgeführt.

Vor den reinen Betongewölben haben die mit Eiseneinlagen versehenen den Vorzug, daß sie außer Druckspannungen auch Zugspannungen aufnehmen können. Es ist also bei geringer Spannweite möglich, die Druckfestigkeit des Materials auszunützen und man erreicht so bedeutend geringere Gewölbestärken, als mit nicht armierten Gewölben, deren Stärken bei kleineren Spannweiten bekanntlich so groß zu wählen sind, daß Zugspannungen nicht auftreten.

Bei größeren Spannweiten treten Zugspannungen bei zweckmäßig geformten Gewölben nicht auf und die Armierung verliert hier an Bedeutung, da sie die Druckspannungen auf den Beton nicht in dem Maß vermindert, daß sich ihre Anwendung wirtschaftlich rechtfertigen läßt. Bei weitgespannten Brückenbögen ist die richtige Gewölbeform sehr wichtig, um mit der zulässigen Druckbeanspruchung des Betons auszukommen, dagegen kann man bei geringerer Weite und Anwendung von Eiseneinlagen innerhalb gewisser Grenzen die Form frei wählen. Es ist dies ein oft im Hochbau vorkommender Fall, daß eine Bogenform aus architektonischen Gründen gewählt werden muß, die den statischen Verhältnissen nicht entspricht und daher nur in Eisenbeton ausführbar ist.

Ähnlich wie bei den Platten werden auch bei den Gewölben Querstäbe eingelegt, die man auch als Verteilungsstäbe bezeichnet und die hier dem gleichen Zweck dienen. Die obere und die untere Eiseneinlage eines Gewölbes werden in gewissen Abständen durch schleifenförmige Drahtbügel miteinander verbunden.

Außer den Rundeiseneinlagen werden bei den Gewölben zuweilen Walzprofile verwendet (System *Melan*). Es ist dann das Gewölbe aus einer Reihe paralleler eiserner Bögen gebildet, die ganz in Beton eingeschlossen sind. In den Deckengewölben und kleineren Konstruktionen bestehen die eisernen Bögen aus ⊥-Eisen, Eisenbahnschienen oder vollwandigen I-Profilen und sind nur an den Kämpfern miteinander verbunden. Bei größeren Stützweiten und zunehmender Bogenstärke werden die Bögen als Gitterwerk ausgeführt und unter sich durch Traversen verbunden. Sie werden dann meist dazu benützt, die angehängte Schalung für das Gewölbe zu tragen.

Theorie des Eisenbetons.

Zu Anfang des Eisenbetonbaus standen dem Ausführenden keine Berechnungsmethoden zu Gebot und *Monier* sowie *François Coignet* erstellten ihre Konstruktionen nach praktischem Gefühl und Erfahrung. In den letzten Jahren entwickelten die Theoretiker einen wahren Wetteifer in der Aufstellung neuer Theorien für Eisenbeton, und bemühten sich, die eigenartigen Vorzüge der Verbindung von Beton und Eisen bezüglich ihres statischen Zusammenwirkens theoretisch zu erklären. Die Praxis war hier der Theorie weit vorausgeeilt.

Eine Hauptstreitfrage ist die, ob die Zugfestigkeit des Betons bei der Biegung berücksichtigt werden soll. Unter den in der Praxis stehenden Ingenieuren ist diese Frage schon von Anfang an ziemlich entschieden und zwar in dem Sinne, daß von der Zugfestigkeit des Betons vollständig abgesehen wird und die Eisen bis zur zulässigen Zugspannung beansprucht werden. Die Zugspannung des Betons bleibt ganz unberücksichtigt. Auf dieser Grundlage war schon die erste von Regierungsbaumeister *Koenen* in Berlin im Jahre 1886 gegebene genäherte Berechnungsweise der Monierplatten aufgestellt, die bis heute vielfach benützt wurde.

Die der Praxis des Betonbaues fernstehenden Theoretiker berücksichtigten meist die Zugfestigkeit des Betons, und zwar nehmen die ältesten Methoden Zug- und Druckelastizität des Betons gleich groß an; später wird der Elastizitätsmodul für Zug geringer angenommen, sodann werden für die Dehnungskurven des Betons Parabeln gesetzt und endlich nach den *Considère*schen Versuchen ist die Spannungslinie des gezogenen Betons durch eine dem Querschnitt parallele Gerade dargestellt worden. Es ist vorauszusehen, daß mit solchen Annahmen Ausdrücke erhalten werden, deren Länge vielleicht von den Autoren als besonderes Merkmal der Genauigkeit und Zuverlässigkeit betrachtet wird. Für den Konstrukteur bieten diese langen Formeln nichts Verlockendes. Dazu kommt, daß der Ersatz der Deformationskurve durch eine Parabel ungenauer ist als derjenige durch

eine Gerade, denn man muß den Deformationskurven Gewalt antun, wenn man sie in die Form einer Parabel pressen will. Aber abgesehen von alledem, bieten diese Berechnungsmethoden nicht den wünschenswerten Grad von Sicherheit, sie können vielmehr geradezu gefährlich werden, wenn das Prozentverhältnis der Armierung zu gering gewählt wird.

Es liegt nicht im Sinne der vorliegenden Schrift, eine Übersicht oder Zusammenstellung aller vorgeschlagenen oder angewendeten Rechnungsmethoden zu geben. Hierzu ist umsoweniger Veranlassung vorhanden, als im Jahre 1904 in den »Vorläufigen Leitsätzen für Eisenbetonbauten«, aufgestellt vom Verbande Deutscher Architekten- und Ingenieurvereine und dem Deutschen Beton-Verein, und in den von der K. preußischen Regierung herausgegebenen »Bestimmungen für die Ausführung von Konstruktionen aus Eisenbeton bei Hochbauten« für die Prüfung von Entwürfen nur Berechnungsmethoden angegeben werden, die mit denjenigen identisch sind, welche wir in der ersten Auflage dieses Buches vom Jahre 1902 entwickelt haben. Auch die neuen Bestimmungen des französischen Ministeriums der öffentlichen Arbeiten, der Posten und Telegraphen vom 20. Oktober 1906 enthalten die gleichen Voraussetzungen und Rechnungsmethoden. Wir werden uns also in der Hauptsache mit dieser von uns seither vertretenen Theorie beschäftigen, die sich im Laufe der Jahre in unseren zahlreichen Ausführungen praktisch bestens bewährt hat. Seit der ersten Auflage haben wir uns bemüht, weiteres Versuchsmaterial zu sammeln, das geeignet ist, die Berechtigung unserer Rechnungs- und Konstruktionsmethoden zu beweisen, und besonders auch Aufschluß zu geben über die Wirkung der Schubkräfte bei den Plattenbalken.

Wir geben daher die Rechnungsmethoden in engem Zusammenhang mit den Versuchsresultaten. Auf keinem Gebiet der Technik ist es mehr angezeigt, streng auf dem Boden des Versuchs zu bleiben, wenn man unliebsame Erfahrungen vermeiden will, denn unsere Erkenntnis des Eisenbetons ist unvollkommen und Überraschungen ausgesetzt. Ehe wir zu den Berechnungsweisen übergehen, die genügend einfach sind, um ihre fortlaufende tägliche Anwendung zu gestatten, geben wir eine Übersicht der Festigkeits- und Elastizitätsverhältnisse des Eisens und des reinen Betons.

Das Eisen.

Die Eigenschaften des Eisens (Flußeisen oder Stahl) sind heute allgemein bekannt. Bei der Berechnung der Eisenkonstruktionen wird Proportionalität zwischen Spannungen und Dehnungen vorausge-

setzt und die Proportionalitätsgrenze wird von den tatsächlichen Beanspruchungen nie überschritten. Es ist ferner die Zugfestigkeit gleich der Druckfestigkeit und das elastische Verhalten ist bei Zug und bei Druck dasselbe. Über die Elastizitätskoeffizienten und die zulässigen Beanspruchungen sind die Ansichten nicht wesentlich verschieden. Das in der Regel zu Einlagen in den Beton verwendete Eisen ist Flußeisen in Form von Rundstangen. In nachstehender Tabelle sind die Ergebnisse von Proben gewöhnlichen Handelsrundeisens angegeben, wobei aber *d* nicht die ursprüngliche Dicke der Rundeisen, sondern den Durchmesser des abgedrehten Versuchsstabes bedeutet.

Ergebnisse von Versuchen mit Rundeisen
ausgeführt von der
Materialprüfungsanstalt der Kgl. Techn. Hochschule Stuttgart.

Durchmesser *d* mm	Streckgrenze kg/qcm	Zugfestigkeit kg/qcm	Elastizitätsmodul *E* kg/qcm	Bruchdehnung, gemessen auf die Länge 10 . *d* %	Querschnittsverminderung %
10	2994	4178	2192000	—	—
10	3026	4182	2143000	26,4	66,9
10	3104	4123	2140000	27,0	69,1
10	3117	4234	2172000	24,8	66,9
10	3038	4329	—	—	71,0
15	2710	3810	2116000	27,2	55,3
15	2725	4146	2150000	30,0	71,7
15	2627	3870	2140000	26,4	55,6
15	2938	4124	2133000	28,0	71,6
15	3277	4610	—	30,0	53,7
20	2650	3940	2184000	30,3	64,4
20	2166	3790	2165000	31,2	64,0
20	2681	3991	2161000	30,4	64,4
20	2627	3845	2177000	31,2	63,6

Für besondere Zwecke, namentlich bei Brückengewölben, kann das Eisen auch in Form gewalzter Profile oder als Gitterträger zu Einlagen verwendet werden.

Viel empfohlen zur Armierung der Platten wird das Streckmetall *(expanded metal)* des Amerikaners *Golding*, das durch Stanzen und Biegen aus Blechen hergestellt wird (Abbildung 19). Die verlangte Widerstandsfähigkeit kann durch verschiedene Blechstärken und Maschenweiten erreicht werden, indessen hat man bei Verwendung von Streckmetall nicht die leichte Anpassungsfähigkeit an den Verlauf der Momente, wie bei Benützung von Rundeiseneinlagen, so daß

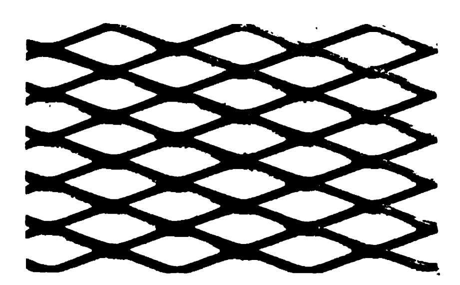


Abb. 19. Streckmetall.

das Streckmetall nur zu einfachen Platten verwendet werden kann. Die ganz leichten Sorten dienen als Putzträger für verschiedene Zwecke. Bei der Herstellung des Netzes aus dem Blech wird das Material einer bedeutenden Beanspruchung unterworfen und da das Flußeisen durch Stanzen in seiner Festigkeit und Dehnungsfähigkeit beeinträchtigt wird, so müssen die dadurch hervorgerufenen Mängel durch Ausglühen der Bleche wieder behoben werden.

In Amerika sind verschiedene Formen der Eiseneinlagen im Gebrauch, die alle den Zweck verfolgen, ein Gleiten der Eisen im Beton zu verhindern. Bei den Ransomeisen (Abbildung 20) geschieht dies durch spiralfömige Windung der Eisenstangen quadratischen Querschnitts, bei den Johnsoneisen sind Erhöhungen auf den Seitenflächen

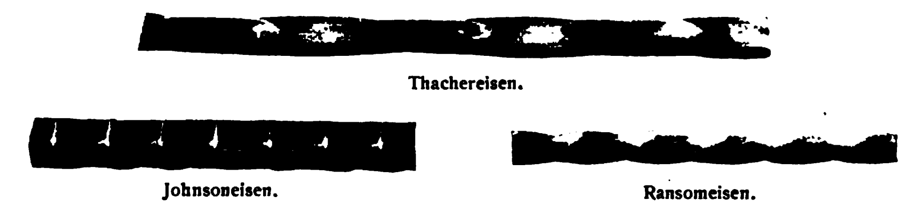


Abb. 20. Amerikanische Einlageeisen.

angewalzt, und die Thacher- oder Knoteneisen sind bei gleichbleibendem Querschnittsinhalt mit Anschwellungen versehen. Die »Knoten« können wohl die erhoffte Wirkung haben, wenn die Eisen in größeren Betonmassen verankert sind, werden aber das Gegenteil bewirken in den schmalen Rippen der Plattenbalken, indem sie auf den Beton, namentlich an der Unterseite der Rippen, eine sprengende Wirkung ausüben, so daß ein vorzeitiges Aufhören der Adhäsion eintreten kann.

Wie wir später zeigen werden, reicht die Adhäsion der gewöhnlichen Rundeisen mit umgebogenen Enden vollständig hin, die auftretenden Kräfte mit Sicherheit zu übertragen, wenn im übrigen die Anordnung der Hauptarmierung auch den Schubspannungen angepaßt ist, so daß keine Veranlassung besteht, sie durch die teureren Spezialeisen zu ersetzen.

Der Beton.

Für Eisenbetonkonstruktionen kommen nur fette Mischungen aus feinkörnigem Material in Betracht. Erfahrungsgemäß wird die nötige Adhäsion und rostschützende Eigenschaft des Betons nur dann erzielt, wenn der Beton genügend naß (in weichem Zustand) eingebracht wird und das Mischungsverhältnis so fett ist, daß sich beim Stampfen so viel reiner Zement an den Eisen abscheiden kann, als zu deren dichten Umhüllung nötig ist. Diese Zementhaut haftet auch noch beim Reißen und bei völliger Zertrümmerung des Betons am Eisen und bildet dessen eigentlichen Rostschutz, was durch Versuche leicht festgestellt werden kann. Bei Verwendung von mehr trockenem und magerem Beton ist es notwendig, die Eiseneinlagen unmittelbar vor dem Einbringen des Betons mit Zementmörtel zu bestreichen.

Der Sandzusatz ist von größter Bedeutung für die Qualität des Betons; er bildet mit dem Zement den Mörtel des Betons und von der Festigkeit dieses Mörtels hängt auch die Festigkeit des Gesamtbetons ab; meist ist diese noch etwas größer als die Festigkeit ohne Kieszusatz. In den »Mitteilungen über Druckelastizität und Druckfestigkeit von Betonkörpern mit verschiedenem Wasserzusatz«, Stuttgart 1906, Seite 11 und 14, sind in dieser Hinsicht die folgenden Zahlen von Interesse:

Die Druckfestigkeiten von Mörtel, ausgesiebt aus der Mischung 1 : 2½ : 5, betrugen nach

	28 Tagen	100 Tagen
kg/qcm	294	332

während die Festigkeiten des entsprechenden erdfeuchten Betons der Mischung 1 : 2½ : 5 zu

	225	321

ermittelt wurden.

Entsprechend wurden (Seite 10 und 13) für die Mischung 1 : 4 : 8 erhalten:

Mörtel . .	280	258
Beton . .	230	254

Die Leitsätze des Verbandes Deutscher Architekten- und Ingenieurvereine für Eisenbetonbauten bestimmen über die Zusammensetzung des Betons, daß der darin enthaltene Mörtel bei Verwendung eines gemischtkörnigen Sandes bis 7 mm Korngröße nicht magerer als 1:3 sein soll und daß Zuschläge von Kiessteinen oder Steinschlag bis zu gleichen Teilen wie Sand beigegeben werden dürfen. Die Korngröße des Kieses oder Steinschlags liegt dabei zwischen den Grenzen von 7 und 25 mm.

Als Zement soll nur bester Portlandzement verwendet werden, der mindestens den »Normen« entspricht, da über andere Zemente namentlich in ihrem Verhalten zu den Eiseneinlagen keine genügenden Erfahrungen vorliegen.

Unter besonderen Verhältnissen kann die Verwendung von Bimskies als Zuschlagsmaterial zum Beton angezeigt sein. Wegen der geringeren Festigkeit kommt der Bimsbeton nur für leichte Deckenkonstruktionen, namentlich Dachdecken, in Betracht und bietet hier neben dem Vorzug des geringen Eigengewichts noch denjenigen der Isolierung hinsichtlich der Temperaturunterschiede. Obgleich der Bimsbeton meist für Voutendecken zwischen eisernen Trägern verwendet wird, eignet er sich auch für die Platten der Plattenbalkenkonstruktionen, wenn die Rippen aus Kiesbeton hergestellt werden. Der Bimsbeton wird gewöhnlich mit einem Zusatz von Flußsand bereitet.

Festigkeit und Elastizität des Betons.

Druckfestigkeit. Der Widerstand, den der Beton im allgemeinen dem Zerdrücken entgegensetzt, ist sehr veränderlich und richtet sich nach dem Mischungsverhältnis und den Eigenschaften des Sandes, Kieses und Kleinschlags, sowie nach dem Stampfen bei der Herstellung. Auch ist die Form und Größe der Versuchskörper von Einfluß auf die Festigkeitszahl. Die Druckfestigkeit pro Quadratzentimeter nimmt ab, wenn der Querschnitt des Probekörpers vergrößert wird. Besonders aber ändert sich die Widerstandsfähigkeit mit dem Verhältnis der Seitenlinie zur Höhe. Wenn dieses Verhältnis klein ist (wie bei den Mörtelfugen), ist die Festigkeit beträchtlich. Ist aber die Höhe ein Mehrfaches der Seitenlinie, so erfolgt der Bruch durch Überwinden der Scherfestigkeit in geneigten Flächen und die Druckfestigkeit, die überhaupt nicht in Frage kommt, erscheint dann gering, wenn man die Bruchlast durch die Querschnittsfläche dividiert. Die Druckfestigkeit würfelförmiger Probekörper bezeichnet man als die Würfelfestigkeit des Betons, und nimmt sie gewöhnlich als Maßstab für die zulässige Beanspruchung des Betons auf Druck bei den Eisenbetonkonstruktionen, denn es ist

hier dem Abgleiten nach geneigten Flächen durch entsprechende Armierung vorzubeugen.

Über die mit dem Alter zunehmende Festigkeit des Betons liegen interessante Proben vor, welche anläßlich des Baues der Donaubrücke bei Munderkingen gemacht worden sind. Aus 1 Teil Zement, 2,5 Teilen Sand und 5 Teilen Schotter stark plastisch hergestellt, zeigten diese Probewürfel von 20 cm Seitenlänge

nach 7 Tagen	eine Druckfestigkeit	von	202	kg/qcm	im	Mittel
„ 28 „	„	„	„	254	„	„	„
„ 5 Monaten	„	„	„	332	„	„	„
„ 2 Jahren 8 Monaten	„	„	„	520	„	„	„
„ 9 „	„	„	„	570	„	„	„

Neuerdings ist die Frage des erdfeuchten und plastischen Betons viel erörtert worden. Unter plastischem Beton wird hierbei ein Beton verstanden, der 50 % mehr Anmachwasser enthält, in stärkeren Schichten und mit einer geringeren Zahl Stampfstöße eingebracht wird als der erdfeuchte Beton. Zur Klärung der Streitfrage, ob erdfeuchter oder plastischer Beton der bessere sei, wurde an der Materialprüfungsanstalt der Technischen Hochschule in Stuttgart eine große Anzahl Proben über Druckfestigkeit und Druckelastizität für die verschiedensten Mischungsverhältnisse angestellt. Die von Baudirektor *v. Bach* veröffentlichten Ergebnisse dieser Untersuchungen*) bieten ein schätzbares Material. Die gestellte Frage ist durch diese Versuche nicht beantwortet worden, da die aus genau denselben Materialien in Ehingen und in Biebrich hergestellten Probekörper aus Gründen, die offenbar in der etwas verschiedenen Herstellung liegen, sich verschieden verhalten haben. Während die Probekörper von Ehingen fast durchweg eine zum Teil wesentlich höhere Druckfestigkeit des plastischen Betons ergaben, zeigten die in Biebrich gefertigten Körper eine Überlegenheit des erdfeuchten Betons, doch nimmt auch bei diesen der plastische Beton innerhalb 2 Jahren um gleich viel an Festigkeit zu, wie der erdfeuchte. Die Herstellung des erdfeuchten Betons erfordert sehr geübte Arbeiter und peinliche Aufsicht, birgt aber fortgesetzt die Gefahr, daß Mängel in der Arbeit vorkommen. Demgegenüber hat man eine weitgehende Sicherheit, bezüglich der Gleichmäßigkeit des erzeugten Betons, wenn dieser plastisch, d. h. mit einem gewissen Überschuß an Wasser verarbeitet wird. Insbesondere ist der plastische Beton im Eisenbetonbau angezeigt, da das Stampfen durch die vielen Eiseneinlagen oft erschwert ist.

---

*) Mitteilungen über die Herstellung von Betonkörpern mit verschiedenem Wasserzusatz, sowie über die Druckfestigkeit und Druckelastizität derselben. Stuttgart 1903. Konrad Wittwer. — Der II. Teil (Stuttgart 1906, Konrad Wittwer) enthält die Versuche ausgedehnt auf das Alter von 2 Jahren.

Mit unseren Probekörpern prismatischer Form nach Abbildung 21, die zu Elastizitätsversuchen dienten, ergaben sich folgende Druckfestigkeiten als Mittel aus drei Versuchen (Mischung 1 Z : 3 Kiessand, plastisch): nach 3 Monaten 172 kg/qcm, nach 2 Jahren 308 kg/qcm.

Die Festigkeit der Eisenbetonbauten nimmt also mit der Zeit zu, so daß man sehr wohl die zulässige Druckbeanspruchung = $^1/_5$ der nach 28 Tagen ermittelten Würfelfestigkeit annehmen kann. Nach den »Leitsätzen« soll der Beton in der Regel nach 28tägiger Erhärtung unter normalen Witterungsverhältnissen in Würfeln von 30 cm Seitenlänge eine Druckfestigkeit von 180—200 kg/qcm besitzen. Läßt sich bei einem bestimmten Sande diese Festigkeit mit der Mörtelmischung 1 : 3 nicht erreichen, so ist entsprechend mehr Zement zuzusetzen. Das Mörtelverhältnis 1 : 3 ist überhaupt als äußerste Grenze zu betrachten, namentlich mit Rücksicht auf den sicheren Rostschutz des Eisens.

Zugfestigkeit. Die Resultate der Zugversuche sind noch verschiedener als diejenigen der Druckversuche. Alle für die Druckfestigkeit maßgebenden Umstände kommen auch hier in Betracht, jedoch haben Umfang und Form der Probekörper noch größeren Einfluß.

Die Zugversuche werden aber in der überwiegenden Mehrzahl mit Mörtelmischungen, also mit Probekörpern, die aus Zement und Sand allein bestehen, angestellt und dienen dann zur Beurteilung des Zements. Zugversuche mit eigentlichen Betonkörpern sind verhältnismäßig wenig bekannt geworden; sie ergeben kleinere Festigkeiten, als bei den Mörtelkörpern, z. B. wurde bei den für Elastizitätsversuche dienenden Probekörpern nach Abbildung 21 an der Materialprüfungsanstalt in Stuttgart mit von *Wayß & Freytag* eingelieferten Körpern folgendes erhalten:

Als Mittel aus je drei Körpern aus Heidelberger Zement und Rheinkies und -sand, plastisch hergestellt

Mischung	1 : 3,	Alter	3 Monate,	Zugfestigkeit	12,6 kg/qcm,
„	1 : 3,	„	2 Jahre,	„	15,5 „
„	1 : 4,	„	3 Monate,	„	9,2 „

Die Zahlen sind bei gleichartigen Versuchskörpern ziemlich schwankend, so ist die Zahl 15,5 das Mittel der drei Zugfestigkeiten 8,8, 15,8, 22,0.

Elastizität des Betons. Ebensowenig wie für die Bruchfestigkeit kann für die Elastizitätskoeffizienten des Betons ein für alle Fälle gültiger Wert angegeben werden, da alle oben angeführten Einflüsse sich auch auf die Elastizität geltend machen. Aus diesem Grunde können die von den verschiedenen Forschern gewonnenen Zahlen schwer miteinander verglichen werden und man kann daher nur emp-

fehlen, entweder in praktischen Fällen spezielle Versuche auszuführen, oder sich an solche unter ähnlichen Umständen angestellte zu halten.

Untersuchungen über die elastischen Deformationen des Portlandzementbetons bei Druckbeanspruchung sind durchgeführt worden von *Durand Claye**), von *Bauschinger*, vom Gewölbeausschuß des Österr. Ingenieur- und Architektenvereins; die eingehendsten und bekanntesten sind aber diejenigen von Baudirektor *v. Bach*.

Alle früheren Elastizitätsversuche leiden an dem Mangel, daß die Versuchsstücke und insbesondere die Meßlängen an denselben zu klein waren, ferner wurde bei den beobachteten Zusammendrückungen nicht unterschieden, welcher Teil davon bleibend, und welcher nur vorübergehend, d. h. elastisch oder federnd, war. Diese Unterscheidung wurde erstmals von Professor *v. Bach* gelegentlich seiner Versuche für die Württ. Ministerialabteilung für Straßen- und Wasserbau im Jahre 1895 durchgeführt (Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure 1895, 1897). Seine zylindrischen Probekörper von 25 cm Durchmesser hatten eine gesamte Höhe von 1 m. Die Verkürzung wurde auf eine Länge von 75 cm an zwei diametral gegenüberliegenden Stellen gemessen. Die Versuche wurden in folgender Weise angestellt:

Man brachte eine bestimmte Last auf, entsprechend 8 kg/qcm, alsdann wurde entlastet; diese Belastung und Entlastung wurde so lange wiederholt, bis die Längenänderungen nicht mehr zunahmen. Sodann wurde zur nächsten Belastungsstufe von 16 kg/qcm übergegangen und auch diese Belastung so oft aufgebracht und wieder weggenommen, bis die Zusammendrückungen sich nicht mehr änderten. In dieser Weise wurde fortgefahren und für jede einzelne Belastungsstufe die gesamte, die elastische und die bleibende Zusammendrückung festgestellt. Auf Grund dieser gewonnenen Zahlen wurden die Linien dieser Zusammendrückungen aufgetragen. Eine bestimmte Elastizitätsgrenze ist bei diesen Kurven nicht vorhanden, vielmehr wachsen die Zusammendrückungen schon von Anfang an stärker als die Spannungen.

Bei den Probekörpern aus Blaubeurer Zement kann für die Belastungsstufen bis 40 kg/qcm leicht eine Gerade substituiert werden.

Die von *v. Bach* ermittelten Kurven der Längenänderungen haben einen so regelmäßigen Verlauf, daß das Gesetz der Deformationen durch eine Gleichung ausgedrückt werden konnte, und zwar besteht zwischen den Zusammendrückungen und den Spannungen folgende Beziehung, die man als das Potenzgesetz bezeichnet

$$\varepsilon = \alpha \,.\, \sigma^m,$$

wobei ε die auf die Längeneinheit bezogene Deformation und σ die zugehörige Spannung bezeichnen; α und m sind Koeffizienten, die von

---

*) *Annales des ponts et chaussées 1888.*

den Eigenschaften des untersuchten Materials abhängen. Ähnliche Beziehungen sind für Sandstein, Granit, Gußeisen etc. aufgestellt worden, alles Stoffe, bei welchen keine Proportionalität zwischen den Deformationen und Spannungen besteht und die Zugelastizität von der Druckelastizität verschieden ist. Für einige Mischungsverhältnisse sind folgende Gleichungen gefunden worden, die aber nicht für alle Zementmarken zutreffend sein können:

Mischung 1 Z : 2½ Sand : 5 Kies . . $\varepsilon = \frac{1}{298000} \sigma^{1,14}$

„ 1 Z : 2½ Sand : 5 Schotter $\varepsilon = \frac{1}{457000} \sigma^{1,16}$

„ 1 Z : 3 Sand . . . . . . $\varepsilon = \frac{1}{315000} \sigma^{1,15}$

„ 1 Z : 1½ Sand . . . . . $\varepsilon = \frac{1}{356000} \sigma^{1,11}$.

Ein reichhaltiges Material über die Druckelastizität einer großen Anzahl Stampfbetonsorten verschiedener Mischung, erdfeucht und plastisch hergestellt, findet sich in den schon oben erwähnten »Mitteilungen über die Herstellung von Betonkörpern etc.« von Baudirektor *v. Bach*, 1903 und 1906.

Der Mangel an Elastizitätsversuchen mit solchen Betonsorten, wie sie für Eisenbetonkonstruktionen in Betracht kommen und die geringe Anzahl der vom Gewölbeausschuß des »Öster. Ingen.- und Arch.-Vereins«, von *Grut & Nielsen* angestellten Versuche über die Zugelastizität des Betons veranlaßten die Firma *Wayß & Freytag*, im Jahre 1901 an der Materialprüfungsanstalt der K. Techn. Hochschule in Stuttgart weitere Proben über Druck- und Zugelastizität durchführen zu lassen.

Die Probekörper von nebenstehend abgebildeter Form wurden aus Mannheimer Portlandzement und Rheinkies und -sand hergestellt. Der Kiessand bestand aus etwa 3 Teilen Sand von 0—5 mm und 2 Teilen Kies von 5—20 mm Korngröße.

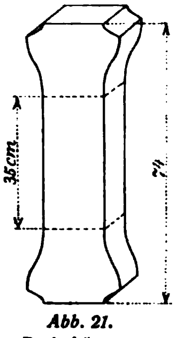


Abb. 21.
Probekörper.

Die Ergebnisse sind in den Abbildungen 22 bis 25 graphisch dargestellt und in den nachfolgenden Tabellen enthalten; die Zahlen stellen immer das Mittel aus drei Versuchskörpern vor. Von jeder der Mischungen 1 : 3, 1 : 4 und 1 : 7 wurden je sechs Körper mit den Wasserzusätzen von 8 % und 14 % hergestellt und davon die eine Hälfte auf Druckelastizität und die andere auf Zugelastizität untersucht. Die Meßlänge betrug 350 mm; von Belastungswiederholungen wurde abgesehen, um die Versuche nicht zu zeitraubend und zu umständlich zu machen, dagegen wurde auf jeder Stufe eine Belastungsdauer von 3 Minuten eingehalten. Das

Alter der Probekörper war ziemlich gleichmäßig, nämlich 80—90 Tage. Wir beschränken uns auf die Ergebnisse der Probekörper aus den Mischungen 1 : 3 und 1 : 4, indem die Mischung 1 : 7, die sich gegenüber diesen beiden natürlich als minderwertig erwies, für Eisenbeton nicht in Frage kommt.

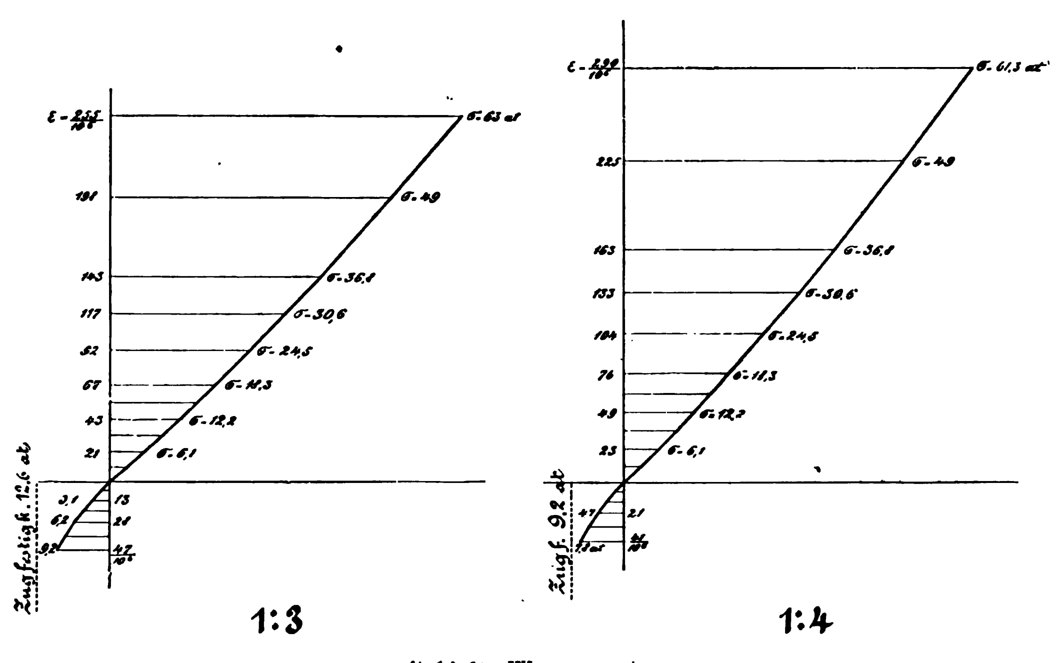
Mischung 1 : 3.

	Spannung kg/qcm	Wasserzusatz 8 %		Wasserzusatz 14 %	
		Längenänderung in Millionstel	*E*	Längenänderung in Millionstel	*E*
Druckspannung	61,3	255	240000	293	209000
	49,0	198	247000	227	216000
	36,8	143	257000	165	222000
	30,6	117	261000	135	227000
	24,5	92	266000	104	235000
	18,3	67	273000	76	241000
	15,3	55	278000	62	246000
	12,2	43	284000	48	254000
	9,2	32	287000	36	260000
	6,1	21	290000	23	265000
	3,0	10	300000	11	272000
	0	—	—	—	—
Zugspannung	1,6	6	267000	7	230000
	3,1	13	238000	15	207000
	4,6	20	230000	23	200000
	6,2	28	221000	32	194000
	7,7	38	203000	44	175000
	9,2	47	196000	—	—
		Zugfestigkeit = 12,6 kg/qcm		Zugfestigkeit = 10,5 kg/qcm	

Trägt man die spezifischen Längenänderungen als Ordinaten, und die Spannungen als Abszissen auf, so ergeben sich die Kurven der Abbildungen 22—25.

Kurven der Längenänderungen von Betonkörpern

mit 8 % Wasserzusatz.



mit 14 % Wasserzusatz.

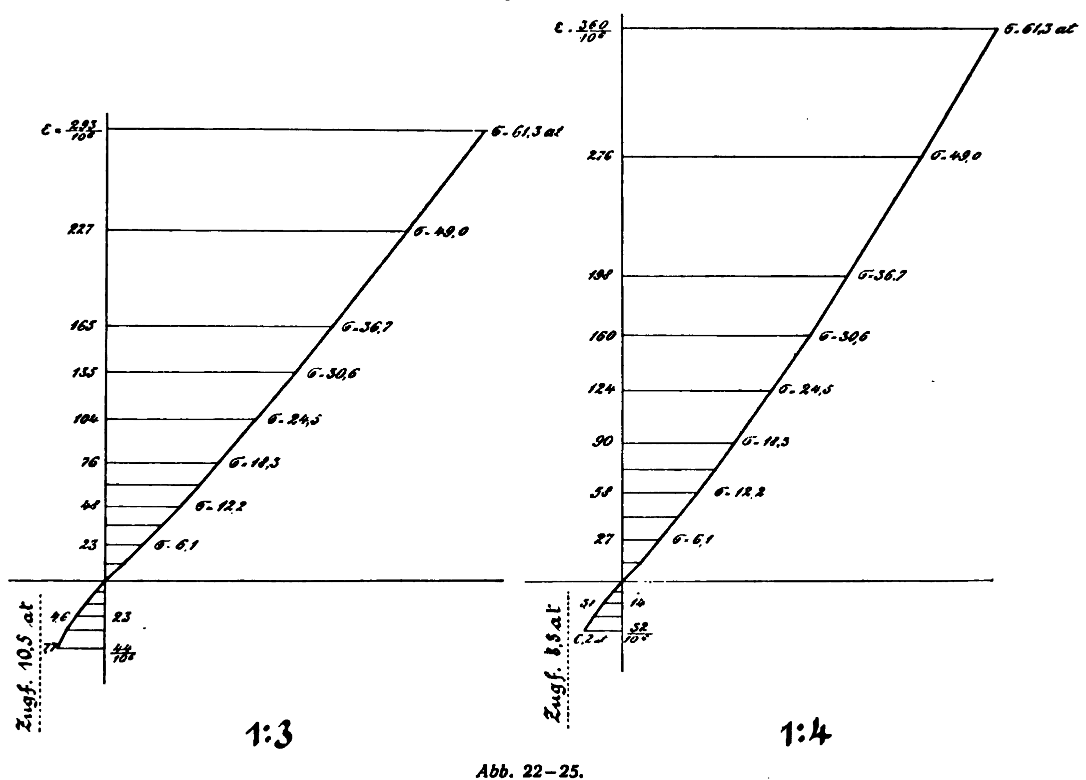


Abb. 22–25.

Mischung 1 : 4.

	Spannung kg/qcm	Wasserzusatz 8 %		Wasserzusatz 14 %	
		Längenänderung in Millionstel	E	Längenänderung in Millionstel	E
Druckspannung	61,3	290	211000	360	170000
	49,0	225	218000	276	177000
	36,7	163	225000	198	185000
	30,6	133	230000	160	191000
	24,5	104	235000	124	198000
	18,3	76	241000	90	203000
	15,3	62	247000	73	210000
	12,2	49	250000	58	215000
	9,2	36	257000	42	219000
	6,1	23	265000	27	226000
	3,0	11	273000	12	250000
	0	—	—	—	—
Zugspannung	1,6	6	266000	6	250000
	3,1	13	240000	14	221000
	4,6	21	224000	22	200000
	6,2	31	200000	32	194000
	7,8	41	190000	—	—
		Zugfestigkeit = 9,2 kg/qcm		Zugfestigkeit = 8,8 kg/qcm	

Die Kurven zeigen einen ziemlich regelmäßigen Verlauf. Die Zugfestigkeiten sind an größeren prismatischen Körpern aus Beton immer wesentlich geringer als bei den Mörtelproben in Achterform, die viel fester eingestampft werden können. Bezüglich der Wirkung des Wasserzusatzes ist zu beachten, daß die Probekörper in dichtschließenden gußeisernen Formen hergestellt wurden und Sand und Kies nicht absolut trocken waren, daß also der Wasserzusatz von 14 % namentlich bei den mageren Mischungen ein ungewöhnlich reichlicher war, der in der Praxis selbst beim plastischen Beton nicht erreicht werden wird. Gegen die Grenze der Zugfestigkeit können derartige Versuche nicht mit der vielleicht wünschenswerten Annäherung ausgeführt werden, da sonst die Gefahr einer Demolierung der Meßinstrumente besteht.

Ähnlich wie die Festigkeit nimmt auch der Elastizitätsmodul des Betons mit fortschreitendem Alter zu, wie aus den nachstehenden Versuchsergebnissen an 2 Jahre alten Probekörpern 1 : 3 mit 14 % Wasser zu ersehen ist. Die Zahlen der 3 Monate alten Körper gleicher Zusammensetzung sind zum Vergleiche beigesetzt.

Nasse Mischung 1 : 3.

	Spannung kg/qcm	3 Monate alt: Längenänderung in Millionstel	3 Monate alt: *E*	2 Jahre alt: Längenänderung in Millionstel	2 Jahre alt: *E*	Bemerkung
Druckspannung	86,0	—	—	334	257000	Mittel aus drei Körpern.
	73,7	—	—	280	263000	
	61,3	293	209000	229	268000	
	49,0	227	216000	180	272000	
	36,8	165	222000	132	278000	
	30,6	135	227000	109	280000	
	24,5	104	235000	87	283000	
	18,3	76	241000	64	286000	
	12,2	48	254000	42	290000	
	6,1	23	265000	20	305000	
	0	—	—	—	—	
Zugspannung	1,6	7	230000	4,7	340000	Nur ein Körper.
	3,1	15	207000	9,8	316000	
	4,6	23	200000	14,8	311000	
	6,2	32	194000	20,0	310000	
	7,7	44	175000	25	308000	
	9,2	—	—	30,3	303000	
	10,8	—	—	35,5	303000	
	12,3	—	—	40,8	301000	
	13,8	—	—	46,2	298000	
		Zugfestigkeit = 10,5 kg/qcm		Zugfestigkeit = 15,8 kg/qcm		

Die Kurven der Längenänderungen dieses 2 Jahre alten Betons sind in Abbildung 26 graphisch dargestellt.

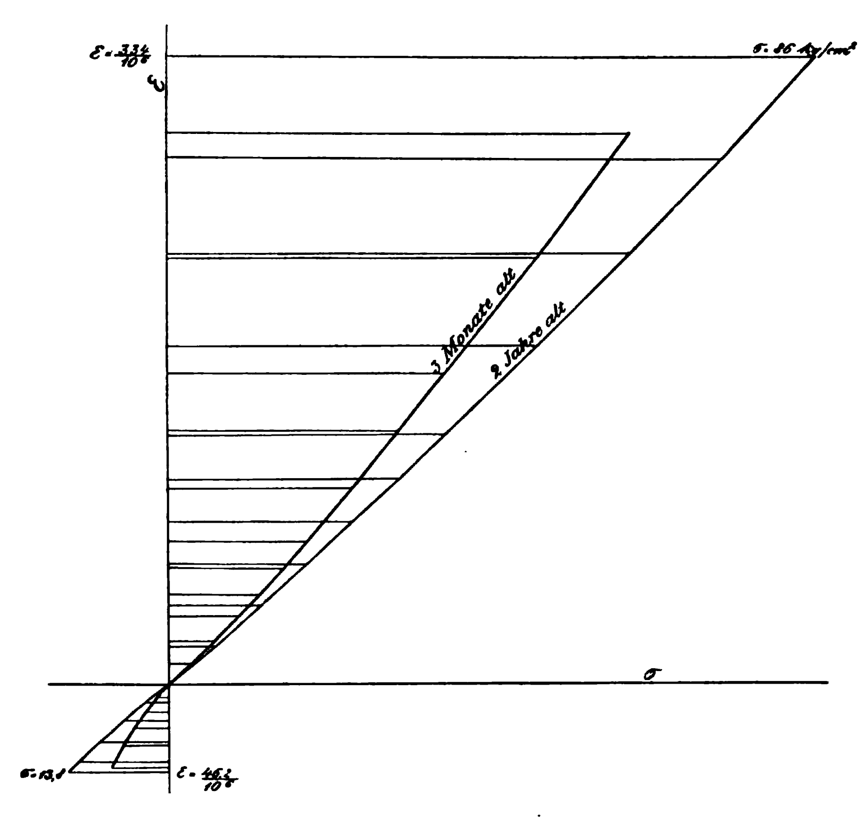


Abb. 26. Kurven der Längenänderungen von 3 Monate und 2 Jahre altem Beton 1 : 3.

Biegungsfestigkeit des Betons. Die aus den Biegebruchversuchen mit Hilfe der *Navier*schen Biegungsformel berechneten Zugfestigkeiten rechteckiger Betonbalken erweisen sich immer etwa doppelt so groß, als die durch den direkten Zugversuch ermittelten. Wir geben zunächst die Resultate einiger Biegeversuche reiner Betonkörper, um sodann zur theoretischen Erklärung dieses scheinbaren Widerspruches überzugehen.

Versuche
von K. K. Baurat Prof. *Hanisch* und Oberingenieur *J. A. Spitzer.*

Bei diesen Versuchen wurde nicht nur die Biegungsfestigkeit der Betonplatten ermittelt, sondern es wurden noch aus den gebrochenen Platten mit möglichster Vorsicht Probekörper herausgemeißelt und deren Zug- und Druckfestigkeit bestimmt. Das Mischungsverhältnis war 1 : 3 $^1/_2$, die Stützweite betrug 1,50 m, die Plattenbreite 60 cm und das Alter 268 Tage.

Nr.	Dicke cm	Getragene Einzellast kg	Eigenlast kg	Druck-festigkeit	Zug-festigkeit	Biegungs-festigkeit $k = \frac{M}{^1/_6 b h^2}$
1	7,8	800	170	296	29	54,6
2	11,5	1400	240	329	24	43,2
3	11,5	1500	240	256	27	46,1
4	8,0	700	175	314	23	49,1
5	10,0	1200	210	352	20	46,2
6	10,0	1200	210	300	29	49,1
		Mittelwerte		308	25	48,0

Die Erklärung für den scheinbaren Widerspruch ist darin zu suchen, daß wegen der Veränderlichkeit der Elastizitätskoeffizienten und ihrer Ungleichheit für Zug und Druck die *Navier*sche Biegungsformel nicht mehr anwendbar ist, also die hiernach berechneten hohen Biegungsfestigkeiten nur Vergleichswerte, nicht aber Zugspannungen vorstellen.

Schon Professor *W. Ritter*-Zürich hat im I. Teil seiner »Anwendungen der graphischen Statik« 1888 eine graphische Berechnung der Spannungen gegeben, welche die Elastizitätsgrenze überschreiten, und darauf hingewiesen, daß sein Verfahren auch für alle Körper anwendbar sei, deren Spannungsdiagramm in seiner ganzen Ausdehnung krummlinig verläuft, wie z. B. beim Gußeisen, dessen elastisches Verhalten ganz ähnlich demjenigen des Betons ist.

Man könnte versuchen, die Spannungen unter Anwendung des Potenzgesetzes zu berechnen, eine derartige Abhandlung erschien von Ingenieur *Carling* in der »Zeitschrift des Österreich. Ingenieur- und Architektenvereins« 1898. Auf Grund der von Prof. *v. Bach* für einen Granit ermittelten Elastizitätszahlen sind daselbst für einen rechteckigen Querschnitt die Lage der Neutralachse, die zugehörigen größten Zug- und Druckspannungen und die Beziehungen zwischen Trägerhöhe und Moment bei bestimmten Zugspannungen mit Hilfe des Potenzgesetzes berechnet. Da jedoch das Potenzgesetz nur für niedere Spannungsintervalle gilt, so läßt sich diese Berechnungsweise nicht auf die Verhältnisse beim Bruch anwenden.

In demselben Jahrgang genannter Zeitschrift wurde von *J. A. Spitzer*, Direktor der Firma *Wayß & Co.* in Wien, eine Berechnung für Träger aus Materialien von veränderlichem Formänderungskoeffizienten gegeben, welche, eine Näherungsmethode darstellend, auf alle Trägerformen an-

wendbar ist und nur die Linien der Längenänderungen für Zug und Druck als bekannt voraussetzt.

Die einfachste Erklärung der hohen Biegungsfestigkeiten des Betons erhält man nach dem zuerst erwähnten graphischen Verfahren wie folgt:

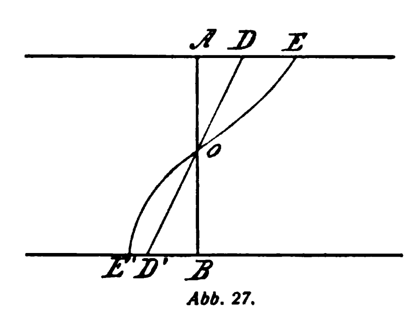


Abb. 27.

Nimmt man die *Navier*sche Hypothese, wonach die Querschnitte eines Balkens bei der Biegung eben bleiben, auch hier als zutreffend an, so wird die Linie der Längenänderungen mit Bezug auf Abbildung 27 durch die Gerade DD', die Linie der Spannungen durch die Kurve EOE' dargestellt sein. Bei letzterer sind die Ordinaten proportional den Dehnungen; es ist also die Kurve EOE' nichts anderes als die Linie der Längenänderungen, die mit der durch den Versuch ermittelten übereinstimmen muß.

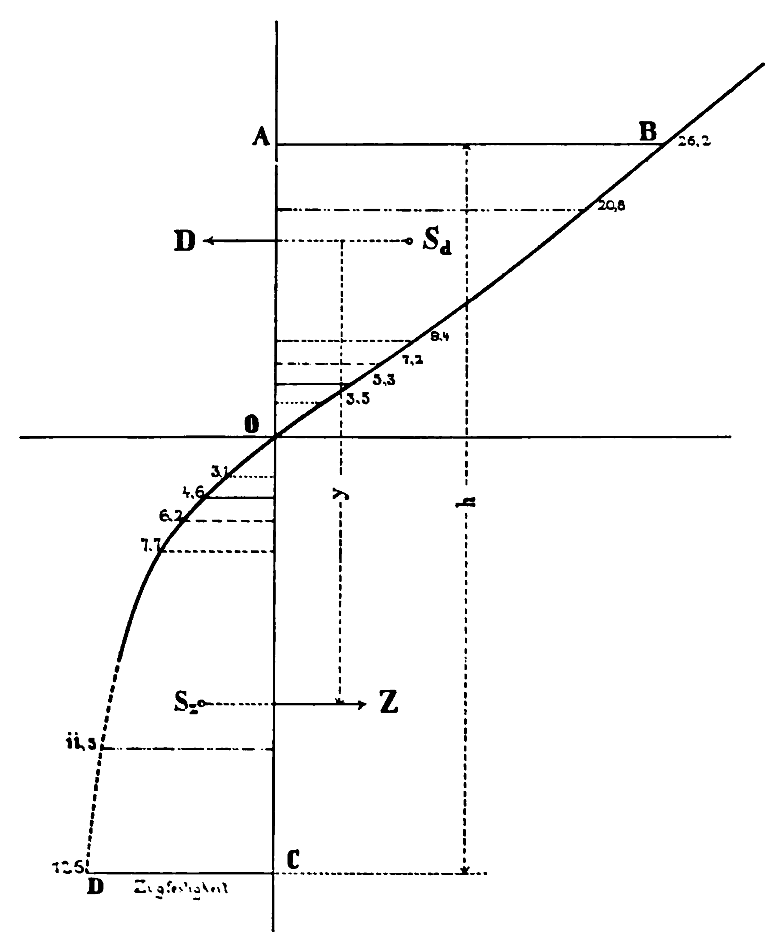


Abb. 28. Kurve der Längenänderungen für trockene Mischung 1 : 3.

Die Abbildung 28 stellt diese Linie dar, unter der wir uns also die Spannungsverteilung in einem rechteckigen Balkenquerschnitt denken können. Der Inhalt der Fläche über der neutralen Schicht stellt die Druckkraft, und derjenige unter derselben die Zugkraft im Querschnitt vor. Da keine äußeren horizontalen Kräfte auf den Balken wirken, muß in jedem Querschnitt die Zugkraft gleich der Druckkraft sein und daraus folgt, daß die Flächen OAB über und OCD unter der Neutralachse einander gleich sein müssen. Alle Abszissen, die an der Deformationskurve oben und unten gleiche Flächen abschneiden, stellen also zusammengehörige Druck- und Zugspannungen vor. Jeder Druckspannung entspricht eine ganz bestimmte Zugspannung. Sind S_d und S_z die Schwerpunkte der beiden Flächen OAB bezw. OCD, so ist das Moment der Innenkräfte gleich $D \cdot y = Z \cdot y$, wobei y die Entfernung der beiden Schwerpunkte bedeutet; dieses Moment muß dem Biegungsmoment der äußeren Kräfte gleich sein. Es läßt sich daher, sofern eine bestimmte Randspannung oben oder unten festgesetzt wird, das Moment in einer Funktion von h^2 ausdrücken (was man auch bei Anwendung des Potenzgesetzes erhält). Wird als Grenze der unteren Randspannung die Zugfestigkeit gewählt, so ergibt sich das größte mögliche Moment, das ohne Armierung aufgenommen werden kann.

Wird die Kurve der Dehnungen, wie es in Abbildung 28 geschehen ist, nach der Zugfestigkeitsgrenze hin verlängert, so erhält man z. B. für unsere Probekörper in trockener Mischung 1 : 3 folgende zusammengehörige Randspannungen bei Biegung

Druck	Zug
3,5 kg/qcm	3,1 kg/qcm
5,3 „	4,6 „
7,2 „	6,2 „
9,4 „	7,7 „
20,8 „	11,5 „
26,2 „	12,6 „

Ferner ergibt sich für den Augenblick des Bruches, also mit $\sigma_z = 12{,}6$, und für die Querschnittsbreite = 1

$$D = Z = 5{,}40\, h$$
$$y = 0{,}640\, h$$
$$M = 5{,}40 \cdot 0{,}64 \cdot h^2 = 3{,}45\, h^2.$$

Aus diesem Moment berechnet sich die *Navier*sche Biegungsspannung beim Bruch zu

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{M \cdot 6}{h^2} = 3{,}45 \cdot 6 = 20{,}7 \text{ kg/qcm},$$

während die tatsächliche Spannung auf der Zugseite 12,6 und auf der Druckseite 26,2 beträgt. Als Mittel aus drei Biegungsversuchen

ergab sich für die betreffende Mischung die *Navier*sche Biegungsspannung zu 21,4 kg/qcm, also eine befriedigende Übereinstimmung mit dem auf Grund der Deformationskurve zu erwartenden Wert, oder mit anderen Worten: es ist der Nachweis erbracht, daß beim Bruch infolge Biegung keine wesentlich andere Zugfestigkeit vorhanden ist, als beim unmittelbaren Zugversuch.

Die etwa 3 Monate alten Probekörper wurden mit einer konzentrierten Last P in der Mitte bis zum Bruch belastet; es ergaben sich hierbei folgende Biegungsfestigkeiten, nach der *Navier*schen Formel berechnet:

Mischung	1:3		1:4		1:7	
Wasserzusatz . .	8 %	14 %	8 %	14 %	8 %	14 %
Biegungsfestigkeit .	21,4	23,2	16,1	16,7	13,3	12,8
Zugfestigkeit . . .	12,6	10,5	9,2	8,8	4,4	5,5

Die Probekörper hatten eine Länge von 1,0 m, eine Breite von 15 cm und eine Höhe von 20 cm, sie waren ebenfalls aus Mannheimer Portlandzement und Rheinkies und -sand hergestellt.

Die Biegungsfestigkeit des Betons wird neuerdings häufig zusammen mit der Druckfestigkeit als Qualitätsmaßstab benützt, weil sie leichter zu ermitteln ist als die Zugfestigkeit, die wesentlich von der zentrischen Krafteintragung abhängt. Solange man die nach der *Navier*schen Formel gefundenen Biegungsfestigkeiten nur als Vergleichszahlen benützt und sich vergegenwärtigt, daß die Zugfestigkeit nur etwa die Hälfte beträgt, ist diese Methode sehr wohl zulässig.

Schub- und Scherfestigkeit des Betons. Die große Bedeutung, die den Schubkräften bei den Eisenbetonkonstruktionen zukommt, und das Fehlen anderweitigen Versuchsmaterials, war die Veranlassung zu den nachstehend beschriebenen Versuchen, die der Verfasser in seiner früheren Stellung bei der Firma *Wayß & Freytag* teils selbst vornahm, und die teils im Auftrag der Firma durch die Materialprüfungsanstalt der K. Technischen Hochschule in Stuttgart ausgeführt wurden.

Die Versuchsergebnisse führen zu einer strengen Unterscheidung der beiden Begriffe Schubfestigkeit und Scherfestigkeit.

Bekanntlich wirken in jedem Querschnitt x eines nach Abbildung 29 oder 30 belasteten Balkens Normalspannungen σ und Schubspannungen τ, die nach zwei geneigten, aufeinander senkrechten Richtungen die sogen. Hauptspannungen zur Folge haben, nämlich:

$$\sigma_I = \frac{\sigma}{2} + \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2}$$

$$\sigma_{II} = \frac{\sigma}{2} - \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2}$$

deren Richtung durch

$$tg\, 2\, \alpha = -\frac{2\, \tau}{\sigma}$$

bestimmt wird.

Hierbei ist vorausgesetzt, daß zwischen den Balkenfasern in vertikaler Richtung keine Pressungen vorhanden sind. Die Schubspannungen, die bekanntlich nach der Formel

$$\tau = \frac{Q \,.\, S}{J \,.\, b}$$

zu berechnen sind, treten paarweise auf,

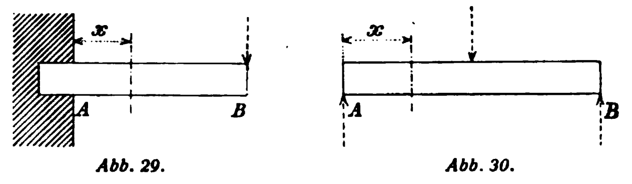


Abb. 29. *Abb. 30.*

d. h. in jedem Punkt ist die horizontale Schubspannung τ gleich der vertikalen. Wirken nur Schubspannungen τ in benachbarten Querschnitten, ist also $\sigma = 0$, wie z. B. bei einem nur auf Torsion beanspruchten Zylinder, so wird ein herausgeschnittenes Parallelepiped

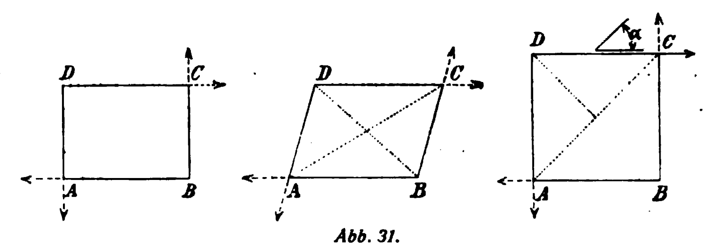


Abb. 31.

$ABCD$ (Abbildung 31) infolge der paarweise auftretenden Schubspannungen sich in ein Parallelogramm verwandeln, von dessen Diagonalen AC gedehnt und BD verkürzt wird. Die Hauptspannungen werden dann $\sigma_I = + \tau$ und $\sigma_{II} = - \tau$ und der Winkel $\alpha = 45^0$ Werte, die sich unmittelbar bei quadratischer Form des Rechtecks $ABCD$ ergeben. Berücksichtigt man noch den Einfluß der Querdehnung, so ergibt sich die der Dehnung entsprechende Materialbeanspruchung in schiefer Richtung $\sigma_z = \left(1 + \frac{1}{m}\right) \tau$ oder mit $m = 4$ würde die zulässige Schubbeanspruchung $\tau = 0{,}80\, \sigma_z$, ein Wert, der bei Eisenkonstruktionen vielfach angenommen wird und durch Versuche als berechtigt nachgewiesen ist.

Im Gegensatz zu den Belastungsfällen in Abbildung 29 und 30,

bei denen wir von Schubspannungen sprechen, und die dadurch gekennzeichnet sind, daß der Träger der Biegung ausgesetzt ist, und eine Einsenkung erfährt, ist der Fall der reinen Abscherung durch Abbildung 32*) dargestellt. Er unterscheidet sich von den vorhergehenden dadurch, daß Biegung nicht vorhanden ist, und die Querkraft theoretisch nur in einem Querschnitt auftritt, während sie vorhin auf größere Strecken für mehrere aufeinander folgende Querschnitte konstant blieb oder bei stetiger Last sich von einem Querschnitt zum andern nur unendlich wenig änderte. Man sieht auch sofort ein, daß reine Abscherung bei den praktischen Konstruktionen kaum vorkommen kann.

Das Verhalten des Betons rechtfertigt diese Unterscheidung zwischen Schub- und Scherspannungen, weil ihnen ganz verschiedene Brucherscheinungen und Bruchfestigkeiten entsprechen.

Um für den Fall der Abscherung (Abbildung 32) eine Beziehung zwischen Druck-, Zug- und Scherfestigkeit zu erhalten, können wir

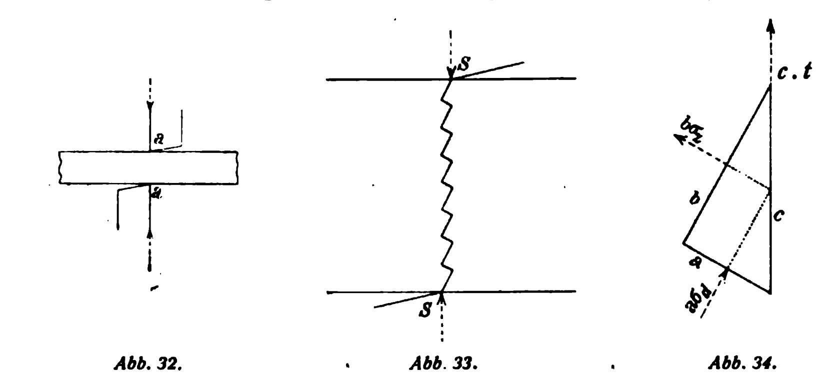


Abb. 32. *Abb. 33.* *Abb. 34.*

uns den Widerstand gegen Abscheren durch eine Verzahnung herbeigeführt denken (Abbildung 33), in deren unendlich kleinen Flächen abwechselnd und senkrecht zueinander Zug- und Druckkräfte wirken. Die Horizontalkomponenten dieser innern Kräfte müssen sich aufheben, die Summe ihrer Vertikalkomponenten muß die Scherkraft S ergeben, oder mit anderen Worten: die Scherkraft $c \,.\, t$ in der vertikalen Fläche eines Verzahnungselements (Abbildung 34) ist die Resultante der beiden Normalkräfte $b \,.\, \sigma_z$ und $a \,.\, \sigma_d$ und muß durch deren Schnittpunkt hindurchgehen, wodurch die Rechtwinkligkeit der gedachten Verzahnung bedingt ist. Aus der Überlegung, daß der Bruch dieser Verzahnung nur erfolgen kann, wenn gleichzeitig die Druckspannungen σ_d und die Zugspannungen σ_z je ihre Bruchgrenze erreichen, ergibt sich eine bestimmte Form der rechtwinkligen Dreiecke abc und weiterhin eine Beziehung zwischen der Scherfestigkeit t und der Zug- und Druckfestigkeit. Es ist im Kräftedreieck

$$c^2 \,.\, t^2 = a^2 \,.\, \sigma_d^2 + b^2 \,.\, \sigma_z^2.$$

*) Die Abbildungen 32—42 sind meinem in der »Schweizer. Bauzeitung« früher veröffentlichten Aufsatz darüber entnommen. (D. Verf.)

Die Horizontalkomponentengleichung gibt

$$b \,.\, \sigma_z \,.\, \frac{b}{c} = a \,.\, \sigma_d \,.\, \frac{a}{c}$$

oder

$$b^2 \,.\, \sigma_z = a^2 \,.\, \sigma_d,$$

in Verbindung mit der ersten Gleichung:

$$c^2 \,.\, t^2 = b^2 \,.\, \sigma_d \,.\, \sigma_z + a^2 \,.\, \sigma_d \,.\, \sigma_z = \sigma_d \,.\, \sigma_z \,(a^2 + b^2),$$

woraus

$$t = \sqrt{\sigma_d \,.\, \sigma_z}.$$

Die denkbare obere Grenze der Scherfestigkeit wäre also das geometrische Mittel aus Zug- und Druckfestigkeit.

Bei durchaus gleichartigem Material mit gleicher Zug- und Druckfestigkeit würde demnach $t = \sigma$ oder mit Berücksichtigung der Querdehnung

$$t = \frac{\sigma}{(1 + 1/m)}$$

erhalten.

In der Tat liefern Abscherversuche mit Schmiedeisen und Stahl die Scherfestigkeit = 0,7 bis 0,8 der Zugfestigkeit, also ebenso groß wie die Schub- bezw. Drehungsfestigkeit. (Vergl. *v. Bach,* »Elastizität und Festigkeit«.) Beim Beton aber, dessen Zugfestigkeit geringer als seine Druckfestigkeit ist, ergibt sich aus Versuchen die Scherfestigkeit ziemlich größer als die Zugfestigkeit, und nahe dem theoretischen Wert $t = \sqrt{\sigma_z \,.\, \sigma_d}$.

Folgendes sind die vom Verfasser angestellten Versuche:

Versuche über die Scherfestigkeit des Betons zeigten die aus Abbildung 36 ersichtliche Anordnung. Der prismatische Betonkörper von 18/18 cm Querschnitt wurde in der *Martens*schen Druckpresse liegend angebracht, oben und unten wurden abgehobelte Gußeisenstücke unterlegt, in der Weise, daß der Zwischenraum zwischen den beiden oberen Eisenstücken genau dem senkrecht darunter liegenden Eisenstück entsprach. Mit wachsendem Druck der Presse zeigte sich bei den nicht armierten Betonprismen zunächst ein Riß a in der Mitte von oben nach unten verlaufend, dessen Entstehung auf die Biegungsbeanspruchung des Probekörpers zurückzuführen ist. Gleichwohl konnte der Druck der Presse noch gesteigert werden, denn erst dann erfolgte die Kraftübertragung an den Kanten der eisernen Zwischenlagsstücke, wie es für die Ermittlung der Scherfestigkeit notwendig ist.

1. *Versuch* mit drei Betonkörpern der Mischung 1 : 3 mit 14 % Wasser, 18/18 cm im Querschnitt, Alter 2 Jahre (Abbildung 35).

Der Biegungsriß a tritt bei $P = 5$ t auf, die Belastung läßt sich aber steigern bis $P = 40$ t, wo die Abscherung links nach Riß b er-

folgt. Bei einem zweiten Körper erscheint der Biegungsriß bei $P = 10$ t und die Abscherung bei $P = 38$ t, während ein dritter Probekörper erst bei $P = 50$ t abgeschert wird. Unter der Annahme einer gleich-



Abb. 35. Versuch über Scherfestigkeit auf der *Martens*schen Druckpresse.

mäßigen Verteilung von P auf die beiden abzuscherenden Querschnitte ergaben sich folgende Scherfestigkeiten der drei Probekörper:

$$\left.\begin{aligned} t &= \frac{20000}{18 \,.\, 18} = 61{,}8 \text{ kg/qcm} \\ t &= \frac{19000}{18 \,.\, 18} = 58{,}7 \quad \text{„} \\ t &= \frac{25000}{18 \,.\, 18} = 77{,}2 \quad \text{„} \end{aligned}\right\} \text{im Mittel } 65{,}9 \text{ kg/qcm.}$$

Die Prüfung gleich alter Probekörper von genau derselben Mischung von 74 cm Höhe und 18/18 cm Querschnitt nach Abbildung 21, an der Materialprüfungsanstalt der Techn. Hochschule Stuttgart durchgeführt, ergab als Mittel von je drei Körpern folgende Festigkeiten:

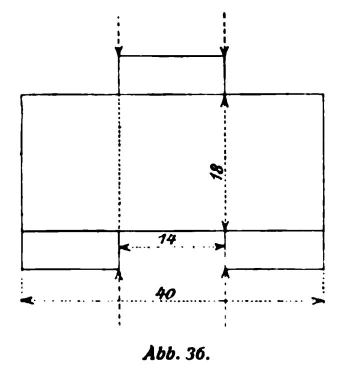


Abb. 36.

Zugfestigkeit σ_z

$$= \frac{8{,}8 + 15{,}8 + 22{,}0}{3} = 15{,}5 \text{ kg/qcm}$$

Druckfestigkeit σ_d

$$= \frac{350 + 342 + 233}{3} = 308 \text{ kg/qcm,}$$

so daß nach der oben entwickelten Theorie die Grenze der Scherfestigkeit bei

$$t = \sqrt{\sigma_z \cdot \sigma_d} = \sqrt{15{,}5 \cdot 308} = 69 \text{ kg/qcm}$$

gegeben wäre, gegenüber einer beobachteten von 65,9 kg/qcm.

2. *Versuch* mit 1 ½ Monate alten Betonprismen von 18/18 cm Querschnitt und der Mischung 1 : 4 mit 14 % Wasser. (Der Kiessand bestand aus 3 Teilen Sand von 0—5 mm, und 2 Teilen Kies von 5—20 mm Korngröße und hatte auch bei den anderen Probekörpern die gleiche Beschaffenheit.) Die Anordnung ist in Abbildung 36 dargestellt.

Körper 1: Biegungsriß in der Mitte bei $P = 15$ t; Abscherung erfolgte bei $P = 25$ t, was bei Annahme gleicher Verteilung die Scherfestigkeit

$$t = \frac{12500}{18 \cdot 18} = 38{,}6 \text{ kg/qcm}$$

ergibt.

Körper 2 gibt entsprechend $t = 41{,}7$ kg/qcm und

Körper 3: $t = 31{,}0$ kg/qcm.

Gleichzeitige Druck- und Zugversuche wurden mit diesen Körpern nicht vorgenommen, dagegen existieren die früher mitgeteilten Festigkeitszahlen von 3 Monate alten Betonprismen (nach Abbildung 21) von gleicher Zusammensetzung, nämlich als Mittel von drei Versuchen $\sigma_z = 8{,}8$ $\sigma_d = 172$ kg/qcm, so daß $t = \sqrt{8{,}8 \cdot 172} = 38{,}8$ kg/qcm zu erwarten wäre.

Als Mittel der drei Abscherungsversuche ergibt sich

$$t = \frac{38{,}6 + 41{,}7 + 31{,}0}{3} = 37{,}1 \text{ kg/qcm.}$$

3. *Versuche* mit *armierten* Betonprismen:

a) *Nur mit geraden Eiseneinlagen.*

Diese Versuchsreihe erfolgte an gleich großen Betonprismen von derselben Mischung und demselben Alter, wie die vorhergehende; jeder Probekörper enthielt aber noch eine Einlage von je vier Φ 10 mm in der Nähe des oberen und unteren Randes, wie in Abbildung 37 dargestellt ist. Die Eiseneinlagen waren durch keinerlei Bügel verbunden, sie verhinderten ein Auseinanderfallen der Probekörper und bewirkten,

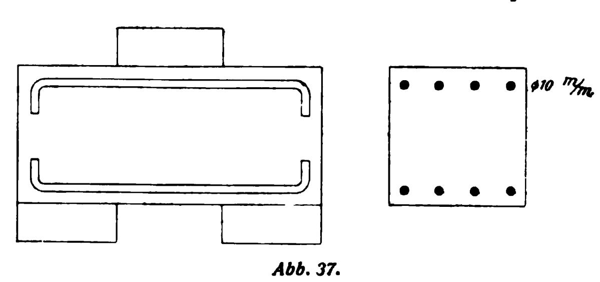


Abb. 37.

daß die Risse ziemlich fein geblieben sind und daß die Belastung nach Auftreten des einen Scherrisses noch bis zum Erscheinen des anderen und darüber hinaus gesteigert werden konnte.

Körper 1. Bei $P = 12$ t zeigt sich ein feiner horizontaler Riß unten, bei $P = 15$ t wird ein feiner Biegungsriß in der Mitte bemerkbar, es erfolgt Abscherung:

bei $P = 20$ t links mit $t = 31,0$ kg/qcm } Mittel
„ $P = 30$ t rechts „ $t = 46,3$ „ } 38,6 kg/qcm.

Die Belastung läßt sich trotz dieser Risse noch weiter steigern bis zu $P = 42$ t, wobei die allein noch gegen Abscherung wirksamen 16 Eisenquerschnitte mit

$$t_e = \frac{42000}{16 \cdot 1^2 \cdot \frac{\pi}{4}} = 3350 \text{ kg/qcm}$$

beansprucht sind.

Körper 2 zeigt Scherrisse:

bei $P = 18$ t links $t = 27,8$ kg/qcm } Mittel
„ $P = 27$ t rechts $t = 41,8$ „ } 34,8 kg/qcm.

Die Belastung läßt sich noch weiter steigern, bis mit $P = 40$ t ein horizontaler Riß am linken Ende auftritt. Für diese Last ist:

$$t_e = \frac{40000}{16 \cdot \frac{3,14}{4} \cdot 1^2} = 3180 \text{ kg/qcm.}$$

Nach der Tabelle auf Seite 20 kann die Zugfestigkeit des Eisens zu 4200 kg/qcm angenommen werden, so daß die Scherfestigkeit etwa $0,8 \cdot 4200 = 3360$ kg/qcm betragen würde. Die ungleichen Scherfestigkeiten links und rechts können bei der primitiven Anordnung ihre Erklärung in einer ungleichen Verteilung der Last P auf die beiden Querschnitte finden, in diesem Fall würde das arithmetische Mittel das richtige Maß der Scherfestigkeit geben.

Aus diesen Versuchen folgt, daß bei den Betonprismen mit Eiseneinlagen die Abscherungsrisse im Beton etwa bei den gleichen Querkräften auftreten, wie bei den reinen Betonprismen, daß also die Scherfestigkeit des Eisens erst nach Überwindung derjenigen des Betons ausgenützt wurde, dann allerdings bis zum vollen Betrag. Eine Summierung der Wirkungen beider Stoffe scheint demnach bei der vorliegenden Beanspruchung auf reine Abscherung ausgeschlossen; jedenfalls hing die vollständige Zerstörung vom Widerstand des Eisens allein ab.

b) *Mit teilweise abgebogenen Eiseneinlagen.*

Bei den nachfolgenden drei Probekörpern (Abbildung 38) waren außer zwei geraden unteren Einlagen von 10 mm noch drei abgebogene

Rundeisen von 10 mm Durchmesser vorhanden, welche die Scherflächen unter einem schiefen Winkel schnitten; im übrigen waren Größe,

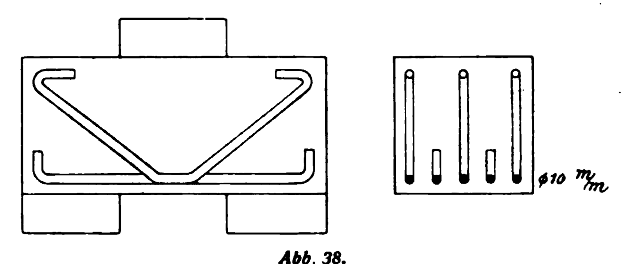


Abb. 38.

Form und Mischungsverhältnis wie bei den vorhergehenden Probekörpern; ihr Alter betrug 6 Wochen.

Körper 1.

Bei $P = 18$ t Scherriß rechts $t = 27,8$ ⎫ Mittel
„ $P = 30$ t „ links $t = 46,4$ ⎭ 37,1 kg/qcm.

Die Belastung läßt sich bis 35 t steigern. Nimmt man bei den abgebogenen Eisen als abzuscherende Fläche ihre Schnittfläche mit der Vertikalebene, also den Querschnitt 1,25fach, so ergibt sich eine größte Scherspannung der Eiseneinlagen von

$$t_e = \frac{35\,000}{(4 + 6 \,.\, 1{,}25)\,\frac{\pi}{4}} = 3870 \text{ kg/qcm.}$$

Körper 2.

Bei $P = 16$ t Scherriß links $t = 24,7$ ⎫ Mittel
„ $P = 25$ t „ rechts $t = 38,7$ ⎭ 31,7 kg/qcm.

Die Belastung steigt bis $P = 30$ t entsprechend $t_e = 3310$ kg/qcm.

Körper 3.

Bei $P = 12$ t Biegungsriß in der Mitte unten

bei $P = 15$ t Abscherung links $t = 23,2$ ⎫ Mittel
„ $P = 28$ t „ rechts $t = 43,3$ ⎭ 33,3 kg/qcm.

Die Belastung läßt sich bis $P = 32$ t steigern, entsprechend $t_e =$ 3540 kg/qcm.

Es gilt somit genau dasselbe, was über die Versuche unter a gesagt wurde, auch für die Versuche unter b.

Drehungsversuche mit Betonzylindern. Ein auf Drehung beanspruchter Zylinder, auf den keine Axialkraft einwirkt, erleidet in seinen Querschnitten keinerlei Normalspannungen, sondern nur Schubspannungen und zwar sind an jeder Stelle die Schubspannungen in axialer Richtung gleich denjenigen in der Richtung des Querschnitts, so daß alle Körperelemente die in Abbildung 31 dargestellte Beanspruchung erleiden.

Wie wir aus den Abscherungsversuchen gesehen haben, ist der Widerstand des Betons gegen Abscheren ziemlich größer als seine Zugfestigkeit; *es muß also der Bruch bei einem auf Drehung beanspruchten Betonzylinder nach einer unter 45⁰ ansteigenden Schrauben-*



Abb. 39. Vollzylinder V.



Abb. 40. Vollzylinder VI.



Abb. 41. Hohlzylinder I ohne Eiseneinlage.



Abb. 42. Hohlzylinder III ohne Eiseneinlage.

fläche erfolgen (vergl. Abbildungen 39—42), *senkrecht zur Richtung der größten Dehnungen oder der schrägen Zugspannungen.*

Diese Drehungsversuche wurden im Auftrage der Firma *Wayß & Freytag* an von dieser gefertigten Probekörpern durch die Materialprüfungsanstalt der Techn. Hochschule in Stuttgart durchgeführt; das Mischungsverhältnis des Betons war 1 : 4, das Alter der Probekörper 2—3 Monate.

a) *Vollzylinder* von 26 cm Durchmesser; die Höhe der Versuchsstrecke betrug 34 cm (siehe die nebenstehenden Abbildungen 39 und 40). Das Drehmoment wurde auf die sechseckigen Köpfe ausgeübt.

Vollzylinder Nr.	Drehmoment M_d	Drehungsfestigkeit nach der Formel $\tau_d = \dfrac{M_d}{\frac{\pi}{16} \cdot d^3}$	Alter in Tagen
V	61500 kg.cm	18,2 kg/qcm	89
VI	66500 „	19,3 „	85
VII	46000 „	13,3 „	79
VIII	59500 „	17,6 „	98
	Mittel	17,1 kg/qcm	

b) *Hohlzylinder* von denselben Außenmaßen; innerer lichter Durchmesser ungefähr $d_o = 15$ cm (Abbildungen 41 und 42) ergaben folgende Drehungsfestigkeiten:

Hohlzylinder Nr.	Drehmoment M_d	Drehungsfestigkeit $\tau_d = \dfrac{M_d}{\frac{\pi}{16} \cdot \frac{d^4 - d_o^4}{d}}$	Alter in Tagen
XVI	30000 kg.cm	9,4 kg/qcm	54
XVII	24500 „	7,9 „	55
XVIII	29000 „	9,3 „	52
Mittel	27830 kg.cm	8,9 kg/qcm	

Die Zugfestigkeit wurde an ebenso alten Hohlzylindern von gleichem Querschnitt, aber mit entsprechenden Köpfen versehen, im Mittel zu 8,0 kg/qcm ermittelt, während sie an gleichzeitig hergestellten Zugkörpern nach Abbildung 21 zu 7,7 kg/qcm gefunden wurde. Die Zahlen stimmen also bei den Hohlzylindern befriedigend miteinander überein, während die oben entwickelte Theorie bei den Vollzylindern nicht bestätigt wurde.

Abgesehen von dem höheren Alter der Vollzylinder ist bei diesen ein größerer Wert τ_d aus dem Grunde erklärlich, weil der Elastizitätsmodul des Betons mit zunehmender Spannung sich vermindert, was zur Folge hat, daß die nach der Mitte zu gelegenen Querschnittsteile

einen größeren Anteil an der Kraftübertragung nehmen, als dies die Formel

$$\tau_d = \frac{M_d}{\frac{\pi}{16} \cdot d^3}$$

voraussetzt, sie entlasten also die nach außen gelegenen Partien. Die so ermittelte Drehungsfestigkeit des Betons stünde daher zu der Zugfestigkeit in einem ähnlichen Verhältnis wie seine Biegungsfestigkeit. Auf diese Weise könnte der hohe Wert von 17,1 kg/qcm gegen die früher mit Probekörpern aus den gleichen Materialien und mit demselben Mischungsverhältnis erhaltene Zugfestigkeit von rund 9,0 kg/qcm nach 3 Monaten, erklärt werden. Bei den Hohlzylindern aber, bei denen der Bruch ebenfalls nach einer unter 45° geneigten Schraubenlinie, senkrecht zur Richtung der größten Zuganstrengung erfolgt ist, wird die berechnete Drehbeanspruchung der tatsächlichen entsprechen. Es sei noch erwähnt, daß nur bei Verwendung sehr plastischen Betons eine gute Übereinstimmung zu erzielen ist, da dann der Einfluß der Stampfarbeit, der sich besonders bei den Hohlzylindern geltend machen würde, zurücktritt.

Über Drehversuche mit spiralarmierten Hohlzylindern siehe unter „Dehnungsfähigkeit des Betons".

Schubversuche mit geschlitzten Betonprismen. Diese Versuche wurden mit prismatischen Körpern angestellt, die in der neutralen Achse mit Schlitzen versehen waren, so daß bei der aus Abbildung 43 ersichtlichen Belastungsanordnung der Bruch durch Abscheren der Stegverbindungen an den Enden erfolgen mußte. Die Versuche sind ebenfalls im Auftrag der Firma *Wayß & Freytag A.-G.* an der Materialprüfungsanstalt in Stuttgart ausgeführt worden.

Aus der aufgebrachten Last berechnen sich die in den Flächen *a—a* vorhandenen Scherspannungen wie folgt:

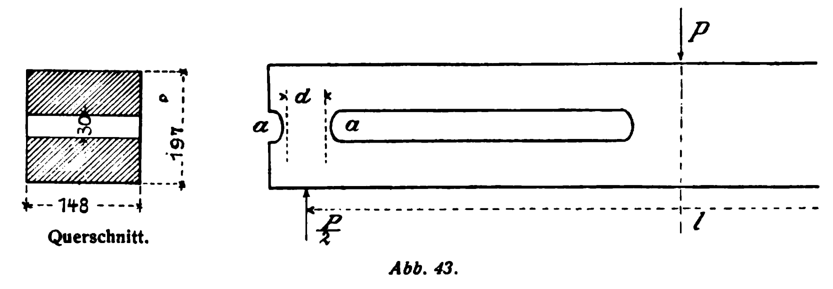


Abb. 43.

Die Schubspannung an irgend einer Stelle x der neutralen Schicht ist

$$\tau = \frac{P}{2} \cdot \frac{S}{J \cdot b},$$

also die Summe aller Schubkräfte von 0 bis $\frac{l}{2}$

$$T = \tau \, . \, b \, \frac{l}{2} = \frac{P}{2} \cdot \frac{S}{J} \cdot \frac{l}{2},$$

hierin bedeutet S das statische Moment der über der Neutralachse gelegenen Querschnittsfläche in Bezug auf diese und J das Trägheitsmoment des Querschnitts; die Scherfestigkeit in a—a ergibt sich also zu

$$t = \frac{P}{4} \cdot \frac{S}{J} \cdot \frac{l}{b \, . \, d}.$$

Es sei noch bemerkt, daß die den Zugspannungen unterworfene Seite durch Eiseneinlagen armiert werden mußte, damit die schwächste Stelle der Körper, der Steg an den Auflagern war, und nicht vorher ein Brechen infolge Überwindung der Zugfestigkeit eintreten konnte. Ferner lagen die Probekörper nicht genau in der Mitte der Endverbindungen auf, so daß noch Biegung an diesen Stellen vorhanden war. Es rührt dies daher, daß die Stegbreite gegenüber der ursprünglichen Annahme verringert, und diese Verringerung einseitig vorgenommen wurde.

Beispiel: Versuchskörper „85" nasse Mischung 1 : 3. Alter 105 Tage.

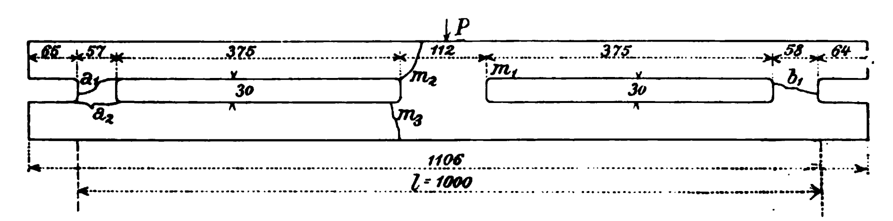


Abb. 44. Geschlitzter Betonkörper.

Unter der Belastung von $P = 1430$ kg wird der Riß b_1 sichtbar, durch den ganzen Steg hindurchgehend.

Bei $P = 1620$ kg zeigt sich der Riß a_1 durch den ganzen Steg hindurch und bei m_1 Anriß in der Ecke.

Bei $P = 1770$ kg Riß a_2 sichtbar.

Bei $P = 2000$ kg Riß m_2 sichtbar.

Unter der Belastung von $P = 2410$ kg bildet sich ein klaffender Riß bei m_3 und Riß m_2 klafft nach der Mitte des Körpers auf; die Belastung läßt sich nicht mehr steigern.

In nachstehender Tabelle sind die so erhaltenen Werte der Scherfestigkeit angeführt und gleichzeitig die Zug- und Druckfestigkeiten der Körper nach Abbildung 21 beigefügt.

Mittel von je drei Versuchskörpern in kg/qcm:

Mischung	1 : 3		1 : 4		1 : 7	
Wasserzusatz	8 %	14 %	8 %	14 %	8 %	14 %
Scherfestigkeit . . .	36	30	31	28	26	19
Zugfestigkeit . . .	12,6	10,5	9,2	8,8	4,4	5,5
Druckfestigkeit . . .	280	195	220	153	127	88

Die hier erhaltene Scherfestigkeit bei 1 : 4 mit 31 bezw. 28 kg/qcm ist etwas kleiner als die durch direkte Abscherung gewonnene von 37 kg/qcm. Der Grund liegt vielleicht in der nicht ganz sicheren Berechnungsweise bei den geschlitzten Betonprismen oder darin, daß die Endverbindungen eine gewisse Höhe hatten, und sich so teilweise geneigte Risse infolge schiefer Zugspannungen ausbilden konnten.

In der Praxis kommt der Fall der reinen Abscherung sehr selten vor, fast immer sind mit den Schubspannungen schräge Zugspannungen verbunden, die für die Bruchsicherheit lange vor den eigentlichen Scherspannungen in Frage kommen, wie dies die Drehungsversuche deutlich zeigen.

Wir kommen auf diesen Punkt später noch eingehend zurück bei Gelegenheit der Beschreibung von Schubversuchen an Plattenbalken.

Die Haftfestigkeit oder der Gleitwiderstand des einbetonierten Eisens.

Die Versuche, welche die Ermittelung der Haftfestigkeit oder des Gleitwiderstandes des einbetonierten Eisens bezwecken, können auf verschiedene Weise angestellt werden. Entweder kann direkt der Widerstand gemessen werden, den ein einbetonierter Eisenstab dem Herausziehen entgegensetzt, oder man kann aus Biegeversuchen durch Rechnung die Haftspannung ermitteln. Über Versuche der letzteren Art, die natürlich für die Anwendung viel wichtiger sind, wird später bei Berechnung der Haftspannungen die Rede sein.

Die bekannt gewordenen Zahlen über die direkt ermittelte Haftfestigkeit zeigen ziemliche Unterschiede, die von der Verschiedenheit des Betons, der Versuchsanordnung, der Oberflächenbeschaffenheit des Eisens abhängen. Lange Zeit hat man die einst von Prof. *Bauschinger*

im Auftrage der A.-G. für Beton- & Monierbau ermittelte Haftfestigkeit von 40—47 kg/qcm als maßgebend angenommen. Von älteren Versuchen wären noch zu nennen diejenigen von *Tedesco**) mit 6 Tage alten Mörtelprismen, die 20—25 kg/qcm Haftfestigkeit ergaben, und diejenigen des »*Service français des phares et balises*«**) mit 25—36 mm dicken Rundeisenstäben, die mit Portlandzement 60 cm tief in Steinblöcken verankert waren. Nach einem Monat Erhärtung an der Luft wurden die Eisen aus ihrer Umhüllung herausgerissen und es ergab sich hierbei die Adhäsion mit dem Durchmesser der Eisenstäbe veränderlich und zwischen 20 und 48 kg/qcm schwankend.

Hierbei gehören die höheren Zahlen den starken Stäben und dem Material mit höherer Elastizitätsgrenze an. Auf die Einheit des Querschnitts bezogen, ergab sich eine ziemlich unveränderliche Belastung, die mit der Streckgrenze der betreffenden Eisensorte übereinstimmte. Es hörte also die Adhäsion zwischen Eisen und Beton auf, als der Eisenquerschnitt sich merklich zu verringern begann. Beim vollständigen und langsamen Herausziehen zeigte sich noch ein fast ebenso großer Gleitwiderstand, der zwischen 39 und 71 kg pro Quadratzentimeter Reibungsfläche schwankte, und sich damit erklärt, daß die Oberfläche des Handelsrundeisens keine mathematisch genaue Zylinderfläche vorstellt.

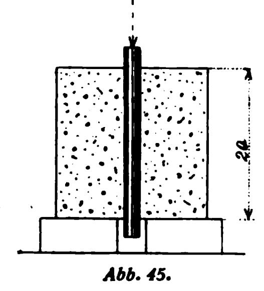
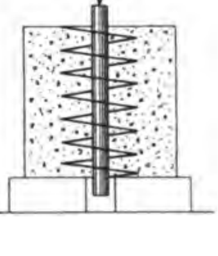


Abb. 45.

Neuere Versuche der Firma *Wayß & Freytag A.-G.* wurden im Jahr 1904 vom Verfasser nach der aus Abbildung 45 ersichtlichen Anordnung durchgeführt, indem die Eisen durchgedrückt wurden. Die Würfel hatten 20 cm Seitenlänge; der Beton war im Mischungsverhältnis 1 : 4 mit verschiedenen Wasserzusätzen hergestellt und besaß ein Alter von 4 Wochen; die Körper zersprangen nicht und es zeigte sich, daß nach Überwindung der Haftfestigkeit noch ein beträchtlicher Gleitwiderstand vorhanden war.

Eine zweite Versuchsreihe wurde mit ganz gleichen Würfeln mit einem 20 mm starken Rundeisen in der Mitte durchgeführt, jedoch war hier eine besondere Sicherung gegen etwaiges Zerspringen des Betons durch Einbetonieren einer 4,5 mm starken Drahtspirale mit 3 cm Ganghöhe und 10 cm Durchmesser getroffen (Abbildung 46). Das Alter des Betons betrug 4 Wochen.



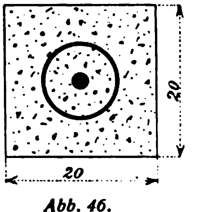


Abb. 46.

*) *Du Calcul des ouvrages en ciment avec ossature métallique par MM. Ed. Coignet & N. De Tedesco.* Paris 1894.

**) *Annales des ponts et chaussées 1898, III.*

Die Resultate waren die folgenden:

Wasserzusatz	Haftfestigkeit als Mittel von 4 Körpern	
	ohne Spirale	mit Spirale
10 %	48,8 kg/qcm	50,8 kg/qcm
12,5 %	31,2 „	45,9 „
15 %	29,1 „	54,0 „

Die Wasserzusätze haben nur relative Bedeutung, da Sand und Kies feucht waren. Der Druck der Presse wurde ziemlich rasch auf den höchsten Betrag gesteigert. Die erhaltenen Werte kommen den an Betonkörpern gleicher Zusammensetzung ermittelten Scherfestigkeiten nahe; die Druckbeanspruchung der Eisenstäbe betrug im Maximum 2140, lag also noch unter der zwischen 2600 und 3200 kg/qcm ermittelten Streckgrenze. Obgleich die nicht armierten Betonwürfel beim Durchdrücken der Eisen nicht gesprungen sind, ist die Haftfestigkeit bei ihnen geringer als bei den mit einer Spirale versehenen Würfeln.

Die Ergebnisse amerikanischer Versuche sind in der Zeitschrift »*Engineering News*« 1904, Nr. 10 veröffentlicht. Die Haftfestigkeit von Eisenstäben verschiedener Querschnittsform wurde für die Mörtelmischung 1 : 3 und verschiedene Betonmischungen untersucht. Bei den Würfeln aus Zementmörtel mit 15 cm Seitenlänge ergaben sich folgende gemittelte Werte:

Stabquerschnitt	Beanspruchung pro qcm σ_e	Haftfestigkeit kg/qcm
Quadrateisen 12,5/12,5 mm	1570	30,2
Rundeisen 12,5 mm Φ.	1780	35,8
Flacheisen 25,4/6,5 mm	1270	20,5
Quadrateisen 6,5/6,5 mm	2430	25,8

Man sieht also, daß das Rundeisen eine größere Haftfestigkeit aufwies, als die Quadrateisen und namentlich als die Flacheisen.

Die Betonprismen von 20/20 cm Querschnitt und 25 cm Höhe enthielten quadratische Eisen von 25/25 mm und ergaben Haftfestigkeiten von 34—41 kg/qcm, im Mittel 37,5 kg/qcm, was mit den von uns gefundenen Werten übereinstimmt.

In sehr sorgfältiger und eingehender Weise sind die von Baudirektor *v. Bach* im Auftrag des Eisenbetonausschusses der Jubiläumsstiftung der deutschen Industrie angestellten »Versuche über den

Gleitwiderstand einbetonierten Eisens« durchgeführt*). Ihre Ergebnisse sind geeignet, neues Licht über das vielumstrittene Gebiet der Haftfestigkeit zu verbreiten.

Die Betonkörper wurden als quadratische Prismen von 22 cm Seitenlänge mit den Höhen 10, 15, 20, 25, 30 cm ausgeführt im Mischungsverhältnis 1 : 4 Rheinsand und -kies, wobei der Kiessand aus 3 Teilen Sand von 0—5 mm und 2 Teilen Kies von 5—15 mm bestand. Da auch Heidelberger Portlandzement verwendet wurde, so hatten die Körper dieselbe Zusammensetzung wie diejenigen der Firma *Wayß & Freytag.*

Die Untersuchungen erstreckten sich auf Vorversuche zur Feststellung des Einflusses des Wasserzusatzes, auf Versuche zur Ermittlung des Einflusses der Sandmenge, auf Versuche über den Einfluß von Erschütterungen auf den eingestampften Versuchskörper vor Abbinden des Zementes, endlich auf die Hauptversuche mit rund 3 Monate alten Körpern; sie führten zu folgenden Ergebnissen:

Derjenige Wasserzusatz erwies sich als der günstigste, bei dem es noch möglich war, die Versuchskörper gut herzustellen; bei der oben beschriebenen Zusammensetzung sind dies 12 %.

Das Verhältnis des Sandgehalts zum Kiesgehalt hat innerhalb gewisser Grenzen keinen wesentlichen Einfluß auf den Gleitwiderstand, sofern der Wasserzusatz bei kleinerem Sandgehalt entsprechend geringer ist.

Der Gleitwiderstand wird erhöht durch Erschütterungen, die der fertige Betonkörper vor seinem Abbinden dadurch erfährt, daß er auf der Holzunterlage steht, die durch Einstampfen anderer Körper erschüttert wird. Diese Erhöhung ist umso bedeutender, mit je geringerem Wasserzusatz gearbeitet wird, und erklärt sich dadurch, daß sich infolge der Erschütterungen um den Eisenstab herum der zur guten Verbindung erforderliche Mörtelschlamm ansammelt.

Der Gleitwiderstand ergibt sich bei rascher Durchführung des Versuchs, d. h. bei rasch ansteigender Belastung erheblich größer als bei langsamer Durchführung, wo die Last auf jeder Stufe längere Zeit wirkt. Auch beim Durchdrücken der Eisenstäbe ergibt sich ein etwas größerer Widerstand als beim Herausziehen.

Hinsichtlich der Verwertung dieser Ergebnisse für die Praxis ist zunächst zu sagen, daß hier mit bestimmten in Prozenten ausgedrückten Wasserzusätzen wegen der verschiedenen Feuchtigkeit der Zuschläge nicht gearbeitet werden kann, daß man vielmehr lediglich auf Übung und Erfahrung angewiesen ist. Anderseits hat aber ein Zuviel an Wasser hier lange nicht den schädlichen Einfluß wie bei Probekörpern,

---

*) Versuche über den Gleitwiderstand einbetonierter Eisen von *C. v. Bach*, Berlin 1905, oder auch Heft 22 der Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens.

die in dichtschließenden gußeisernen Formen hergestellt werden, denn die Holzschalung nimmt sofort einen Teil des Wassers auf und ein anderer Teil kann durch die Fugen zwischen den Schaldielen abfließen. Sodann werden bei den Bauausführungen die für die Adhäsion günstigen Erschütterungen dem auf der Holzschalung liegenden, noch frischen Beton in reichlichem Maße zu teil, so daß die höheren Zahlen der Vorversuche, bei denen die Körper während des Einstampfens ähnlichen Erschütterungen ausgesetzt waren, als maßgebend betrachtet werden können.

Sehr wichtig und hier zum erstenmal festgestellt ist die Tatsache, daß (für Beanspruchungen des Eisens weit unter der Streckgrenze) der Gleitwiderstand mit zunehmender Länge des einbetonierten Eisens abnimmt. Die Erklärung für diese Erscheinung ist die folgende: Die auf den Eisenstab ausgeübte Zugkraft muß von der Eintrittsstelle in den Beton bis nach der Rückseite des Prismas in dem Maße abnehmen, als sie von der Staboberfläche in den Beton übertragen wird. Entsprechend dieser Zugkraft wird der Eisenstab infolge seiner Elastizität sich dehnen müssen, während der Beton auf Druck beansprucht, sich verkürzen wird. Es werden also schon bei geringen Zugkräften die entgegengesetzten Längenänderungen beider Stoffe ein Gleiten des Eisenstabes in seinem vorderen Teil zur Folge haben oder mit anderen Worten die Zugkraft des Eisens wird sich nicht gleichmäßig auf die ganze einbetonierte Länge in den Beton übertragen können, denn erst nach Überwindung der Haftfestigkeit und teilweisem Gleiten an der vorderen Seite werden die weiter nach innen gelegenen Partien der Betonumhüllung voll beansprucht. Aus dieser ungleichen Kraftverteilung folgt aber, daß die so ermittelte Haftfestigkeit zu klein ist und richtiger als ein Reibungswiderstand bezeichnet wird, wie dies Baudirektor *v. Bach* getan hat. Je geringer die einbetonierte Länge des Eisens ist, umso kleiner sind Zugkraft und Dehnung und umso gleichmäßiger kann die ganze Oberfläche zur Wirkung kommen.

Beim Durchdrücken der Eisenstäbe ist dieselbe Erscheinung, jedoch in geringerem Maße, vorhanden, weil hier Eisen und Beton in gleichem Sinn beansprucht sind, aber auch hier wird an der Eintrittsstelle des gedrückten Eisens sehr früh ein Gleiten stattfinden müssen. Diese teilweisen Gleiterscheinungen lassen den beobachteten Einfluß der Zeit erklären, denn es ist leicht einzusehen, daß bei sehr kurzer Versuchsdauer diese Gleitungen keine Zeit finden, sich auszubilden, und daß dann die Haftspannung sich gleichmäßiger auf die einbetonierte Länge des Stabs verteilen wird.

In Abbildung 47 sind die hauptsächlichsten Ergebnisse der Versuche aufgetragen, sie beziehen sich alle auf Betonprismen 1 : 4 mit 15 % Wasserzusatz. Die Vorversuche sind mit kurzer Belastungsdauer durchgeführt worden, d. h. die Belastungszustände wurden je ½ Minute

eingehalten (was gegenüber den früheren Versuchen noch als lang zu bezeichnen ist). Als Abszissen sind die einbetonierten Längen der Eisenstäbe, als Ordinaten die beobachteten Gleitwiderstände aufgetragen. Verlängert man die Kurven der Gleitwiderstände der gezogenen und gedrückten Eisen mit kurzer Belastungsdauer, sowie die Kurven der Hauptversuche mit langer Belastungsdauer (von wenigen bis 110 Mi-

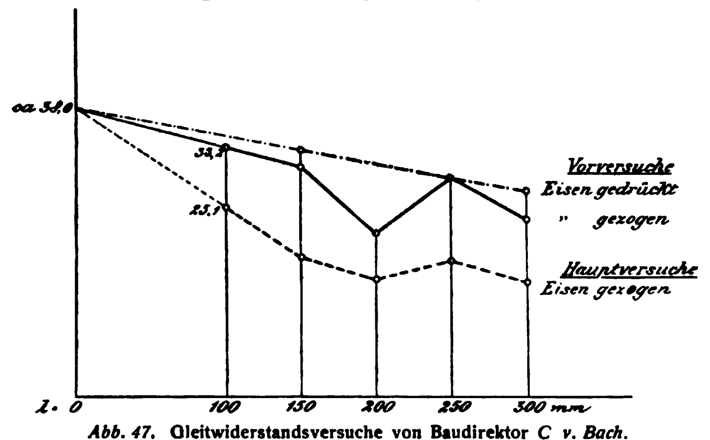


Abb. 47. Gleitwiderstandsversuche von Baudirektor *C v. Bach.*

nuten) gegen die Ordinatenachse hin, so zeigt sich, daß alle drei Kurven auf einen Punkt der letzteren hinlaufen, der einer Haftfestigkeit von 38 kg/qcm gleichkommt.

In diesem Wert, welcher der Länge $l = o$ entspricht, wäre also der Einfluß der Stablänge, d. h. der vorzeitigen Gleitungen und damit auch der Einfluß der Zeit und der Unterschied zwischen Durchdrücken und Herausziehen ausgeschaltet. Der Wert von 38 kg/qcm stimmt mit der von mir an Betonkörpern von derselben Zusammensetzung und gleichem Alter ermittelten Scherfestigkeit zufällig überein und kommt auch den Ergebnissen der schnell durchgeführten Adhäsionsversuche nahe. Der tiefliegende Punkt der mittleren Kurve bei $l = 200$ mm findet seine Erklärung darin, daß jene Probekörper zuerst hergestellt wurden und der Arbeiter noch nicht die nötige Übung hatte.

Im Anschluß an die Versuche über den Gleitwiderstand der einbetonierten Rundeisen wurde an der Materialprüfungsanstalt in Stuttgart auch eine Versuchsreihe mit einbetonierten Thachereisen durchgeführt*). Die Betonkörper waren wieder in der gleichen Mischung von 1 Raumteil Portlandzement und 4 Teilen Sand und Kies mit 15 % Wasserzusatz hergestellt. Die Höhe der Betonkörper betrug 20 cm, die Seitenlängen ihres quadratischen Querschnitts 22 cm, bezw. 16 cm, bezw. 10 cm und es zeigte sich der Widerstand gegen Herausziehen der Thachereisen abhängig von den Querschnittsabmessungen der Betonkörper, die alle beim Herausziehen zersprangen.

Verteilt man die Zugkraft P gleichmäßig auf die einbetonierte

*) Versuche mit einbetonierten Thachereisen von Dr.-Ing. *C. v. Bach,* Berlin 1907.

Oberfläche, so ergibt sich der Gleitwiderstand

bei den Körpern von 22   16   10 cm Seitenlänge

$$\text{zu } \frac{P_{max}}{O} = 58{,}5 \quad 56{,}1 \quad 33{,}4 \text{ kg/qcm}$$

und man erkennt aus der letzten Zahl, daß bei einer Mindestwandstärke des umhüllenden Betons von 3,75 cm, die z. B. bei den Plattenbalken eher noch unterschritten wird, die sprengende Wirkung der Knoten schon so groß ist, daß eine größere Haftung als beim gewöhnlichen Rundeisen mit Walzhaut nicht mehr erwartet werden kann.

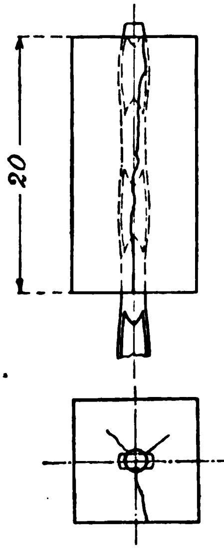


Abb. 48. Sprengende Wirkung der Thachereisen.

Bei den größeren Betonstärken trat das Auseinandersprengen dann ein, als die Streckgrenze des Eisens erreicht war.

Nur diejenigen Adhäsionsversuche, bei denen die Eisenbeanspruchung unter der Streckgrenze bleibt, geben das richtige Maß der Haftfestigkeit, das beim Entwerfen von Eisenbetonkonstruktionen verwertet werden kann, denn hier kommt es darauf an, die Eisen an den Auflagern nach Länge, Zahl und Stärke so anzuordnen, daß die Krafteintragung durch den Beton mit Sicherheit erfolgen kann. An den Auflagern ist aber die Zugbeanspruchung gering und ein Anwachsen derselben bis zur Streckgrenze selbst bei der Bruchbelastung der Balken nicht zu befürchten.

Bei den einfachen armierten Betonplatten befinden sich die Enden der Tragstäbe in einer großen Betonmasse und eine Verminderung der Haftfestigkeit durch vorzeitiges Zerspringen der Betonumhüllung wird nicht zu befürchten sein. In den Plattenbalken ist die Umhüllung durch den Beton geringer, aber es sind an den Balkenenden Bügel vorhanden, die den Beton umschließen und so dessen Haftfestigkeit sicherstellen. In dieser Hinsicht geben die Versuche der französischen Eisenbetonkommission wichtigen Aufschluß*): Außer Prismen mit zentrisch einbetonierten Eisenstäben wurden auch solche angefertigt, bei denen zwischen dem Eisenstab und der Außenfläche nur 2—2,5 cm Beton

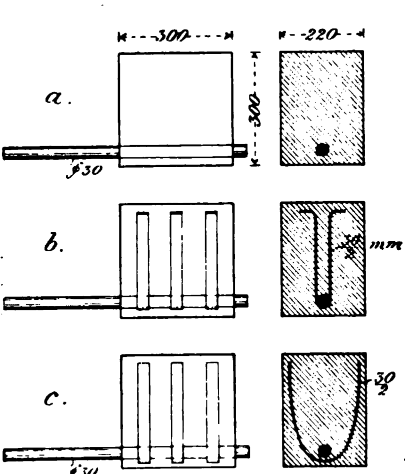


Abb. 49. Versuchskörper der französischen Kommission zur Ermittelung des Gleitwiderstands
a. ohne Bügel
b. mit anliegenden Bügeln (Hennebique)
c. mit offenen Bügeln.

*) *Commission du ciment armé. Expériences, rapports etc. relatives à l'emploi du béton armé.* Paris 1907.

verblieb. Von diesen Probekörpern blieben nach Abbildung 49 einige ohne Bügeleinlagen, eine zweite Reihe erhielt 3 Flacheisenbügel 30/2 mm, die sich wie beim Hennebiquesystem in der unteren Rundung eng an den Rundeisenstab von 30 mm Durchmesser anschlossen. Bei der dritten Reihe umschlossen die offenen Bügel aus denselben Flacheisen eine größere Betonmasse und verliefen an der Unterseite in etwa 1 cm Abstand von der Eisenstange. Der Beton wurde mit 300 kg Zement auf 400 l Sand und 800 l Kies, mit einem Wasserzusatz von 8,8 Gewichtsprozenten hergestellt und hatte bei der Probe ein Alter von 6 Monaten. Beim Herausziehen der Eisen ergaben sich die folgenden Widerstände:

Körper	Widerstand beim Beginn des Gleitens kg pro qcm Oberfläche	Mittlerer Widerstand nach eingetretenem Gleiten kg pro qcm Oberfläche
nach Abb. 49a ohne Bügel, 2 Stück	7,2 19,9	8,1 14,2
nach Abb. 49b Hennebiquebügel, 2 Stück	20,0 16,9	17,2 12,8
nach Abb. 49c offene Bügel, 2 Stück	25,7 29,8	18,2 21,2

Eine Wiederholung dieser Versuche mit 3 Monate alten Körpern, wo die Flacheisen der Bügel durch 9 mm starke Rundeisen ersetzt waren, ergab höhere Zahlen und zwar bei der gleichen Betonmischung wie vorhin, als Mittel von je 3 Körpern:

Körper	Haftfestigkeit	Widerstand nach eingetretenem Gleiten
nach Abb. 49a	24,7 kg/qcm	8,8 kg/qcm
„ „ 49b	26,1 „	17,7 „
„ „ 49c	31,2 „	20,0 „

Man sieht also, daß die von uns verwendeten offenen Bügel, die den Beton umschließen, gegenüber den eng an den Eisen anliegenden Einzelbügeln im Vorteil sind und daß die damit erreichten Haftfestigkeits-

zahlen gut mit den zentrischen Stuttgarter Versuchen übereinstimmen. Von Interesse sind noch die für die französische Kommission angestellten Haftfestigkeitsversuche an einer alten Eisenbetonschwelle, deren 5 mm starken Eisendrähte infolge ihrer etwas gekrümmten Form Gleitwiderstände von 80—92 kg/qcm aufwiesen. Diese Tatsache ist für die Anwendung wichtig, da die dünnen Eisenstäbe niemals genau gerade sind.

Die Dehnungsfähigkeit des Eisenbetons.

Die Versuche mit geraden armierten Betonprismen, deren Dehnung bei axialer Zugbeanspruchung gemessen werden soll, haben gewisse Nachteile, die in der Schwierigkeit der zentrischen Zugbeanspruchung und darin bestehen, daß die Krafteintragung in die Eiseneinlagen nur durch Vermittlung sehr großer Haftspannungen möglich ist, so daß an den Köpfen der Körper vorzeitige Risse entstehen. In der ersten Auflage dieses Buches sind derartige Versuche beschrieben, sie ergaben das Zusammenwirken von Eisen und Beton für die Anfangsstadien genau nach der Elastizität beider Materialien.

Wichtiger sind diejenigen Versuche, bei welchen die Dehnungsfähigkeit des armierten Betons an der Biegung unterworfenen Probekörpern bestimmt wurde. Am bekanntesten sind hier die *Considère*schen Versuche.

Die ersten Versuche *Considères**) erstreckten sich auf Mörtelprismen quadratischen Querschnittes von 6 cm Seitenlänge und 60 cm Höhe, die an der gezogenen Seite durch Rundeiseneinlagen verstärkt waren. Die Belastung der Prismen war derart, daß das eine Ende derselben eingespannt und das andere Ende einem Biegungsmoment ausgesetzt wurde, das für alle Querschnitte gleich groß war. Es wurden sodann die Verlängerungen auf der gezogenen Seite unter zunehmender Belastung gemessen. Das Mischungsverhältnis war 1 : 3, die Eiseneinlagen bestanden aus drei Rundeisen von 4,25 mm Durchmesser. Wenige Prismen blieben zu Vergleichszwecken ohne Eiseneinlage. Bei einem der Prismen wurde das Biegungsmoment so vergrößert, bis an der Zugseite Verlängerungen von 2 mm/m festgestellt werden konnten. Alsdann wurde 139000mal ein Moment ausgeübt, das 44—71 % dieses zuerst angebrachten Momentes betrug, wobei jedesmal auf den unbelasteten Zustand zurückgegangen wurde. Diese wiederholten Anstrengungen gaben Verlängerungen von 0,545 mm bis 1,25 mm/m. Aus den Prismen wurden sodann kleine Betonstäbe von 12/15 mm Querschnitt herausgesägt und nochmals der Biegung unterworfen. Hierbei zeigte sich die Festigkeit überraschend hoch und nahezu gleich der-

*) *Génie civil 1899.*

jenigen des frischen Mörtels. Aus den Parallelversuchen mit Mörtelprismen ohne Eiseneinlage folgt aber, daß die Dehnung beim Bruch sich in den Grenzen von 0,1—0,2 mm hält. Hieraus würde folgen, daß in einem Körper aus armiertem Beton das Eisen dem Beton die Eigenschaft verleiht, ohne zu zerreißen, viel größere Dehnungen auszuführen, als wenn er sich selbst überlassen ist.

Considère erklärt diese Erscheinungen folgendermaßen: Bekanntlich dehnt sich ein den Zugkräften ausgesetzter Metallstab zuerst gleichmäßig auf seine ganze Länge; mit steigender Zugspannung schnürt er sich an einer bestimmten Stelle ein, an welcher er dann sehr bedeutende örtliche Verlängerungen erfährt. Wenn also die zwischen den Enden gemessene Dehnung etwa 20 % betragen kann, so ist sie in Wirklichkeit in der Nähe der Bruchstelle 10—15mal größer. Nimmt man nun an, daß diese unter dem Namen der Kontraktion bekannte Erscheinung auch beim Zementmörtel auftrete, so wird die zwischen den Enden der Versuchskörper gemessene Verlängerung nur eine mittlere Dehnung vorstellen und der Mörtel wäre in Wirklichkeit fähig, eine viel größere Längenänderung auszuführen. In den Eisenbetonkonstruktionen ist der Beton mit dem Eisen verbunden, dessen Elastizitätsgrenze bedeutend höher liegt. Bei Einwirkung der Zugkräfte wird das Eisen selbst dann noch gleichmäßig auf seine ganze Länge verteilte Dehnungen ausführen, wenn der Zementmörtel schon das Bestreben haben wird, sich an einer bestimmten Stelle einzuschnüren. Aber die Adhäsion zwingt ihn, dem Eisen in seiner Dehnung zu folgen. Er wird also in allen Punkten des Probekörpers die äußerste Deformation erleiden, deren er fähig ist, und der Bruch wird tatsächlich nur bei solchen Längenvermehrungen (zwischen den Enden gemessen) erfolgen, die bedeutend größer sind, als wenn keine Eiseneinlagen vorhanden wären. Diese von *Considère* gegebene Erklärung ist sehr einleuchtend, wenn die Erscheinung der Kontraktion wirklich beim Zementbeton vorhanden ist.

Zu diesen Biegungsversuchen wurde von *Considère* eine Berechnung über die Kraftverteilung in Eisen und Beton gegeben, wonach der Beton keine größere Zugfestigkeit zeigt, als sie bei reinen Betonprismen nachgewiesen wurde. Diese Berechnung war jedoch nicht ganz einwandfrei und es wurden daher von *Considère* noch einfache Zugversuche mit armierten Betonprismen vorgenommen*). Mörtelprismen mit quadratischem Querschnitt von 47 mm Seitenlänge, symmetrisch armiert mit vier Drähten von 4,4 mm Durchmesser, sind dem direkten Zug unterworfen worden und man hat bei der Belastung sowohl die Verlängerung der Armaturen als auch diejenige des Mörtels gemessen, die sich immer fast ganz gleich ergaben. Mit dem bekannten Elastizitätsmodul der Armierung konnte aus der gemessenen Dehnung der

*) *Génie civil 1899.*

vom Eisen aufgenommene Teil der Zugkraft P berechnet werden; der Rest derselben durch den Betonquerschnitt dividiert, ergab die Spannung des Mörtels, zu welcher die zugehörige Dehnung gemessen war.

Das beobachtete Gesetz zwischen Dehnungen und Spannungen ist aus nachstehender Abbildung 50 zu ersehen. Die Ordinaten stellen die auf das Prisma ausgeübte gesamte Zugkraft vor, während die Abszissen durch die entsprechenden Verlängerungen der Armaturen gegeben sind. Solange die Last einen gewissen Wert Oa nicht überschreitet, nehmen die Verlängerungen regelmäßig zu und bleiben sehr gering; alsdann werden sie plötzlich größer, zeigen aber bald wieder einen regelmäßigen Verlauf, der durch den geraden Teil AB der Linie dargestellt ist. Aus der gemessenen Dehnung und dem bekannten Querschnitt der Armierung kann der von letzterer aufgenommene Teil der Zugkraft berechnet werden. Die Linie derselben ist natürlich eine Gerade, solange die Elastizitätsgrenze nicht überschritten ist. In der Abbildung ist diese Gerade durch die Linie OF dargestellt, die im wesentlichen parallel der Linie AB verläuft. Für irgend eine Längenänderung OP ist also

PN der vom Eisen aufgenommene Teil der Zugkraft PM,
NM „ „ Beton „ „ derselben.

Es würde also aus dem Verlauf der Kurve folgen, daß der Beton in Verbindung mit Eisen fähig ist, sehr große Dehnungen auszuführen, wobei von einer gewissen Dehnung aA an die Spannung des Betons nicht mehr wesentlich zunimmt. Die größte Verlängerung war 0,9 mm, was einer Eisenspannung von 1800 kg/qcm entspricht (d. h. geringer als die bei den ersten *Considère*schen Versuchen gefundenen Verlängerungen von 2 mm pro Meter). Die Linien CB, $C'B'$, $C''B''$ entsprechen wiederholter Entlastung und Belastung.

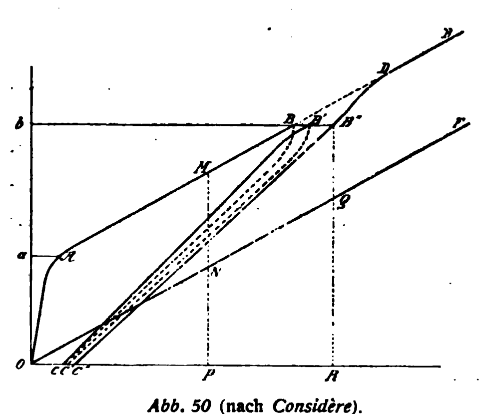


Abb. 50 (nach *Considère*).

Die Versuche *Considères* sind sodann von der französischen Regierungskommission (vergl. Zeitschrift »Beton und Eisen«, Heft V/1903) mit etwas größeren Prismen aus Beton 1 : 2 : 4 wiederholt worden. Es fanden sich ähnliche Ergebnisse, namentlich wurde auch festgestellt, daß die Dehnungsfähigkeit der unter Wasser erhärteten armierten Betonprismen größer war, als bei den an der Luft aufbewahrten.

Die *Considère*schen Versuche sind sehr schnell bekannt geworden und sofort beeilten sich die Theoretiker, sie für neue Berechnungs-

weisen zu verwerten, ohne Kontrollversuche von anderer Seite abzuwarten oder gar die von *Considère* selbst hinsichtlich der praktischen Verwertbarkeit gemachten Einschränkungen zu beachten.

Von amerikanischen und deutschen Forschern wurden im Jahre 1904 auf Grund von Nachprüfungen Einwände gegen die *Considère*sche Theorie erhoben.

Die betreffenden Versuche von Ingenieur *A. Kleinlogel*, durchgeführt in der Materialprüfungsanstalt der K. Techn. Hochschule Stuttgart, sind in »Beton und Eisen«, Heft II/1904 und als Heft I der »Forscherarbeiten aus dem Gebiete des Eisenbetons«, Wien 1904, veröffentlicht und erstreckten sich auf rechteckige armierte Betonbalken von 220 cm Länge und 15/30 cm Querschnitt, die in der Mischung von 1 Zement : 1 Sand : 2 Kalksteinschotter hergestellt waren. Zu Vergleichszwecken blieben einige der Balken ohne Eiseneinlage. Die Balken wurden an den Enden aufgelagert und mit zwei symmetrischen Lasten, die 1 m voneinander entfernt waren, belastet. In der mittleren Strecke wurden dann die Dehnungen der untersten Betonfaser auf eine Länge von 80 cm gemessen. Um die Risse leichter auffindbar zu machen, wurden die Unterseite der Balken und beide Seitenflächen mit einem Anstrich von geschlämmter Kreide versehen. Die 6 Monate alten Probekörper, die unter feuchtem Sand aufbewahrt wurden, ergaben für die verschiedenen Armierungsprozente fast gleichbleibende maximale Dehnungen des Betons am unteren Rand, die sich zwischen 0,148 und 0,196 mm pro Meter bewegten.

Das von *Considère* angegebene Gesetz fand sich also nicht bestätigt, denn die Dehnung des gleichartigen, aber nicht armierten Betons wurde zu 0,143 mm pro Meter ermittelt (nach *Considère* 0,1—0,2 mm pro Meter).

Die *Kleinlogel*schen Versuche gaben hinsichtlich der Haftfestigkeit sehr wichtige Resultate, auf die wir später zurückkommen werden.

Infolge der verschiedenen Einwände gegenüber seiner Hypothese sah sich *Considère* veranlaßt, seine Versuche mit größeren Probekörpern aus Beton zu wiederholen*). Der verwendete Beton bestand aus 400 kg Portlandzement auf 0,4 cbm Sand und 0,8 cbm Kalkschotter. Die Balken rechteckigen Querschnitts von 3 m Länge, 15 cm Breite und 20 cm Höhe waren auf der unteren Seite mit zwei Rundeisen 16 mm und drei Rundeisen 12 mm armiert und wurden in ähnlicher Weise wie bei den vorbeschriebenen Versuchen durch eine symmetrische Doppelbelastung auf Biegung beansprucht, so daß eine mittlere Strecke von 1,40 m Länge mit gleichgroßem Moment ohne Querkraft vorhanden war. Von zwei Probekörpern wurde der eine unter feuchtem Sand, der andere unter Wasser bis zu dem nach 6 Monaten durchgeführten Versuch aufbewahrt. Bei diesem zeigte sich, daß der erste Körper

*) Beton und Eisen, Heft III, 1905.

Dehnungen von 0,22—0,5 mm zwischen den Fasern *B* und *A*, der zweite, unter Wasser aufbewahrte solche von 0,56—1,07 mm aushielt (Abbildung 51). Ein Riß konnte nicht gefunden werden, obgleich die Oberfläche mit Zement abgeglättet war. Der Beton zwischen den Schichten *A* und *B* wurde herausgesägt und zeigte noch dieselbe Festigkeit wie unberührter Beton. Allerdings gibt *Considère* (wie bei allen seinen Versuchen) nicht an, ob es gelungen ist, den Beton zwischen *A* und *B* auf die ganze Länge in einem Stück herauszusägen, oder ob sich mehrere Stücke ergaben.

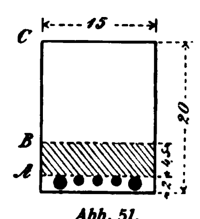


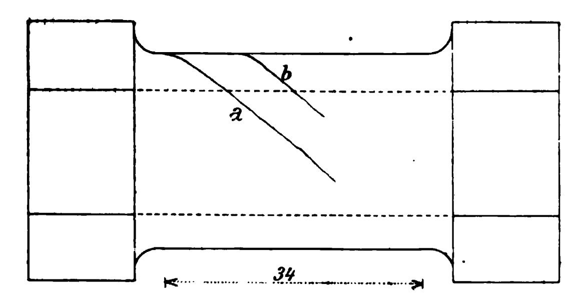
Abb. 51.

Von den im Auftrag der Firma *Wayß & Freytag* an der Materialprüfungsanstalt der K. Techn. Hochschule in Stuttgart durchgeführten Versuchen, welche über die Dehnungsfähigkeit des armierten Betons Aufschluß geben können, erwähnen wir zunächst die

Drehungsversuche an Hohlzylindern mit spiralförmigen Eiseneinlagen.

Hohlzylinder von denselben Abmessungen wie die auf Seite 45 beschriebenen wurden in der Mitte ihrer Wandung mit unter 45° geneigten spiralförmigen Eiseneinlagen versehen, die so gerichtet waren, daß sie durch das Drehmoment auf Zug beansprucht wurden.

Der Hohlzylinder IX mit fünf Spiralen aus 7 mm starken Rundeisen hatte das Alter von 60 Tagen. Bei dem Drehmoment $M_d =$ 72500 cmkg wurden zwei Risse *a* und *b* (Abbildung 52) senkrecht zur



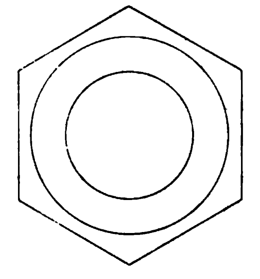


Abb. 52. Hohlzylinder IX mit spiralförmigen Eiseneinlagen.

Richtung der Spiralen sichtbar. Das drehende Moment konnte bis 86500 cmkg gesteigert werden, wo dann die Risse weit aufklafften.

Bei Hohlzylinder X, der genau dem vorigen entsprach, wurde ein feiner Riß *a* mit $M_d =$ 70000 cmkg sichtbar, das Moment konnte aber bis 120000 cmkg gesteigert werden, wobei weitere, gleichlaufende Risse entstanden.

Zieht man von dem Momente, bei dem die ersten Risse auftraten, das Moment $M_d =$ 54560 cmkg ab, welches gleichzeitig hergestellte und

gleich alte Hohlzylinder ohne Eiseneinlage im Mittel aufgenommen haben, so bleibt bei Körper IX das Moment $M_e = 17940$ cmkg übrig.

Dies ergibt in dem Kreis von 21 cm Durchmesser, in dem die Eisen liegen, eine gesamte horizontale Umfangskraft von

$$S = \frac{17940}{10{,}5} = 1710 \text{ kg},$$

die unmittelbar vor Eintreten der Risse zur Hälfte von den unter 45° verlaufenden Eiseneinlagen und zur Hälfte von den senkrecht zu diesen wirkenden Druckspannungen des Betons aufgenommen werden mußte. Man erhält also nach Abbildung 53

$$Z = D = \frac{S}{2}\sqrt{2}$$

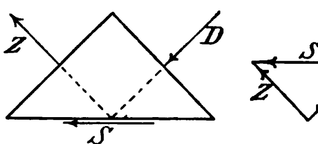


Abb. 53.

und die Beanspruchung der 5 Eisenspiralen

$$\sigma_e = \frac{855 \,.\, \sqrt{2}}{5 \,.\, 0{,}7^2 \,.\, \frac{\pi}{4}} = 630 \text{ kg/qcm}.$$

Diese Beanspruchung ergibt sich auch, wenn man die dem Moment $M_e = 17940$ entsprechenden schrägen Zugspannungen $= \tau$ auf die Eisenquerschnitte verteilt.

Für Körper X wird auf gleichem Wege die Eisenspannung vor Auftreten der Risse zu

$$\sigma_e = 540 \text{ kg/qcm}$$

gefunden.

Beim Hohlzylinder XI mit zehn Spiralen von 10 mm starkem Rundeisen, sonst wie die vorigen, zeigte sich ein erster feiner Riß *a* bei $M_d = 125000$ cmkg, weitere gleichlaufende Risse und Bruch bei $M_d = 142500$ cmkg.

Der dem vorgenannten gleiche Hohlzylinder XII ergab einen ersten feinen Riß *a* bei $M_d = 120000$ cmkg, weitere gleichlaufende Risse und Bruch bei $M_d = 155000$ cmkg.

Unter denselben Voraussetzungen wie vorhin erhalten wir für die Beanspruchung des Eisens vor dem Auftreten der ersten Risse

bei Körper XI $\sigma_e = 603$ kg/qcm
bei Körper XII $\sigma_e = 560$ kg/qcm.

Wir finden also als Resultat, daß bei allen vier armierten Hohlzylindern die ersten Risse im Beton bei einer solchen Dehnung eintraten, die einer Eisenbeanspruchung von im Mittel

$$\sigma_e = \frac{630 + 540 + 603 + 560}{4} = 583 \text{ kg/qcm}$$

entsprach, dies sind $\frac{583}{2160} = 0{,}27$ mm pro Meter.

Berechnen wir nach der Formel

$$\tau_d = \frac{M_d}{\frac{\pi}{16} \cdot \frac{d^4 - d_o^4}{d}}$$

die Schubspannungen beim Auftreten der ersten Risse und im Bruchzustand, so ergibt sich für

Hohlzylinder	bei den ersten Rissen	im Bruchzustand
IX	$\tau_d = 25{,}2$ kg/qcm	$\tau_d = 30{,}2$ kg/qcm
X	24,4	42,0
XI	43,6	49,5
XII	41,8	54,0

Hieraus kann man schließen, daß durch *richtige* Anordnung der Eisenlagen, d. h. in der Richtung der Hauptzugspannungen die *rechnungsmäßige Schubfestigkeit des Eisenbetons* bis über die reine Scherfestigkeit hinaus erhöht werden kann. Bei den Körpern mit schwacher Armierung stieg die Eisenbeanspruchung beim Bruch bis zur Zugfestigkeit des Eisens, während bei denjenigen mit starker Armierung diese hohe Beanspruchung nicht erreicht werden konnte, da die Haftungslänge der dickeren Eisen in den Köpfen nicht ausreichend war.

Biegungsversuche mit armierten Betonbalken von 15/30 cm Querschnitt.

Diese Körper hatten dieselben Abmessungen wie die von Ing. *Kleinlogel* untersuchten, bestanden aber aus Beton 1 Zement : 4 Rheinsand und -kies und wurden schon im Dezember 1902 hergestellt und 3 Monate später an der Materialprüfungsanstalt in Stuttgart untersucht. Sie fallen also zeitlich vor die *Kleinlogel*schen Versuche. Auf Vorschlag des Verfassers wurden sie der Biegung mit symmetrischer Doppelbelastung unterworfen, so daß innerhalb der Meßlänge von 80 cm ein konstantes Moment ohne Querkraft vorhanden war. Es wurden dann außer der Dehnung des Eisens noch die Verkürzung der obersten Betonfaser und die Durchbiegung innerhalb der Meßlänge bei den verschiedenen Belastungsstadien gemessen. Die Messung der Eisenverlängerungen erfolgte zwischen vorstehenden Zapfen $A\,A$, welche mit den Eiseneinlagen verschraubt waren. In den beiden äußeren Teilen der Balken waren die zwei Einlageeisen nach Abbildung 54 abgebogen und noch eine Anzahl Bügel angeordnet, um die Wirkung der dort vorhandenen Querkraft P, also der Schub- und Hauptspannungen unschädlich zu machen, was auch insofern gelungen ist, als keine Risse zwischen den Auflagern und den Lasten P eingetreten sind.

Je sechs Körper waren mit 2 Φ 10 mm, bezw. 2 Φ 16 mm und 2 Φ 22 mm armiert und hiervon dienten jedesmal drei für die Messung

der Eisendehnungen und drei für die Ermittlung der Verkürzungen der obersten Betonfaser, weil die Apparate so beschaffen waren, daß beide Beobachtungen nicht gleichzeitig am selben Körper gemacht werden konnten.

Die gezogene Seite der Balken erhielt einen Anstrich aus einer Mischung von geschlämmter Kreide mit Gummi arabicum, um die Risse leichter auffindbar zu machen. Die ersten Risse z wurden immer bei den Zapfen A bemerkt, offenbar weil dort die Zugzone des Betons geschwächt war, später wurden dann die Risse m, n_1 und n_2 innerhalb der Meßlänge sichtbar, und zwar waren alle so fein, daß sie ohne den weißen Anstrich wahrscheinlich kaum aufgefunden worden wären.

Aus der gemessenen Dehnung in der Höhe der Eiseneinlagen und der Zusammendrückung der obersten Betonfaser kann die Dehnung des untern Betonrandes berechnet werden; die Versuche ergaben folgende Dehnungen, nach welchen die Risse innerhalb der Meßlänge sichtbar wurden:

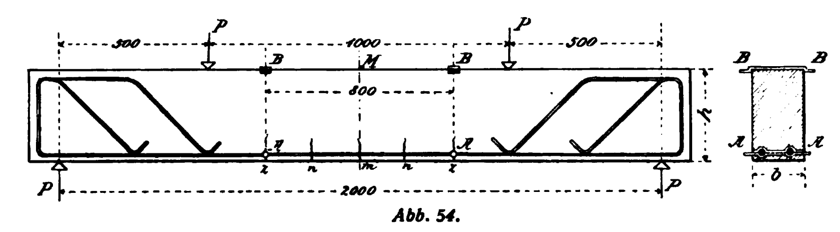


Abb. 54.

Armierung				Dehnung des Eisens	Dehnung der untersten Betonfaser
2	Rundeisen	10 mm	(0,4 %)	0,42 mm/m	0,50 mm/m
2	„	16 „	(1,0 „	0,33 „	0,40 „
2	„	22 „	(1,9 „	0,30 „	0,38 „

Dies wäre etwa das Dreifache des nichtarmierten Betons. Die Körper wurden nach ihrer Anfertigung längere Zeit naß gehalten, aber dann in lufttrockenem Zustand geprüft. Man könnte damit teilweise die Differenzen gegenüber den *Considère*schen Versuchen erklären, indem der unter Wasser erhärtende Beton sein Volumen vergrößert und daher größere Dehnungen in Verbindung mit der Armierung aushält als der lufttrockene Beton, der bestrebt ist, sein Volumen zu vermindern. Auch ist beachtenswert, daß *Considère* bei jeder Wiederholung kleinere Dehnungen gefunden hat. Von 2 mm sanken sie auf 0,9 mm und neuerdings auf 0,5 mm pro Meter. Die letzte Zahl weicht nicht mehr viel von den Resultaten unserer Versuche ab.

Wir werden auf diese Biegungsversuche nochmals zurückkommen, da sie genauen Aufschluß über die Lage der neutralen Achse und die Spannungsverteilung im Querschnitt geben und auch eine anderweitige Erklärung der von *Considère* beobachteten großen Dehnbarkeit des

Betons und der in Abbildung 50 dargestellten Spannungsverteilung zwischen Beton und Eisen zulassen. Eine eingehende Darstellung ist aber nicht möglich, ohne daß vorher die Theorie des Eisenbetons behandelt ist.

Ähnliche Versuche sind auch für die Eisenbetonkommission der Jubiläumsstiftung der deutschen Industrie in der Materialprüfungsanstalt in Stuttgart angestellt worden. In den ersten hierüber erschienenen Veröffentlichungen des Herrn Baudirektor *v. Bach**) wird ausführlich über das Auftreten der ersten Risse an Balken berichtet, deren Material, Abmessungen und Belastungsweise etwa unserem Probekörper nach Abbildung 54 entsprach, und deren Oberfläche einen Anstrich von geschlämmter Kreide erhalten hatte. Unter steigender Belastung zeigten sich zuerst vereinzelt an der Balkenunterfläche kleine feuchte Flecken, die sich mit zunehmender Last vergrößerten und an Zahl vermehrten. Traten bei Steigerung der Belastung Risse auf, so fielen sie jedesmal auf solche Wasserflecken, aber nicht an allen Wasserflecken entstanden Risse. Diese Erscheinung, die sich bei naß aufbewahrten Probekörpern zeigt und auch schon von *Turneaure*, Engineering News 1904, S. 213, sowie von *R. Feret*, Étude expérimentale du ciment armé 1906 beschrieben wurde, erklärt sich aus einer Lockerung des Gefüges an einzelnen Stellen der auf Zug beanspruchten Unterfläche, wodurch die Feuchtigkeit von innen nach außen tritt und den Wasserfleck erzeugt. Die Risse zeigten sich an den Seitenflächen der Balken erst unter etwas höherer Belastung als an der Unterfläche. Ferner zeigte sich, daß die Rißbildung des Betons besonders an den Kanten beginnt, also an den Stellen der Unterfläche, die am weitesten von der Eiseneinlage entfernt sind. In dem Querschnitte Abbildung 55 dehnt sich der Riß bei 6000—6500 kg Belastung etwa bis $a\,b$ und $c\,d$ aus und rückt dann bei 7000 kg Belastung nach $a_1\,b_1$ bezw. $c_1\,d_1$ vor. Bei den Balken mit nur einer Eiseneinlage traten demgemäß die Risse bei den schmäleren Balken etwas später auf, als bei den breiteren. Die ersten Kantenrisse wurden bei einer Dehnung von 0,127—0,176 mm auf 1 m Länge beobachtet, für 15—30 cm breite Balken mit nur einem Rundeisen. Die Wasserflecken traten immer bei einer Dehnung von 0,08—0,10 mm auf den Meter ein, unabhängig von der Verteilung des Eisens im Querschnitt. Dies ist aber die Bruchdehnung des nicht armierten Betons. Dadurch, daß die Eiseneinlagen an den Stellen, wo das Gefüge des gezogenen Betons gelockert ist, in verstärktem Maße unterstützend eingreifen,

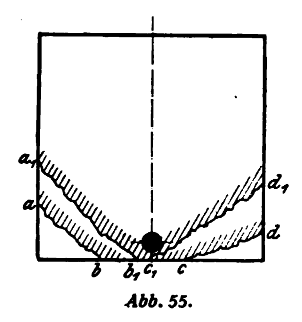


Abb. 55.

*) Versuche mit Eisenbeton-Balken, I. Teil, Heft 39 der Mitteilungen über Forschungsarbeiten und Nr. 26 der Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure 1907.

wird die Rißbildung noch hinausgeschoben. Tatsächlich wurden die Risse bei größeren Dehnungen gefunden, wenn die unteren Eiseneinlagen gleichmäßiger auf die Balkenbreite verteilt waren, gleichzeitig waren sie viel feiner und deshalb schwieriger aufzufinden. Bei den stark armierten Balken dieser Art stieg demgemäß die Dehnung vor Auftreten der ersten Risse bis auf 0,267 mm auf den Meter. Die größten Dehnungen von 0,324 mm bei Lagerung in feuchtem Sand, bezw. 0,367 mm bei Wasserlagerung wurden erhalten, indem die Eisenmenge in Form eines 7 mm dicken Bleches mit Ausfräsungen gleichmäßig auf die ganze Balkenbreite verteilt wurde.

Auch der Einfluß der trockenen und nassen Lagerung der Betonkörper wurde bei diesen Versuchen ermittelt. So ergaben Balken von 30/30 cm Querschnitt, an der Unterseite mit 1 Rundeisen 26 mm versehen, an der Luft gelagert 0,097, unter Wasser gelagert aber 0,205 mm auf den Meter Verlängerung des Betons unmittelbar vor Beobachtung des ersten Risses. Da der Beton nach dem Abbinden, unter Wasser oder feucht aufbewahrt, sein Volumen vergrößert, so müssen sich beim Eisenbetonbalken, der unter Wasser erhärtet, Zugspannungen im Eisen einstellen, die im Beton Druck- und Biegungsspannungen erzeugen. Die Druckspannungen sind natürlich am Rande nächst dem Eisen am größten und es ist klar, daß bei einer Belastung zuerst diese Druckspannungen im Beton vermindert und dann die Dehnungen bis zum Riß größer sein werden, als wenn der Beton im unbelasteten Zustand spannungslos wäre. Bei dem trocken an der Luft erhärtenden Beton findet eine Volumenverminderung oder ein Schwinden statt, so daß hier im unbelasteten Balken das Eisen gedrückt und der Beton auf Zug und Biegung beansprucht wird. Hier werden dann die ersten Zugrisse im Beton bei einer geringeren Dehnung und Belastung sichtbar sein.

Die später beschriebenen Versuche mit Plattenbalken liefern noch einen Beitrag zur Frage der Dehnungsfähigkeit des Betons.

Wir gehen nun auf die Rechnungsweisen im einzelnen über und werden in Verbindung damit das weitere Versuchsmaterial über armierte Betonkörper vorführen und die empfohlenen Methoden prüfen können.

Axiale Druckbeanspruchung.

Berechnung der Eisenbetonpfeiler mit Längseisen und Bügeln. Bei den homogenen Körpern setzt man voraus, daß die Zusammendrückung infolge einer axialen Druckkraft durch ein Näherrücken der ebenen Querschnittsflächen erfolgt, die sich selbst parallel bleiben. Dieselbe Voraussetzung wurde auch bei der Berechnung der Spannungen in Betonsäulen mit Längsarmierung gemacht, indem man annahm:

1. daß der vom Betonquerschnitt aufgenommene Teil der Axialkraft sich gleichmäßig auf diesen verteilt und

2. daß die Eiseneinlagen die Deformationen des Betons mitmachen.

Bezeichnet dann F_b die Querschnittsfläche des Betons, F_e diejenige des Eisens, σ_b und σ_e die gleichen Zusammendrückungen entsprechenden Beanspruchungen beider Materialien, so wird die Last P sein

$$P = F_b \,.\, \sigma_b + F_e \,.\, \sigma_e.$$

Wählt man zur Bestimmung zusammengehöriger Werte von σ_b und σ_e die durch die Versuche gefundenen Deformationskurven oder rechnet man nach dem Potenzgesetz $\varepsilon_b = \alpha \,.\, \sigma_b^m$, so läßt sich nach dieser Formel wohl der Querschnitt einer neu zu entwerfenden Säule feststellen, dagegen ist es nur durch Versuchsrechnungen oder mit Hilfe interpolierbarer Tabellen möglich, die Beanspruchungen in einer bestehenden Säule zu ermitteln.

In den Leitsätzen des Verbands Deutscher Architekten- und Ingenieurvereine ist das Verhältnis $\frac{E_e}{E_b} = n = 15$ als konstant vorausgesetzt, so daß bei gleichen Zusammendrückungen von Eisen und Beton die Beanspruchung des Eisens

$$\sigma_e = \frac{E_e}{E_b}\, \sigma_b = 15 \,.\, \sigma_b$$

ist und die Last der Säule sich zu

$$P = \sigma_b \;(F_b + 15\, F_e)$$

berechnet. Als zulässige Beanspruchung ist angenommen $\sigma_b = 35$ kg/qcm, so daß die zulässige Belastung einer Eisenbetonsäule

$$P = 35\;(F_b + 15\, F_e)$$

wäre, hieraus ergibt sich

$$F_b = \frac{P}{35} - 15\, F_e.$$

Bei gegebener Säule berechnen sich dann die Beanspruchungen

$$\sigma_b = \frac{P}{F_b + 15\, F_e} \text{ und } \sigma_e = 15 \,.\, \sigma_b.$$

Das Verhältnis $\frac{E_e}{E_b} = n$ ist innerhalb der durch Elastizitätsversuche gedeckten Spannungsintervalle etwa gleich 10, also kleiner als 15, dieser Wert ist aber in den »Leitsätzen« gewählt worden, um den Verhältnissen in der Nähe des Bruches Rechnung zu tragen.

Damit ist ein Gedanke ausgesprochen, der bei der Berechnung des Eisenbetons allgemein die größte Beachtung verdient.

Während man nämlich bei den Konstruktionen aus einheitlichem Material mit der Querschnittsbemessung nach der zulässigen Bean-

spruchung, die ein bestimmter Teil der Bruchfestigkeit ist, meistens die gewünschte Sicherheit erhält*), muß man sich beim Eisenbeton in jedem Falle ernstlich die Frage vorlegen, ob die bei den zulässigen Beanspruchungen gültige oder vorausgesetzte Lastverteilung zwischen Eisen und Beton noch in gleichem Maße beim Stadium des Bruches vorhanden ist oder ob die Verteilung sich ändert, so daß die Ursachen des Bruches andere sein werden, als man auf Grund der Rechnung mit zulässigen Spannungen annimmt. Auskunft über solche wichtige Fragen können nur Versuche geben.

Druckversuche mit Säulen waren bis zum Jahre 1905 nur wenige bekannt geworden, obgleich die Eisenbetonpfeiler sehr wichtige Bauteile sind und mit ihrer Dimensionierung und Ausführung eine große Verantwortung verbunden ist.

Eine Säule mit 4 1/2 % Eisenverstärkung wurde an der Technischen Hochschule in Charlottenburg untersucht. Dimensionen 25/25 cm, 3,22 m hoch, die Eiseneinlage war aus 4 Rundeisen von 30 mm Durchmesser gebildet, die in Entfernungen von 50 cm durch Flacheisen von 3/80 mm horizontal verbunden waren; Mischung 1 : 4, Alter 3 Monate. Die Säule, die mit ebenen Druckflächen aufsaß, brach in der Weise, daß die vier Rundeisen innerhalb zweier Querverbindungen gleichzeitig ausknickten und der dazwischen liegende Beton zerdrückt wurde. Die Bruchfestigkeit betrug 255 kg/qcm.

Will man mit der Armierung der Betonsäulen durch Längsstangen und Bügel den Zweck verfolgen, daß die Würfelfestigkeit auch bei diesen hohen Körpern sichergestellt werde, dann hat man bei der Berechnung nur von der Würfelfestigkeit des Betons oder einem bestimmten Teil derselben auszugehen und die Last $P = F_b \cdot \sigma_b$ zu setzen. Das Eisen würde dann für die Berechnung der zulässigen Säulenlast außer Betracht bleiben, müßte aber gleichwohl in solcher Menge in Form von Längsstangen und Bügeln eingelegt werden, daß die Bruchlast der Eisenbetonsäule mindestens der eines Würfels gleichkommt. Daß hierzu ein gewisses Mindestmaß an Eisen erforderlich wird, ist selbstverständlich. In den »Leitsätzen« ist dieser Umstand insofern berücksichtigt, als eine kleinste Längsarmierung von 0,8 % der Querschnittsfläche vorgeschrieben ist.

Aber auch die Entfernung der Bügel ist von Einfluß auf die Bruchlast einer Säule; dieser Einfluß ist sogar noch größer als derjenige der Längseisen, wie durch die neuen Säulenversuche der Eisenbetonkommission der Jubiläumsstiftung der deutschen Industrie nachgewiesen wird.

*) Ausnahmen sind auch hier vorhanden, z. B. die Berechnung auf Knickung, bei der von der Bruchlast ausgegangen wird, die Formberechnung der Schwedlerbrücken, wobei die Verkehrslast größer anzunehmen ist, um die nötige Sicherheit in den nur zugfähigen Diagonalen zu erhalten, die Berechnung der Stützmauern und Schornsteine gegen Umkippen.

Diese Versuche, die im Jahre 1905 veröffentlicht worden sind*), wurden an der Materialprüfungsanstalt der Kgl. Techn. Hochschule Stuttgart durch Herrn Baudirektor *v. Bach* durchgeführt und erstreckten

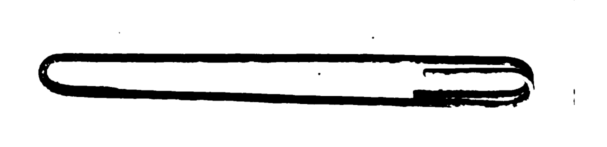


Abb. 56. Säulenbügel.

sich auf Betonprismen von 25/25 cm Querschnitt und 1,0 m Höhe, die im Mischungsverhältnis von 1 Teil Portlandzement und 4 Teilen Rheinsand und -kies mit 15 % Wasserzusatz hergestellt, also von gleicher

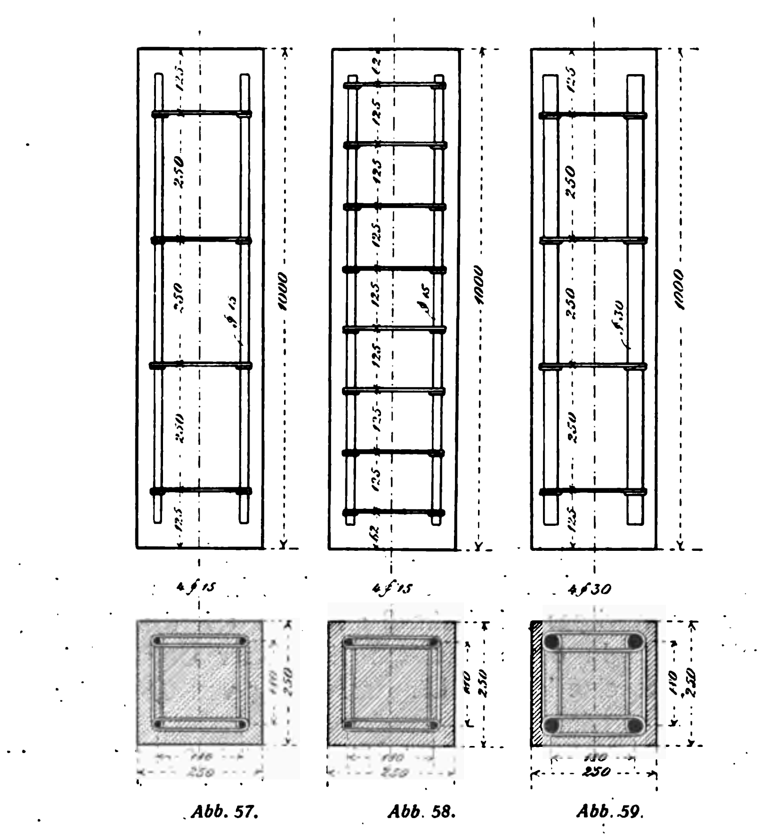


Abb. 57. *Abb. 58.* *Abb. 59.*

Zusammensetzung waren, wie die Seite 51 beschriebenen Probekörper zur Ermittlung des Gleitwiderstands einbetonierten Eisens.

Ein Teil der Prismen blieb ohne Eiseneinlage, die übrigen erhielten je 4 Eisenstangen, die durch Bügel aus 7 mm-Rundeisen von der in Ab-

*) *C. v. Bach*, Druckversuche mit Eisenbetonkörpern, 1905, Mitteilungen über Forschungsarbeiten, Heft 29.

bildung 56 dargestellten Form miteinander verbunden waren, und zwar wurden fünf verschiedene Sorten armierter Prismen hergestellt, nämlich:

Abb. 57	mit 15 mm	starken Eisenstäben	und	25 cm	Bügelentfernung
Abb. 58	„ 15 „	„ „	„	12,5 „	„
	„ 15 „	„ „	„	6,25 „	„
	„ 20 „	„ „	„	25 „	„
Abb. 59	„ 30 „	„ „	„	25 „	„

Gleichzeitig wurde die Druckfestigkeit an Würfeln von 30 cm Seitenlänge ermittelt.

Die Druckelastizität wurde für je 2—3 Körper von jeder Sorte bestimmt und zwar für Spannungen bis 113 kg/qcm. Es zeigte sich, daß die Zusammendrückung nicht nur abnimmt mit wachsendem Querschnitt der Längsarmierung, sondern auch mit wachsender Zahl der Bügel bei gleichbleibendem Querschnitt der Längseisen. In ähnlicher Weise, wie auf Seite 26 beschrieben, wurden für Spannungsintervalle von etwa 16 kg/qcm jedesmal die gesamte, die federnde und die bleibende Zusammendrückung bestimmt, und dabei ähnliche Kurven erhalten, wie bei reinem Beton. Den Einfluß der Bügel allein auf die Elastizität ersieht man aus folgenden Zahlen:

	Zusammendrückung in Millionstel der Länge		
bei einer Spannung $P/F = 32{,}3$ kg/qcm	gesamte	bleibende	federnde
Prisma ohne Eisen	133	7	126
Prisma mit 15 mm-Eisen und 25 cm Bügelabstand	114	5	109
dto. 12,5 cm „	110	2	108
dto. 6,25 cm „	106	4	102
bei einer Spannung $P/F = 64{,}6$ kg/qcm			
Prisma ohne Eisen	333	37	296
Prisma mit 15 mm-Eisen und 25 cm Bügelabstand	267	20	247
dto. 12,5 cm „	264	18	246
dto. 6,25 cm „	241	13	228
bei einer Spannung $P/F = 97{,}0$ kg/qcm			
Prisma ohne Eisen	709	164	545
Prisma mit 15 mm-Eisen und 25 cm Bügelabstand	488	63	425
dto. 12,5 cm „	473	58	415
dto. 6,25 cm „	421	42	379

Aus dieser Zusammenstellung geht hervor, daß es selbst bei bekannter Elastizität des reinen Betons nicht möglich ist, die genaue Lastverteilung zwischen Beton und Eisen bei gewöhnlichen Spannungen zu ermitteln, weil die Elastizität des Betons durch die Bügel geändert wird. Die Bügel hindern die Querdehnung des Betons und vermindern dadurch seine Zusammendrückung. Annähernd stimmt jedoch die Lastverteilung zwischen Beton und Eisen nach Maßgabe des Elastizitäts-

moduls. Dabei ist für die höchsten Belastungen, bis zu welchen die Elastizitätsmessungen sich erstreckten, das Verhältnis der Spannungen von Beton und Eisen wie 1 : 11 bis 1 : 13.

Für die praktische Verwendung wichtiger sind die beobachteten Bruchfestigkeiten:

Körper (Alter rund 3 Monate)	Bruchfestigkeit kg/qcm			Mittel	Armierung in Prozenten der Querschnitte
Prisma ohne Eisen	146	138	139	141	0
Prisma mit 15 mm-Eisen und 25 cm Bügelabstand . . .	171	161	172	168	1,14
Prisma mit 15 mm-Eisen und 12,5 cm Bügelabstand . . .	168	187	175	177	1,14
Prisma mit 15 mm-Eisen und 6,25 cm Bügelabstand . . .	212	200	203	205	1,14
Prisma mit 20 mm-Eisen und 25 cm Bügelabstand . . .	169	169	172	170	2,04
Prisma mit 30 mm-Eisen und 25 cm Bügelabstand . . .	174	199	197	190	4,60
Normal gestampfte Würfel . .	168	169	171	175	
		185	184		

Die Brucherscheinungen sind aus den Abbildungen 60—64 ersichtlich.

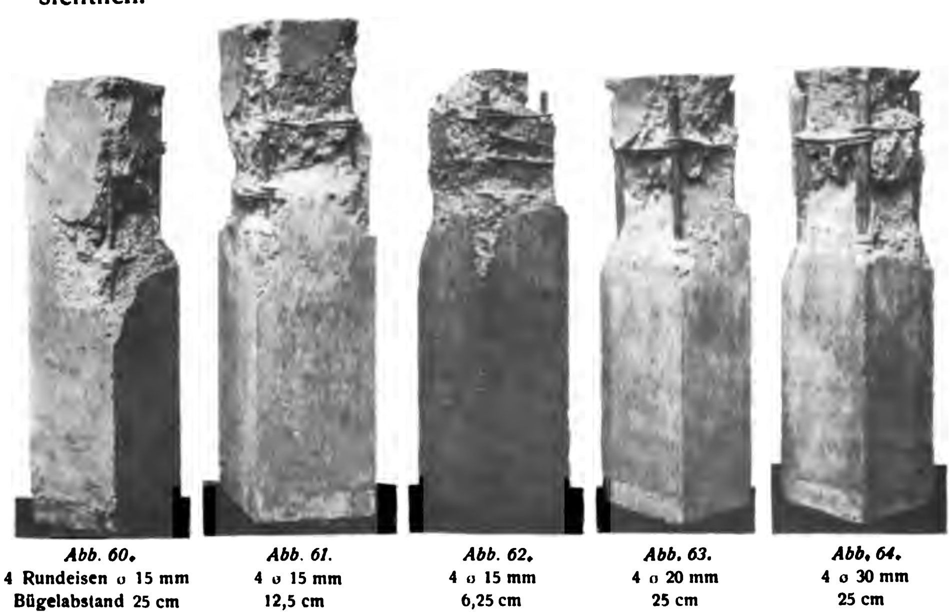


Abb. 60. 4 Rundeisen ⌀ 15 mm Bügelabstand 25 cm

Abb. 61. 4 ⌀ 15 mm 12,5 cm

Abb. 62. 4 ⌀ 15 mm 6,25 cm

Abb. 63. 4 ⌀ 20 mm 25 cm

Abb. 64. 4 ⌀ 30 mm 25 cm

Nach den Leitsätzen des Verbands Deutscher Architekten- und Ingenieurvereine ergibt sich als zulässige Belastung der Prismen

mit 4 Φ 15 mm $P = 625 . 35 + 15 . 7,1 . 35 = 25602$ kg
„ 4 Φ 20 „ $P = 625 . 35 + 15 . 12,6 . 35 = 28490$ „
„ 4 Φ 30 „ $P = 625 . 35 + 15 . 28,3 . 35 = 36732$ „ .

Diese rechnungsmäßig zulässigen Säulenlasten verhalten sich wie

168 : 187 : 241,

während die beobachteten Druckfestigkeiten bei 25 cm Bügelentfernung sich wie

168 : 170 : 190

verhalten.

Man sieht aus diesen Zahlen, daß infolge Vermehrung der Längsarmierung die Bruchfestigkeit sich nicht in dem Maße vergrößert, als es nach der Formel

$$P = F_b . \sigma_b + n . F_e . \sigma_b$$

zu erwarten wäre. In unerfahrenen Händen kann diese Formel zu Konstruktionen Anlaß geben, welche nicht mehr die wünschenswerte Sicherheit besitzen. Von manchen Konstrukteuren wird hier in geradezu leichtfertiger Weise verfahren, indem sie im Interesse geringer Säulenstärken die Armierungsprozente unverhältnismäßig hoch wählen, und dadurch den Pfeilern eine rechnungsmäßige Sicherheit zuschreiben, die sie in Wirklichkeit nicht besitzen.

Rechnet man bei den beschriebenen Versuchskörpern die Erhöhung der Widerstandsfähigkeit aus, die auf 1 kg Eisen in Form von Längsstäben oder Bügeln kommt, so findet man eine nahezu doppelt so große Ausnützung des Eisens in Form von Bügeln. Den Bügeln ist also bei den Säulen gebührende Aufmerksamkeit zu schenken. Weitere Versuche mit längeren Säulen, bei denen Kopf und Fuß zum Schutz gegen vorzeitige Zerstörung erbreitert sind, wären sehr erwünscht und sind auch von der deutschen Eisenbetonkommission geplant.

Wir empfehlen, solange nicht weitere Versuchsergebnisse vorliegen, bei Hochbauten in Eisenbeton und bei Benützung der in den deutschen »Leitsätzen« gegebenen Formel die Betonbeanspruchung der Säulen des obersten Stockwerks mit 20 kg/qcm anzunehmen, und diese Beanspruchung nach den unteren Stockwerken bis zu der zulässigen Grenze anwachsen zu lassen. Die Armierung sollte 0,8 bis 2 % betragen, die Bügelentfernung wird zweckmäßig 5 cm geringer als die Säulendicke, jedoch nicht über 35 cm gewählt werden. Will man von der Würfelfestigkeit ausgehen, also den Eisenquerschnitt unberücksichtigt lassen, so kann man von 25 kg/qcm Betonpressung im obersten Stockwerk auf 45—50 kg/qcm in den unteren übergehen.

Für die Säulen der untersten Geschosse kommt als günstiges Moment in Betracht, daß eine Vollbelastung aller darüber befindlichen Decken kaum denkbar ist, so daß sie sehr selten voll beansprucht sein werden. Die Berechnung des Bügelabstandes als Knicklänge der Eisenstangen führt zu viel zu großen Abständen, denn die Längsstangen sind nicht mathematisch gerade und bleiben es auch nicht beim Einstampfen des Betons. Sie sollen den Beton am seitlichen Ausweichen hindern und müssen daher selbst eine reichliche Sicherheit gegen seitliches Ausknicken besitzen.

Knickung. Versuche über die Knickung von Eisenbetonsäulen, ähnlich wie sie für Eisenstäbe angestellt wurden, existieren nicht; man ist daher darauf angewiesen, die für homogene Körper aufgestellten Beziehungen in entsprechender Weise auf die Stützen aus armiertem Beton anzuwenden. Die Gültigkeit der *Euler*schen Knickformel

$$P = \frac{\pi^2}{l^2} E \cdot J$$

ist von *Tetmajer* für dünne und lange Eisenstäbe nachgewiesen worden, bei denen die Druckbeanspruchung zu Beginn des Ausknickens unterhalb der Elastizitätsgrenze liegt. Bei starken Querschnitten und geringen Längen trifft diese Formel deshalb nicht mehr zu, weil die Druckspannungen beim Ausknicken über die Elastizitätsgrenze gestiegen sind, also für E nicht mehr der konstante Wert des Elastizitätsmoduls gesetzt werden darf. Bei Materialien ohne konstanten Elastizitätskoeffizienten, wie es ja der Beton ist, muß vielmehr durch Versuchsrechnungen für E derjenige Wert gewählt werden, welcher der Druckspannung beim Ausknicken entspricht, und zwar als Quotient

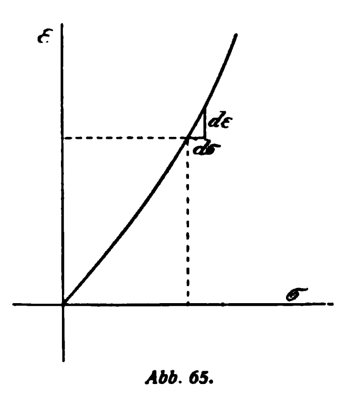


Abb. 65.

$$E = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$$

gleich der Tangente des Neigungswinkels der Deformationskurve. Was den Eisenquerschnitt anbelangt, so ist er in der Weise zu berücksichtigen, daß seine Fläche im Trägheitsmoment J mit dem Verhältnis $\frac{E_e}{E_b}$ multipliziert in Rechnung genommen wird, denn es wird sich an der Spannungsverteilung im Querschnitt nichts ändern, wenn man die Spannungskräfte des Eisens durch die Spannungskräfte einer $\frac{E_e}{E_b}$-fachen Betonfläche ersetzt.

Da das Potenzgesetz nur für Spannungsintervalle bis etwa 40 kg/qcm gilt, so kann es nicht zur Ableitung einer entsprechenden Knickformel benützt werden. Wir geben daher im nachstehenden die Entwicklung einer Knickformel nach einer Veröffentlichung von Professor *W. Ritter* im Jahrgang 1899 der Schweizerischen Bauzeitung.

Es wird hiernach für die Deformationskurve des Betons die folgende Gleichung zu Grunde gelegt

$$\sigma = k\left(1 - e^{-1000 \cdot \varepsilon}\right)$$

Hierin bedeutet k die Bruchspannung des Betons, ε die relative Verkürzung und $e = 2{,}71828$ die Basis des natürlichen Logarithmensystems. Berechnet man an Hand dieser Gleichung zusammengehörige Werte von σ und ε und trägt sie auf, so bekommt man eine Kurve, die mit der durch die Versuche ermittelten so gut übereinstimmt, als es in Anbetracht der schwankenden Verhältnisse erwartet werden kann.

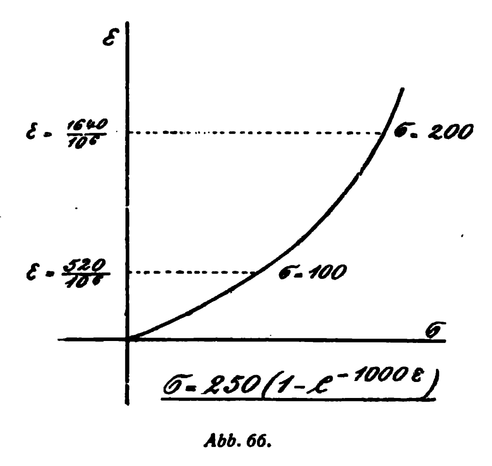


Abb. 66.

Differenziert man nach σ und ε, so bekommt man den Elastizitätsmodul

$$E = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = k \cdot 1000 \cdot e^{-1000\,\varepsilon}$$

$$= 1000\,(k - \sigma).$$

Setzt man diesen Ausdruck in die bekannte *Euler*sche Knickformel ein, so erhält man

$$P = \frac{\pi^2}{l^2}\,E \cdot J = \frac{\pi^2}{l^2} \cdot 1000\,(k - \sigma) \cdot J \,.$$

Es bedeutet also σ die Spannung beim Beginn des Ausknickens. Ersetzt man P durch $F \cdot \sigma$, J durch $F \cdot i^2$ und π^2 durch 10, so wird die Knickspannung in der Form

$$\sigma_k = \frac{k}{1 + 0{,}0001 \cdot \frac{l^2}{i^2}}$$

erhalten.

Beispiel. Es soll die Knickkraft für eine Säule von 25|25 cm Querschnitt mit 4 Rundeiseneinlagen von 18 mm Durchmesser berechnet werden:

$$l = 4{,}00 \text{ m}, \ \frac{E_e}{E_b} = 10, \ k = 250$$

$$J = \frac{1}{12} \cdot 25^4 + 10 \cdot 4 \cdot 2{,}54 \cdot 10^2 = 42702 \text{ cm}^4$$

$$F = 25^2 + 10 \cdot 4 \cdot 2{,}54 \qquad = \quad 727 \text{ qcm}$$

$$i^2 = \frac{J}{F} = 58{,}7 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_k = \frac{250}{1 + 0{,}0001 \cdot \frac{400^2}{58{,}7}} = 197 \text{ kg/qcm}.$$

Abb. 67.

Bei 8facher Sicherheit gegen Knicken könnte mit einer zulässigen Druckbeanspruchung von 25 kg/qcm gerechnet werden. Mit Rücksicht auf teilweise Einspannung der Enden wäre eine Reduktion der freien Knicklänge etwa auf $^3/_4\ l$ gestattet, so daß σ_k sich noch etwas größer ergeben würde. F ist streng genommen mit $n = 11$ berechnet.

Wir haben in vorstehendem Beispiel eine verhältnismäßig schlanke Säule angenommen; man ersieht aus dem Rechnungsergebnis, daß die Eisenbetonsäulen in dieser Hinsicht sich wesentlich von den eisernen Stützen unterscheiden, für welche die Knickgefahr weit mehr ins Gewicht fällt. Diese Überlegenheit der Säulen aus armiertem Beton rührt von der viel größeren Querschnittsfläche (gegenüber den reinen Eisenkonstruktionen) und der viel geringeren Materialbeanspruchung her. Oder wenn man die *Euler*sche Knickformel betrachtet, so nimmt das Trägheitsmoment J weit mehr zu, als der Elastizitätsmodul E im Vergleich zu einer ebenso tragfähigen Eisensäule abnimmt.

In den seltensten Fällen wird daher eine besondere Berechnung der Knicksicherheit erforderlich sein.

Berechnung der Eisenbetonpfeiler mit spiralförmiger Eiseneinlage. *(Béton fretté.*)*

Wir beschränken uns hier darauf, die von Herrn *Considère* selbst angegebene Berechnungsweise der spiralarmierten Betonpfeiler wiederzugeben.

Infolge theoretischer Erwägungen, deren Richtigkeit durch Versuche hinreichend bestätigt wurde, kam *Considère* zu dem Ergebnis, daß die in Form von Spiralen eingelegte Eisenmenge eine 2,4mal größere Vermehrung der Tragfähigkeit bewirkt, als wenn die gleiche Eisenmenge in Form von Längsstäben angewendet wird.

*) D. R.-P. Nr. 149944 vom 10. Mai 1902, *Armand Considère* in Paris. Patentanspruch: »Verfahren zur Herstellung von Betonkörpern, wie Säulen und dergl., welche hohe axiale Druckfestigkeit besitzen sollen, dadurch gekennzeichnet, daß außerhalb des Kernes des vollen Betonkörpers konaxial zu demselben eine Metallspirale mit nahe aneinander liegenden Windungen gelegt ist.«

Bezeichnet also F_b die Querschnittsfläche des von der Spirale umschlossenen Betonkerns, k die Bruchfestigkeit (Würfelfestigkeit) des nichtarmierten Betons, f_e den Querschnitt der neben den Spiralen noch vorhandenen Längsarmierung und f_e' den Querschnitt gedachter Längsstangen, deren Gewicht gleich demjenigen der Spirale wäre, ferner σ_e die Streckgrenze des Eisens, welche für gewöhnliches Handelseisen bei 2400 kg/qcm angenommen werden kann, dann ergibt sich die gesamte Bruchlast zu

$$1{,}5 \,.\, k \,.\, F_b + \sigma_e\,(f_e + 2{,}4\,f_e').$$

In dieser Formel ist vorausgesetzt, daß die Grenze der Tragfähigkeit durch die Streckgrenze des Eisens bedingt ist; der Faktor 1,5 ist gesetzt, weil bei den gewöhnlichen Verhältnissen und achteckiger Form der ganze Betonquerschnitt etwa gleich dem 1,5fachen des von der Spirale umschlossenen Kernquerschnittes ist. Es stellt also 1,5 F_b den ganzen Betonquerschnitt vor.

Durch frühere Versuche*) hat *Considère* nachgewiesen, daß spiralarmierter Beton, wenn die Versuchskörper mit der in einem Laboratorium möglichen Sorgfalt hergestellt werden, sehr bedeutende Druckfestigkeit liefert. Die Firma *Wayß & Freytag A.-G.*, welche das Ausführungsrecht für Deutschland erworben hat, hielt es indessen für angezeigt, Versuche mit Körpern durchführen zu lassen, deren Herstellung auf der Baustelle ohne besondere Sorgfalt erfolgen sollte. Infolgedessen war bei den neuen Versuchskörpern durch das Stampfen die Ganghöhe der Spiralen etwas ungleich geworden, auch konnten teilweise exzentrische Lagen der Spiralen nachgewiesen werden. Bei den früheren Versuchen hatten die Längsstangen einen Querschnitt von mindestens 1% des Körperquerschnitts bei einer Ganghöhe der Spiralen von $^1/_7$ des Säulendurchmessers. Die neuen Versuche sollten auch Aufschluß darüber geben, ob es statthaft ist, die Ganghöhe der Spiralen über dieses Maß hinaus wesentlich zu vergrößern.

Die Versuche sind an der Materialprüfungsanstalt der Kgl. Techn. Hochschule in Stuttgart durchgeführt worden und die Ergebnisse wurden von ihrem Vorstand, Herrn Baudirektor *v. Bach,* in der Schrift »Druckversuche mit Eisenbetonkörpern, Versuche B«, Berlin 1905 veröffentlicht. Sie sind überdies in Heft 29 der »Mitteilungen über Forschungsarbeiten« zum Abdruck gelangt.

Die von der Firma angefertigten Versuchskörper besaßen achteckigen Querschnitt von 27,5 cm einbeschriebenem Durchmesser, eine Höhe von 1,00 m und wurden im Mischungsverhältnis von 1 Raumteil Heidelberger Portlandzement und 4 Raumteilen Rheinsand und -kies mit 14 Volumprozent Wasser hergestellt. Alter 5—6 Monate.

Zur Untersuchung kamen je drei der in der nachfolgenden Tabelle, bezw. den Abbildungen 68—71 dargestellten Probekörper.

*) »*Génie civil*«, Nov. 1902 und »Beton und Eisen«, Heft V, 1902.

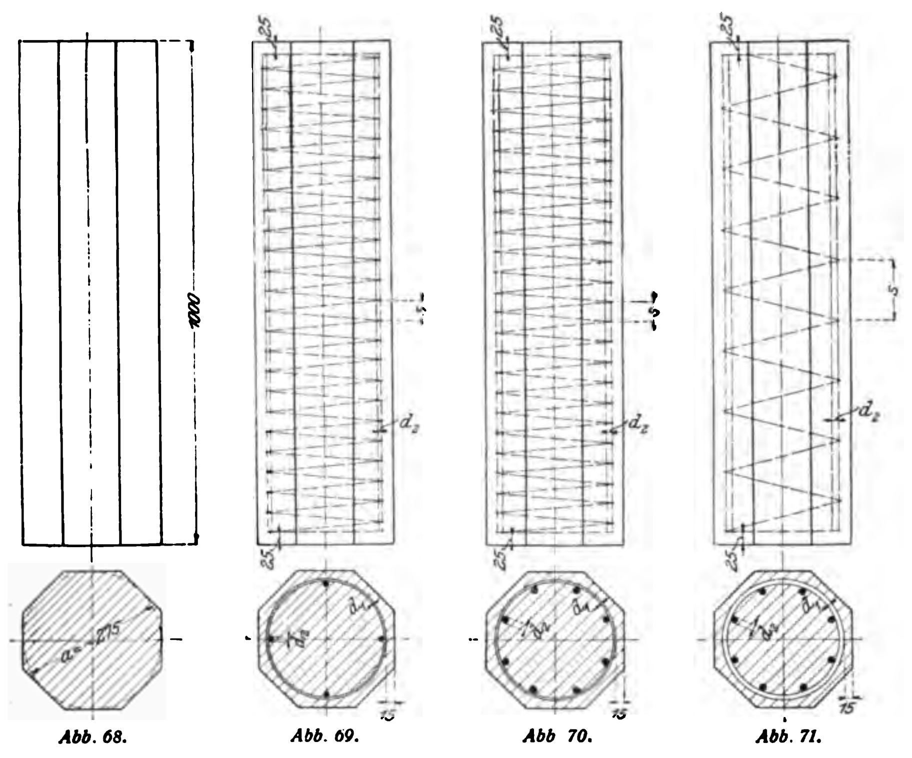


Abb. 68. Abb. 69. Abb 70. Abb. 71.

Es wurden untersucht:

No.	Versuchskörper	Spiralen Durchmesser mm	Spiralen Ganghöhe mm	Längsarmierung mm
I	4 Körper nach Abb. 68	ohne Eiseneinlagen		
II	3 „ „ „ 69	$d_1 = 5$	$s = 38$	4 Stangen $d_2 = 7$
III	3 „ „ „ 69	$d_1 = 7$	$s = 37$	4 „ $d_2 = 7$
IV	3 „ „ „ 69	$d_1 = 10$	$s = 42$	4 „ $d_2 = 7$
V	3 „ „ „ 70	$d_1 = 5$	$s = 38$	8 „ $d_2 = 11$
VI	3 „ „ „ 70	$d_1 = 7$	$s = 37$	8 „ $d_2 = 11$
VII	3 „ „ „ 70	$d_1 = 10$	$s = 43$	8 „ $d_2 = 11$
VIII	3 „ „ „ 69	$d_1 = 7$	$s = 31$	4 „ $d_2 = 7$
IX	3 „ „ „ 69	$d_1 = 10$	$s = 40$	4 „ $d_2 = 7$
X	3 „ „ „ 69	$d_1 = 12$	$s = 41$	4 „ $d_2 = 7$
XI	3 „ „ „ 69	$d_1 = 14$	$s = 37$	4 „ $d_2 = 7$
XII I	3 „ „ „ 70	$d_1 = 7$	$s = 40$	8 „ $d_2 = 5$
XII II	3 „ „ „ 70	$d_1 = 10$	$s = 40$	8 „ $d_2 = 7$
XII III	3 „ „ „ 70	$d_1 = 14$	$s = 40$	8 „ $d_2 = 10$
XIII I	3 „ „ „ 71	$d_1 = 7$	$s = 80$	8 „ $d_2 = 7$
XIII II	3 „ „ „ 71	$d_1 = 10$	$s = 80$	8 „ $d_2 = 10$
XIII III	3 „ „ „ 71	$d_1 = 14$	$s = 80$	8 „ $d_2 = 12$
XIV I	3 „ „ „ 71	$d_1 = 7$	$s = 120$	8 „ $d_2 = 10$
XIV II	3 „ „ „ 71	$d_1 = 10$	$s = 120$	8 „ $d_2 = 12$
XIV III	3 „ „ „ 71	$d_1 = 14$	$s = 120$	8 „ $d_2 = 14$

Bauart des Körpers Ab-bildung	Be-zeichnung	Spirale		Längsstäbe		Durchschnittliche Belastung auf 1 qcm bei Beginn der Rißbildung	Zunahme der Widerstands-fähigkeit gegenüber den Körpern ohne Eiseneinlagen	Durch-schnittliche Höchst-belastung auf 1 qcm	Zunahme der Widerstands-fähigkeit gegenüber den Körpern ohne Eiseneinlagen	Widerstands-fähigkeit bezogen auf den umschnürten Kern
		Ganghöhe s	Stärke d_1	Anzahl	Stärke d_2	σ_1	$\sigma_1 - 133$	σ_2	$\sigma_2 - 133$	
		mm	mm		mm	kg/qcm	kg/qcm	kg/qcm	kg/qcm	kg/qcm
68	I	—	—	—	—	133	—	133	—	ca.
69	II	38	5	4	7	159	26	159	26	230
	III	37	7	4	7	161	28	178	45	257
	IV	42	10	4	7	170	37	240	107	347
70	V	38	5	8	11	224	91	226	93	327
	VI	37	7	8	11	230	97	230	97	332
	VII	43	10	8	11	243	110	281	148	406
69	VIII	31	7	4	7	196	63	200	67	289
	IX	40	10	4	7	170	37	211	78	305
	X	41	12	4	7	180	47	256	123	370
	XI	37	14	4	7	158	25	246	113	355
70	XII I	40	7	8	5	163	30	163	30	236
	XII II	40	10	8	7	164	31	230	97	332
	XII III	40	14	8	10	184	51	302	169	436
71	XIII I	80	7	8	7	162	29	162	29	234
	XIII II	80	10	8	10	179	46	181	48	261
	XIII III	80	14	8	12	186	53	199	66	298
71	XIV I	120	7	8	10	155	22	155	22	224
	XIV II	120	10	8	12	183	50	183	50	264
	XIV III	120	14	8	14	207	74	207	74	299

Von einigen der Körper wurden auch die gesamten bleibenden und federnden Zusammendrückungen gemessen, aus den Zahlen läßt sich aber kein bestimmtes Gesetz ableiten, außer daß die armierten Körper etwas geringere Deformationen oder größeren Elastizitätsmodul aufweisen, als die nichtarmierten, ähnlich wie es für die gewöhnlich armierten Betonprismen gefunden wurde.

Für alle Versuchskörper wurde dann festgestellt die Belastung bei Beginn der Rißbildung und sofern die Belastung noch gesteigert werden konnte, die Höchstbelastung. Die Risse zeigten sich zunächst in der außerhalb der Spirale liegenden Betonschale, von der schließlich größere Stücke herabfielen. Die Brucherscheinungen sind aus den Abbildungen 72 und 73 zu erkennen.

Die Ergebnisse der Bruchbelastung sind in vorstehender Tabelle enthalten, in welcher auch die Zunahmen der Festigkeit infolge der Armierung gegenüber den Probekörpern I ohne Eiseneinlagen angegeben sind.

Die Anwendung der *Considère*schen Formel auf die Versuchskörper V, VI, VII ergibt mit $k = 133$, $\sigma_e = 2400$ folgendes:

Nr.	Betonkern		Querschnitt der		Festigkeit des Gesamteisens	Gesamtfestigkeit	
	Querschnitt	Festigkeit	Längsstangen	gedachten Längsstangen		berechnet	beobachtet
	F_b	$1,5 . 133 . F_b$	f_e	f_e'	$2400 . (f_e + 2,4 f_e')$		
	qcm	kg	qcm	qcm	kg	kg	kg
V	452	90 100	7,60	3,90	40 700	130 800	142 000
VI	442	88 200	7,60	7,78	63 000	151 200	144 000
VII	432	86 200	7,60	13,49	95 900	182 100	176 200

Trotz der Mängel der Körper stimmen die beobachteten Festigkeiten doch mit den durch die Formel gegebenen Zahlen annähernd überein und übertreffen diese für die am schwächsten armierten Stücke.

Die anderen Versuche haben nach *Considère* folgende nützliche Lehren geliefert:

Ganghöhe der Spiralen.

Die Körper XIII und XIV, deren Spiralen übertriebene Ganghöhen von 80 und 120 mm hatten, haben mittelmäßige Resultate ergeben.

Obgleich erhöht, ist doch die Festigkeit der Körper XIII III unter derjenigen geblieben, welche die Formel angibt. Diese Tatsache scheint aus einem Mißverhältnis zwischen dem Durchmesser der Spiralen und demjenigen der Längsstangen hervorzugehen, welches durch eine Verminderung der Ganghöhe der Spiralen nicht behoben wurde.

Verhältnis zwischen den Spiralen und den Längsstangen.

Bei den Körpern II, III, IV, VIII, IX, X, XI und XII I war der Querschnitt der Längsstäbe sehr schwach und die Ergebnisse waren umso mittelmäßiger, je stärker die Spiralen waren.

Im ganzen scheinen die Versuche zu beweisen, daß man die Ganghöhe der Spiralen vermindern und den Querschnitt oder die Zahl der Längsstangen vergrößern muß, je stärker die Spiralen sind,



Abb. 72.
Spirale gerissen.



Abb. 73.
Abspringen der äußeren Betonhülle.

weil alsdann der Beton einem stärkeren Druck Widerstand zu leisten im stande ist und hierbei seine Neigung zunimmt, seitlich zwischen den Längsstangen auszuweichen.

Bei Aufstellung des Programms für die Versuche mit umschnürtem Beton suchten wir einen unmittelbaren Vergleich mit den Säulenversuchen der Eisenbetonkommission der Jubiläumsstiftung der deutschen Industrie (Seite 68) zu ermöglichen, indem wir den Querschnitt des Achteckes so groß annahmen, daß er dem quadratischen von 25/25 cm gleichkam und die Spiralen und Längsstäbe derart anordneten, daß bei den Prismen II, III, IV, V, VI, VII das in Form von Spiralen verwendete Eisenquantum demjenigen der Bügel in den Säulen mit 4 Φ 15 mm und Bügelabständen von 25 cm, 12,5 cm, 6,25 cm gleich war.

Während also bei gewöhnlichen Bügeln die Zunahme der Festigkeit gegenüber den nichtarmierten Prismen (Alter 3 Monate)

27 kg/qcm 36 kg/qcm 64 kg/qcm

betrug, stieg sie bei Verwendung des gleichen Eisenquantums in Form

von Spiralen anstatt Bügeln und. bei Anordnung von 4 Längsstangen Φ 7 mm (Alter 5—6 Monate) auf

26 kg/qcm 45 kg/qcm 107 kg/qcm,

bei Anordnung von 8 Längsstangen Φ 11 mm auf

93 kg/qcm 97 kg/qcm 148 kg/qcm.

Dabei entsprechen im letzten Fall die 8 Längsstangen 11 mm fast genau dem Querschnitt der 4 Rundeisen 15 mm der Säulenversuche, so daß der Vorteil der Spiralen gegenüber den Bügeln in einer Festigkeitszunahme von

66 kg/qcm 61 kg/qcm 84 kg/qcm

besteht.

Bei den Prismen VIII, IX, X, XI sind die Spiralen so angeordnet, daß ihr Eisenquantum demjenigen der Bügel und Längsstangen der Säulenversuche (Seite 68) zusammen gleich ist und eine Ganghöhe von etwa $^1/_7$ des Säulendurchmessers entsteht; außerdem sind aus praktischen Gründen zum Festhalten der Spiralen noch 4 Φ 7 mm als Längsstäbe angenommen. Die Säulen mit 4 Φ 20 mm und 25 cm Bügelabstand ergeben dann fast die gleichen spiralarmierten Prismen IX wie die Säulen mit 4 Φ 15 mm und 12,5 cm Bügelabstand. Die Zunahmen der Festigkeiten gegenüber den nichtarmierten Probekörpern betragen bei den Säulen gewöhnlicher Armierung nach der Tabelle auf Seite 70

27 36 64 29 49 kg/qcm

und bei den Prismen VIII, IX, X, IX, XI, mit dem gleichen Eisenaufwand aber nur in Form von Spiralen, nach der Tabelle auf Seite 77

67 78 123 78 113 kg/qcm.

Rechnet man mit diesen Zahlen und für die Fälle des gebräuchlichen Bügelabstands von 25 cm das Verhältnis der beiden Festigkeitszunahmen, so erhält man

$$\frac{67}{27} = 2{,}48 \qquad \frac{78}{29} = 2{,}69 \qquad \frac{113}{49} = 2{,}31$$

in befriedigender Übereinstimmung mit der von *Considère* angenommenen Zahl 2,4, mit der also das Verhältnis der besseren Ausnützung des Eisens in Form von Spiralen gegenüber derjenigen in Form von Längsstäben ausgedrückt ist.

Aus den Ergebnissen der Versuchskörper XII ist besonders deutlich die Wichtigkeit einer zur Spiralarmierung in angemessenem Verhältnis stehenden Längsarmierung zu ersehen.

Einfache Biegung.

Bei den homogenen Körpern mit konstanten Formänderungskoeffizienten werden die Biegungsgleichungen unter der Voraussetzung abgeleitet, daß die vor der Biegung ebenen Querschnitte auch nach

der Biegung noch eben sind. Es fragt sich nun, inwiefern diese Voraussetzung auch bei Berechnung der Biegungsbeanspruchungen armierter Betonkörper beibehalten werden kann.

Sie ist zwar durch Versuche an homogenen Körpern rechteckigen Querschnitts innerhalb gewisser Grenzen als zutreffend nachgewiesen worden, verdankt aber ihre allgemeine Annahme dem Bedürfnis, die Rechnung möglichst zu vereinfachen. Außerdem ist bekannt, daß diese Voraussetzung der eben bleibenden Querschnitte mit dem Vorhandensein der Schubspannungen unvereinbar ist, da letztere eine *S*-förmige Wölbung der Querschnitte bewirken. Man kann daher mit gleichem Recht die Ebenheit der deformierten Querschnitte auch für die Biegung armierter Betonkörper voraussetzen, und es kommt dabei für uns noch besonders in Betracht, daß die oben auf Seite 35 auf Grund ebener Querschnitte berechneten Biegungsfestigkeiten rechteckiger Balken aus Beton, also aus einem Material mit veränderlichem Formänderungskoeffizienten, mit den durch Versuche ermittelten befriedigend übereinstimmen.

Stellt daher mit Bezug auf untenstehende Figur AB den Querschnitt eines Eisenbetonbalkens vor, so ist die Gerade $A'B'$ die Linie der Dehnungen und Zusammendrückungen und die ihr entsprechende Linie der Spannungen ist durch die Kurve EOF dargestellt, die nichts anderes ist als die nach Koordinaten aufgetragene Deformationskurve des Betons. Die Eiseneinlage hat die Deformation des Betons mitzumachen; die obere Eiseneinlage verkürzt sich demnach um CC', während die untere sich um DD' verlängert; die entsprechenden Beanspruchungen sind diesen Dehnungen proportional.

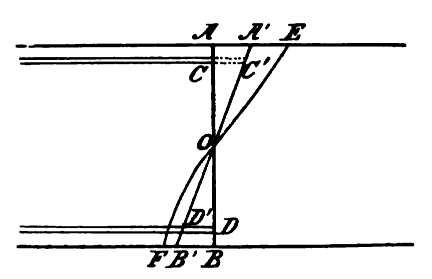


Abb. 74. Spannungsverteilung im Stadium I.

Die in Abbildung 74 gezeichnete Spannungsverteilung im Eisenbetonquerschnitt wird indessen nur bei ganz niederen Belastungszuständen vorhanden sein, weil die Zugelastizität des Betons bald erschöpft ist. Wir bezeichnen diesen Spannungszustand als Stadium I. Für die Berechnung der Spannungen im Stadium I kann man die Linien OE und OF als Gerade annehmen.

Bei zunehmender Belastung wird die Zugfestigkeit des Betons in der Zugzone erreicht werden, und wenn wir vorläufig die von *Considère* beobachtete große Dehnbarkeit des Betons in Verbindung mit Eiseneinlagen als tatsächlich vorhanden annehmen, wird sich die Spannungsverteilung nach Abbildung 75 einstellen. Diesen Belastungszustand bezeichnen wir als Stadium II. Nach den *Considère*schen Versuchen reicht dieses Stadium II nicht weiter als bis zu der durch

die Streckgrenze des Eisens gegebenen Beanspruchung bezw. Dehnung der Armierung. Bei noch weiter zunehmender Belastung wird also die Streckgrenze der Einlageeisen überwunden, die Zugfestigkeit des Betons kommt nicht mehr in Betracht und schließlich erfolgt der Bruch durch Überwinden der Zugfestigkeit des Eisens oder der Druckfestigkeit des Betons. Diesen letzten Belastungszustand oder das Bruchstadium bezeichnet man als Stadium III. Es folgt ohne weiteres, daß eine genaue theoretische Verfolgung des Bruchstadiums auf große Schwierigkeiten stoßen muß, weil hier die Elastizitätsbedingungen, mit denen man sonst zu rechnen pflegt, nicht mehr zutreffen.

Hinsichtlich des Stadiums II ist zu bemerken, daß man sich auf die Zugfestigkeit des Betons nicht mit Sicherheit verlassen kann, und zwar mit Rücksicht auf Unregelmäßigkeiten in der Ausführung, namentlich aber, weil nach den neuesten Versuchen die Dehnbarkeit des Betons nicht bis zu dem durch die Streckgrenze des Eisens bedingten Maß reicht. Man wird also im oberen Teil des Stadiums II schon Risse im Beton zu gewärtigen haben. Wir nennen daher den unteren Teil dieses Belastungszustands das Stadium IIa (ohne Zugrisse im Beton), den oberen Teil das Stadium IIb (mit Zugrissen im Beton und Eisenbeanspruchungen unter der Streckgrenze). Die Spannungsverteilung in beiden Fällen ist in den Abbildungen 75 und 76 dargestellt. Es fragt sich nun, welches Stadium der Spannungsverteilung für die in der Praxis anzuwendende Rechnungsweise zu Grunde zu legen ist.

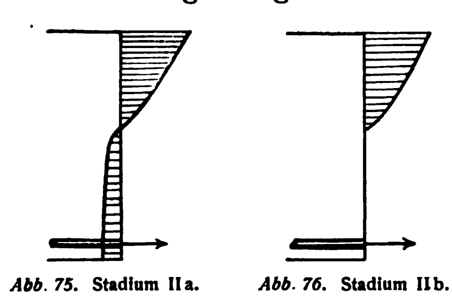


Abb. 75. Stadium IIa. *Abb. 76.* Stadium IIb.

Zieht man in Betracht, daß der **Zweck jeder statischen Berechnung** weniger die genaue Ermittlung der in einer Konstruktion bei irgend einer Belastung auftretenden Spannungen, als vielmehr **der Nachweis eines hinreichenden Sicherheitsgrades sein soll,** so müßte man streng genommen für die Beurteilung der Tragfähigkeit auf Biegung beanspruchter Eisenbetonkonstruktionen vom Stadium III, demjenigen des Bruches, ausgehen, welches aber der theoretischen Behandlung kaum zugänglich sein wird.

Stadium I ist schon deshalb ausgeschlossen, weil es meist schon unter den als zulässig erachteten Lasten überschritten ist. Das Stadium IIa, das schon mehrfach als Grundlage für die Rechnung empfohlen wurde, muß angesichts der Unsicherheit der *Considère*schen Resultate und aus dem Grunde ausgeschlossen werden, weil der Beton der Rissebildung ausgesetzt ist, sei es durch mangelhafte Herstellung oder Unterbrechung während des Betonierens, sei es durch Temperatureinwirkungen oder zu rasches Austrocknen. Auch

würde man kein sicheres Urteil über die für das Stadium IIb oder III erforderliche Eisenmenge erhalten können.

Wir kommen also zum Stadium IIb als dem einzigen der theoretischen Behandlung leicht zugänglichen Spannungszustand, welcher insbesondere das nötige Eisenquantum mit Sicherheit erkennen läßt. Die Methode hat dann noch den für die praktische Anwendung sehr wertvollen Vorzug der Einfachheit und sie läßt sich dem Stadium III insofern anpassen, als man im stande ist, die zulässigen Beanspruchungen entsprechend den Ergebnissen von Biegungsbruchversuchen zu wählen.

Mit der Wahl des Stadiums IIb an Stelle des eigentlichen Bruchstadiums machen wir keinen größeren Fehler, als man ihn jederzeit bei Berechnung der gewöhnlichen Holz- oder Eisenkonstruktionen begeht, für welche die *Navier*sche Biegungslehre beim Bruch ebenfalls nicht mehr zutrifft.

Im folgenden geben wir einige Methoden der Berechnung von auf Biegung beanspruchten Eisenbetonkonstruktionen, unter Zugrundelegung des Stadiums IIb, wobei die Voraussetzung gemacht ist, daß der gezogene Eisenquerschnitt auch nach der Deformation mit dem gedrückten Teil des Betonquerschnitts in einer Ebene sich befindet. Die Zugfestigkeit des Betons ist also ganz vernachlässigt.

Rechteckiger Querschnitt, Platten.

1. Für einen rechteckigen Querschnitt kann die Berechnung ganz ähnlich, wie wir es oben bei der Biegungsfestigkeit reiner Betonbalken gezeigt haben, mit Hilfe der Dehnungskurven erfolgen.

In nachstehender Abbildung 77 ist die Linie der Druckspannungen durch die Kurve OE dargestellt, der Zweig derselben für die Zug-

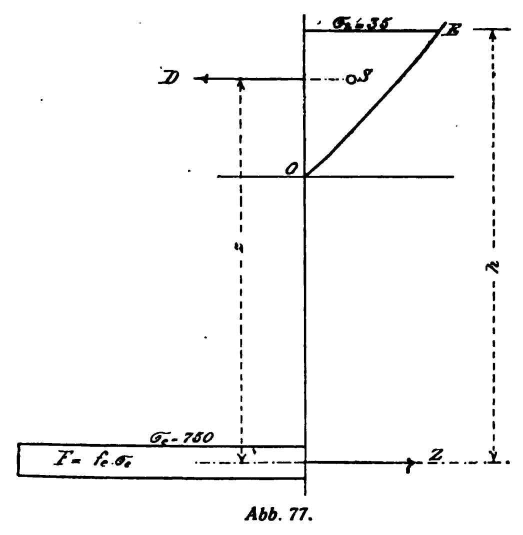


Abb. 77.

spannungen fällt nach dem soeben Ausgeführten weg und es tritt an dessen Stelle die Spannungsfläche der Eiseneinlage. Setzt man die Querschnittsbreite = 1 und nimmt man für den Beton und das Eisen bestimmte zulässige Beanspruchungen σ_b und σ_e an, so wird dadurch die Spannungsfläche des Betons nach oben abgegrenzt und gleichzeitig die Lage des Eisens festgelegt. Die Spannungsfläche des Eisens ist ein Rechteck von geringer Breite und sehr großer Höhe. Bei reiner Biegung sind keine äußeren Kraftkomponenten in der Längsrichtung vorhanden, es müssen sich also im Querschnitt die Zug- und Druckkräfte ausgleichen, oder es ist der Inhalt der Druckfläche gleich dem Rechteck der Zugkraft. Wird der Abstand des Schwerpunktes der Eiseneinlage von der Oberkante mit h bezeichnet, so drückt sich demnach f_e in Funktion von h und σ_b aus und das Moment M, das gleich dem Inhalt der Druckfläche, multipliziert mit dem Abstand des Schwerpunktes derselben von der Eiseneinlage ist, wird als Funktion von h^2 erhalten. Man bezeichnet h als die Nutzhöhe des Querschnitts.

Es kann also nach diesem Verfahren leicht dimensioniert werden, während es nur durch umständliche Versuchsrechnungen möglich ist, die Beanspruchung einer bestehenden Konstruktion zu ermitteln.

Die Anwendung dieses Verfahrens auf die in Seite 29 enthaltenen Dehnungskurven ergab z. B. die folgende Beziehung: bei Mischung 1:4 mit 14 % Wasserzusatz, wenn F_e den Querschnitt der Eiseneinlage in Quadratzentimeter auf 1 m Breite bedeutet und M für die gleiche Breite in Zentimeter-Kilogramm eingesetzt wird, mit $\sigma_b = 40$ kg/qcm, $\sigma_e = 1000$ kg/qcm, $E_e = 2160000$ kg/qcm

$$h = 0{,}0407 \sqrt{M} \text{ in Zentimeter,}$$

$$F_e = 0{,}0277 \sqrt{M} \text{ in Quadratzentimeter.}$$

Die Plattenstärke d ist um 1,5—2,0 cm größer als die berechnete Nutzhöhe h zu nehmen, da die Betonunterkante um dieses Maß tiefer liegt.

Es mag genügen, darauf hinzuweisen, daß dieses Verfahren auch die Berücksichtigung der Zugfestigkeit des Betons gestattet.

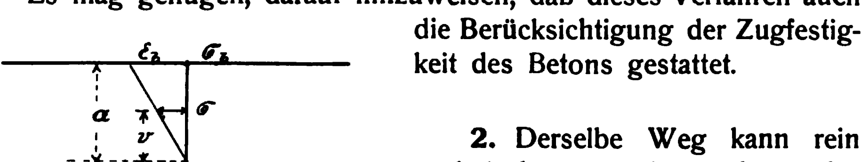


Abb. 78.

2. Derselbe Weg kann rein analytisch unter Anwendung des Potenzgesetzes eingeschlagen werden. Das Ebenbleiben der Querschnitte ist mit Rücksicht auf Abbildung 78 durch folgende Beziehung ausgedrückt:

$$\frac{\varepsilon_b}{a} = \frac{\varepsilon_e}{b},$$

woraus

$$\varepsilon_b = \frac{a}{b} \cdot \varepsilon_e \qquad \varepsilon_e = \frac{\sigma_e}{E}.$$

Nun ist nach dem Potenzgesetz

$$\varepsilon_b = \alpha \cdot \sigma_b^m,$$

also

$$\alpha \cdot \sigma_b^m = \frac{a}{b} \cdot \frac{\sigma_e}{E},$$

wobei E den Elastizitätsmodul des Eisens bedeutet.

Da

$$b = h - a,$$

so folgt

$$(h - a) \cdot \alpha \cdot \sigma_b^m = a \cdot \frac{\sigma_e}{E},$$

woraus

$$a = \frac{h \cdot \alpha \cdot \sigma_b^m}{\alpha \cdot \sigma_b^m + \frac{\sigma_e}{E}}.$$

Das Moment M ist:

$$M = \int_0^{\sigma_b} \sigma \cdot dv \cdot (b + v)$$

$$\sigma^m : \sigma_b^m = v : a$$

$$v = \frac{a \cdot \sigma^m}{\sigma_b^m},$$

somit

$$dv = \frac{a \cdot m}{\sigma_b^m} \cdot \sigma^{m-1} \cdot d\sigma,$$

$$M = \int_0^{\sigma_b} \frac{\sigma \cdot a \cdot m}{\sigma_b^m} \cdot \sigma^{m-1} \cdot d\sigma \left(b + \frac{a \cdot \sigma^m}{\sigma_b^m}\right)$$

$$= \frac{a \cdot b \cdot m}{\sigma_b^m} \int_0^{\sigma_b} \sigma^m \cdot d\sigma + \frac{a^2 \cdot m}{\sigma_b{}^{2m}} \int_0^{\sigma_b} \sigma^{2m} \cdot d\sigma$$

$$= a \cdot b \cdot \frac{m}{m+1}\, \sigma_b + a^2 \cdot \frac{m}{2m+1} \cdot \sigma_b,$$

werden die oben angegebenen Werte von a und b eingesetzt, so folgt

$$M = \frac{m}{m+1} \cdot \frac{h^2 \cdot \sigma_b^{m+1} \cdot E}{\left(\frac{1}{\alpha} \cdot \sigma_e + \sigma_b^m \cdot E\right)^2} \cdot \left(\frac{(m+1) \cdot \sigma_b^m \cdot E}{2m+1} + \frac{1}{\alpha} \cdot \sigma_e\right).$$

Der Eisenquerschnitt f_e für die Breite 1 ergibt sich aus der Bedingung

$$f_e = \frac{1}{\sigma_e} \int_0^{\sigma_b} \sigma \, . \, dv$$

$$f_e = \frac{1}{\sigma_e} \int_0^{\sigma_b} \frac{\sigma \, . \, a \, . \, m \, . \, \sigma^{m-1}}{\sigma_b^m} \, . \, d\sigma$$

$$f_e = \frac{1}{\sigma_e} \, . \, \frac{a \, . \, m}{m+1} \, . \, \frac{\sigma_b^{m+1}}{\sigma_b^m}$$

$$= \frac{1}{\sigma_e} \, . \, \frac{h \, . \, \alpha \, . \, \sigma_b^{m+1}}{\left(\alpha \, . \, \sigma_b^m + \frac{\sigma_e}{E}\right)} \, . \, \frac{m}{m+1} \, .$$

Setzt man h aus der Gleichung für M hier ein, so ergibt sich endlich für die Breite 1

$$f_e = \frac{1}{\sigma_e} \sqrt{\frac{m}{m+1} \, . \, \frac{\sigma_b^{m+1} \, . \, E \, . \, M}{\frac{m+1}{2m+1} \, . \, \sigma_b \, . \, E + \frac{1}{\alpha} \, . \, \sigma_e}} \, .$$

Nimmt man wieder σ_b und σ_e als gegeben an, so können die gefundenen Gleichungen zur Dimensionierung von Platten benützt werden. In dieser Weise erhält man mit $\alpha = \frac{1}{230000}$, $m = 1{,}17$, also $\varepsilon_b = \frac{\sigma_b^{1,17}}{230000}$ und $E = 2160000$ bei $\sigma_b = 40$ kg/qcm und $\sigma_e = 1000$ kg/qcm, wenn F_e den Querschnitt der Eiseneinlage auf 1 m Breite bedeutet und wieder M für die gleiche Breite in Zentimeter-Kilogramm eingesetzt wird

$$h = 0{,}0363 \sqrt{M} \text{ in Zentimeter,}$$

$$F_e = 0{,}0351 \sqrt{M} \text{ in Quadratzentimeter.}$$

Die Stärke der Platte ist noch um 1,5—2,0 cm gegenüber h zu vermehren, um welches Maß die Betonunterkante tiefer liegt als der Schwerpunkt der Eiseneinlage.

3. Während die beiden beschriebenen Methoden nur die Dimensionierung gestatten, was übrigens für den Ingenieur das Wichtigere ist, läßt sich die folgende auch zur Berechnung der Beanspruchungen ausgeführter oder gegebener Eisenbetonplatten verwenden. Sie ist in die »Leitsätze« des Verbands Deutscher Architekten- und Ingenieurvereine und des Deutschen Betonvereins vom Jahre 1904 aufgenommen worden, und ist auch in den preußischen ministeriellen Bestimmungen von 1904 und 1907 angegeben.

Wir setzen hierbei statt des Potenzgesetzes Proportionalität zwischen Dehnungen und Spannungen des Betons voraus und sehen ebenfalls von dessen Zugfestigkeit ab. Der konstante Elastizitätsmodul des gedrückten Betons sei $= E_b$, die Entfernung der neutralen Schichte vom oberen Rand sei $= x$, alsdann ist:

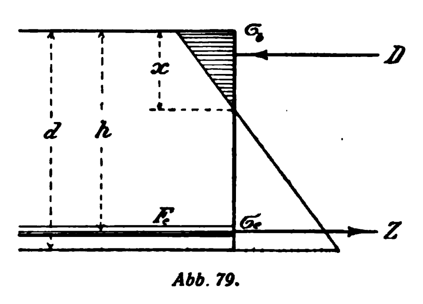


Abb. 79.

$$Z = D$$

$$M = D\left(h - \frac{x}{3}\right),$$

ferner verhalten sich die spezifischen Dehnungen

$$\frac{\sigma_b}{E_b} : x = \frac{\sigma_e}{E_e} : (h - x).$$

Bezeichnet b die Breite des rechteckigen Querschnitts und F_e die Summe der auf diese Breite vorhandenen Eisenquerschnitte, so ist

$$\frac{\sigma_b \,.\, b \,.\, x}{2} = \sigma_e \,.\, F_e = D$$

$$\sigma_b = \frac{\sigma_e \,.\, F_e \,.\, 2}{b \,.\, x}.$$

Dies in die Proportion eingesetzt gibt

$$\frac{2 \,.\, \sigma_e \,.\, F_e}{b \,.\, x \,.\, E_b} : x = \frac{\sigma_e}{E_e} : (h - x),$$

woraus

$$\frac{x^2}{E_e} = \frac{2\, F_e}{b \,.\, E_b}(h - x).$$

Mit $\frac{E_e}{E_b} = n$ folgt hieraus die zur Ermittlung von x dienende quadratische Gleichung:

$$x^2 + 2 \,.\, \frac{F_e}{b} \,.\, n \,.\, x = 2 \,.\, \frac{F_e}{b} \,.\, n \,.\, h,$$

welche

$$\underline{x = \frac{n \,.\, F_e}{b}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \,.\, b \,.\, h}{n \,.\, F_e}}\,\right]}$$

liefert. Ist hiernach x ermittelt, so findet man

$$Z = D = \frac{M}{h - \frac{x}{3}}$$

und die Beanspruchung des Betons

$$\sigma_b = \frac{2 \,.\, D}{b \,.\, x} = \frac{2 \,.\, M}{b \,.\, x \,.\left(h - \frac{x}{3}\right)},$$

die Beanspruchung des Eisens

$$\sigma_e = \frac{Z}{F_e} = \frac{M}{F_e\left(h - \frac{x}{3}\right)}.$$

Die Lage der neutralen Achse ergibt sich auch aus der Bedingung, daß sie durch den Schwerpunkt der wirksamen Querschnittsfläche hindurchgehen muß, wobei die Eisenquerschnitte durch einen n-fachen Betonquerschnitt zu ersetzen sind. Die neutrale Achse bildet dann gleichzeitig die untere Begrenzung des gedrückten Teiles vom Betonquerschnitt.

Man erhält hierfür als Gleichung der statischen Momente der wirksamen Querschnittsflächen, bezogen auf die neutrale Achse

$$b \,.\, x \,.\, \frac{x}{2} - n \,.\, F_e \,.\, (h - x) = 0,$$

woraus wieder die quadratische Gleichung

$$x^2 + 2 \,.\, \frac{F_e}{b} \,.\, n \,.\, x = 2 \,.\, \frac{F_e}{b} \,.\, n \,.\, h$$

folgt.

Aber auch für die Querschnittsbemessung lassen sich Formeln aufstellen.

Aus der Proportion

$$\frac{\sigma_b}{E_b} : x = \frac{\sigma_e}{E_e} : (h - x)$$

folgt

$$x = \frac{h \,.\, \sigma_b \,.\, n}{\sigma_e + n \,.\, \sigma_b},$$

ferner ist das Moment M auf die Breite b:

$$M = \frac{b \,.\, \sigma_b \,.\, x}{2} \,.\, \left(h - \frac{x}{3}\right)$$

$$= \frac{b \,.\, h \,.\, \sigma_b^2 \,.\, n}{2\,(\sigma_e + n \,.\, \sigma_b)} \left(h - \frac{h \,.\, \sigma_b \,.\, n}{3\,(\sigma_e + n \,.\, \sigma_b)}\right)$$

$$= \frac{b \,.\, h^2 \,.\, \sigma_b^2 \,.\, n}{6\,(\sigma_e + n \,.\, \sigma_b)^2}\,(3\,\sigma_e + 2 \,.\, n \,.\, \sigma_b)$$

$$h = \frac{\sigma_e + n \,.\, \sigma_b}{\sigma_b} \sqrt{\frac{6 \,.\, M}{n\,(3 \,.\, \sigma_e + 2 \,.\, n \,.\, \sigma_b) \,.\, b}}.$$

Der Eisenquerschnitt F_e, auf die Querschnittsbreite b bezogen, wird

$$F_e = \frac{\sigma_b \,.\, x \,.\, b}{2 \,.\, \sigma_e}$$

$$F_e = \frac{b \cdot h \cdot \sigma_b^2 \cdot n}{2 \cdot \sigma_e (\sigma_e + n \cdot \sigma_b)}.$$

Wählt man die in den »Leitsätzen« festgesetzten zulässigen Beanspruchungen $\sigma_b = 40$ kg/qcm, $\sigma_e = 1000$ kg/qcm, so ergeben sich für $b = 100$ cm und $n = 15$ folgende Dimensionierungsformeln:

$$h = 0{,}0390 \sqrt{M}$$
$$F_e = 0{,}0293 \sqrt{M}.$$

Der Eisenquerschnitt F_e steht also bei Ausnützung der zulässigen Beanspruchungen $\sigma_b = 40$ und $\sigma_e = 1000$ kg/qcm zu h in dem Verhältnis

$$F_e = \frac{0{,}0293}{0{,}0390}\, h = 0{,}750\, h.$$

Wenn dieses Verhältnis überschritten wird, so kann das Eisen in seiner Tragfähigkeit nicht ausgenützt werden, weil dann der Beton auf Druck überansprucht würde. Armierungen dieser Art wären also unzweckmäßig.

Bei bestimmten Beanspruchungen σ_b und σ_e läßt sich auch der Abstand x der neutralen Achse vom oberen Rand in h ausdrücken und man erhält mit $n = 15$ und $b = 100$ cm nachstehende Zahlen.

σ_b	σ_e	h	F_e	x	$h - \frac{x}{3}$
30	750	$0{,}0451\sqrt{M}$	$0{,}0338\sqrt{M}$	$0{,}375\,h$	$0{,}875\,h$
35	750	$0{,}0401\sqrt{M}$	$0{,}0385\sqrt{M}$	$0{,}412\,h$	$0{,}863\,h$
40	750	$0{,}0363\sqrt{M}$	$0{,}0430\sqrt{M}$	$0{,}444\,h$	$0{,}852\,h$
45	750	$0{,}0334\sqrt{M}$	$0{,}0474\sqrt{M}$	$0{,}474\,h$	$0{,}842\,h$
50	750	$0{,}0310\sqrt{M}$	$0{,}0517\sqrt{M}$	$0{,}500\,h$	$0{,}833\,h$
30	800	$0{,}0459\sqrt{M}$	$0{,}0309\sqrt{M}$	$0{,}360\,h$	$0{,}880\,h$
35	800	$0{,}0408\sqrt{M}$	$0{,}0353\sqrt{M}$	$0{,}396\,h$	$0{,}868\,h$
40	800	$0{,}0367\sqrt{M}$	$0{,}0397\sqrt{M}$	$0{,}429\,h$	$0{,}857\,h$
45	800	$0{,}0339\sqrt{M}$	$0{,}0436\sqrt{M}$	$0{,}458\,h$	$0{,}843\,h$
50	800	$0{,}0314\sqrt{M}$	$0{,}0475\sqrt{M}$	$0{,}484\,h$	$0{,}839\,h$
30	900	$0{,}0474\sqrt{M}$	$0{,}0264\sqrt{M}$	$0{,}333\,h$	$0{,}889\,h$
35	900	$0{,}0420\sqrt{M}$	$0{,}0301\sqrt{M}$	$0{,}368\,h$	$0{,}877\,h$
40	900	$0{,}0380\sqrt{M}$	$0{,}0337\sqrt{M}$	$0{,}400\,h$	$0{,}867\,h$
45	900	$0{,}0348\sqrt{M}$	$0{,}0373\sqrt{M}$	$0{,}429\,h$	$0{,}857\,h$
50	900	$0{,}0322\sqrt{M}$	$0{,}0407\sqrt{M}$	$0{,}455\,h$	$0{,}848\,h$

σ_b	σ_e	h	F_e	x	$h - \frac{x}{3}$
20	1000	$0{,}0685\sqrt{M}$	$0{,}0158\sqrt{M}$	$0{,}230\,h$	$0{,}923\,h$
25	1000	$0{,}0568\sqrt{M}$	$0{,}0193\sqrt{M}$	$0{,}273\,h$	$0{,}909\,h$
30	1000	$0{,}0490\sqrt{M}$	$0{,}0228\sqrt{M}$	$0{,}310\,h$	$0{,}897\,h$
35	1000	$0{,}0433\sqrt{M}$	$0{,}0261\sqrt{M}$	$0{,}344\,h$	$0{,}885\,h$
$\underline{40}$	$\underline{1000}$	$\underline{0{,}0390}\sqrt{M}$	$\underline{0{,}0293}\sqrt{M}$	$\underline{0{,}375}\,h$	$\underline{0{,}875}\,h$
45	1000	$0{,}0357\sqrt{M}$	$0{,}0324\sqrt{M}$	$0{,}403\,h$	$0{,}866\,h$
50	1000	$0{,}0330\sqrt{M}$	$0{,}0354\sqrt{M}$	$0{,}429\,h$	$0{,}857\,h$
30	1200	$0{,}0519\sqrt{M}$	$0{,}0177\sqrt{M}$	$0{,}273\,h$	$0{,}909\,h$
35	1200	$0{,}0457\sqrt{M}$	$0{,}0203\sqrt{M}$	$0{,}304\,h$	$0{,}898\,h$
40	1200	$0{,}0410\sqrt{M}$	$0{,}0228\sqrt{M}$	$0{,}333\,h$	$0{,}889\,h$
45	1200	$0{,}0375\sqrt{M}$	$0{,}0253\sqrt{M}$	$0{,}360\,h$	$0{,}880\,h$
50	1200	$0{,}0345\sqrt{M}$	$0{,}0277\sqrt{M}$	$0{,}385\,h$	$0{,}872\,h$

Die unterstrichenen Zahlen beziehen sich auf die nach den »Leitsätzen« bezw. nach den preußischen »Bestimmungen« zugelassenen Beanspruchungen. Mit $\sigma_b = 40$ und $\sigma_e = 1000$ kg/qcm fällt also die Neutralachse in $^3/_8$ der Höhe und der Hebelarm zwischen den Zug- und Druckkräften im Querschnitt wird $^7/_8\,h$. Es sind dies für vorläufige und überschlägige Berechnungen sehr wertvolle Beziehungen, umsomehr als diese Abstände sich bei geringerer Betonpressung nicht sehr viel ändern.

Ist z. B. eine kontinuierliche Deckenplatte zu dimensionieren, deren größtes Moment 70000 cmkg beträgt, so hat man hierfür die Plattenstärke, eventuell mit Benützung der Dimensionierungstabelle, festzusetzen und kann dann die Eisenmengen an den Stellen, wo die Momente kleiner sind, einfach nach der Formel $F_e = \dfrac{M}{\sigma_e \cdot \frac{7}{8} \cdot h}$ rechnen. Die genaue Ausrechnung ergibt dann Spannungen, die noch etwas kleiner sind als $\sigma_e = 1000$ kg/qcm, so daß etwas mehr Sicherheit vorhanden ist.

Handelt es sich dagegen um die Nachrechnung einer gegebenen Konstruktion, so werden entweder die auf Seite 87 angegebenen Beziehungen anzuwenden sein, oder es können die Zahlenwerte der nachfolgenden Tabelle benützt werden. Dabei ist nur notwendig, den gegebenen Eisenquerschnitt F_e in Teilen des Nutzquerschnittes auszudrücken, also $F_e = \mu \cdot b \cdot h$ oder

$$\mu = \frac{F_e}{b \cdot h}$$

zu setzen, alsdann können die Werte von x, σ_b und σ_e aus der folgenden Tabelle entnommen werden.

μ	x	σ_b	σ_e
1 % = 0,01	0,418 h	$5{,}559 \cdot \frac{M}{bh^2}$	$20{,}9\ \sigma_b = 116 \cdot \frac{M}{bh^2}$
0,95 % = 0,0095	0,410 h	$5{,}650 \cdot \frac{M}{bh^2}$	$21{,}6\ \sigma_b = 122 \cdot \frac{M}{bh^2}$
0,90 % = 0,0090	0,402 h	$5{,}747 \cdot \frac{M}{bh^2}$	$22{,}3\ \sigma_b = 128 \cdot \frac{M}{bh^2}$
0,85 % = 0,0085	0,393 h	$5{,}852 \cdot \frac{M}{bh^2}$	$23{,}1\ \sigma_b = 135 \cdot \frac{M}{bh^2}$
0,80 % = 0,0080	0,384 h	$5{,}968 \cdot \frac{M}{bh^2}$	$24{,}0\ \sigma_b = 143 \cdot \frac{M}{bh^2}$
0,75 % = 0,0075	0,375 h	$6{,}096 \cdot \frac{M}{bh^2}$	$25{,}0\ \sigma_b = 152 \cdot \frac{M}{bh^2}$
0,70 % = 0,0070	0,365 h	$6{,}236 \cdot \frac{M}{bh^2}$	$26{,}1\ \sigma_b = 163 \cdot \frac{M}{bh^2}$
0,65 % = 0,0065	0,355 h	$6{,}394 \cdot \frac{M}{bh^2}$	$27{,}3\ \sigma_b = 174 \cdot \frac{M}{bh^2}$
0,60 % = 0,0060	0,344 h	$6{,}572 \cdot \frac{M}{bh^2}$	$28{,}6\ \sigma_b = 188 \cdot \frac{M}{bh^2}$
0,55 % = 0,0055	0,332 h	$6{,}774 \cdot \frac{M}{bh^2}$	$30{,}2\ \sigma_b = 204 \cdot \frac{M}{bh^2}$
0,50 % = 0,0050	0,320 h	$7{,}006 \cdot \frac{M}{bh^2}$	$32{,}0\ \sigma_b = 224 \cdot \frac{M}{bh^2}$
0,45 % = 0,0045	0,306 h	$7{,}278 \cdot \frac{M}{bh^2}$	$34{,}0\ \sigma_b = 247 \cdot \frac{M}{bh^2}$
0,40 % = 0,0040	0,292 h	$7{,}597 \cdot \frac{M}{bh^2}$	$36{,}4\ \sigma_b = 277 \cdot \frac{M}{bh^2}$
0,35 % = 0,0035	0,276 h	$7{,}985 \cdot \frac{M}{bh^2}$	$39{,}4\ \sigma_b = 315 \cdot \frac{M}{bh^2}$
0,30 % = 0,0030	0,258 h	$8{,}471 \cdot \frac{M}{bh^2}$	$43{,}1\ \sigma_b = 365 \cdot \frac{M}{bh^2}$
0,25 % = 0,0025	0,239 h	$9{,}096 \cdot \frac{M}{bh^2}$	$47{,}8\ \sigma_b = 435 \cdot \frac{M}{bh^2}$
0,20 % = 0,0020	0,217 h	$9{,}945 \cdot \frac{M}{bh^2}$	$54{,}2\ \sigma_b = 539 \cdot \frac{M}{bh^2}$

Beträgt demnach die Armierung rund 0,79 % des Nutzquerschnittes, so wird die Randspannung σ_b ebenso groß wie beim homogenen Querschnitt, d. h. $\sigma_b = \frac{M}{{}^1/_6\, b h^2}$, näherungsweise trifft dies auch noch bei der gebräuchlichen Eisenmenge von 0,75 % zu, so daß man σ_b genähert auf diese einfache Weise rechnen kann.

Die Ausrechnung der Zahlenwerte von h und F_e für bestimmte Werte des Moments ergibt folgende

Dimensionierungstabelle.

$\sigma_b = 40$ kg/qcm $\sigma_e = 1000$ kg/qcm

M cmkg	h cm	d cm	F_e qcm	M cmkg	h cm	d cm	F_e qcm
10000	3,90	5,0	2,93	48000	8,56	10,0	6,42
11000	4,09	5,0	3,07	50000	8,74	10,0	6,55
12000	4,27	5,5	3,20	55000	9,15	10,5	6,86
13000	4,44	5,5	3,33	60000	9,56	11,0	7,16
14000	4,62	6,0	3,46	65000	9,94	11,5	7,45
15000	4,78	6,0	3,58	70000	10,32	12,0	7,74
16000	4,94	6,0	3,70	75000	10,68	12,0	8,01
17000	5,09	6,5	3,81	80000	11,05	12,5	8,29
18000	5,24	6,5	3,93	85000	11,38	12,5	8,53
19000	5,38	6,5	4,03	90000	11,70	13,0	8,75
20000	5,52	6,5	4,14	95000	12,04	13,5	9,03
22000	5,72	7,0	4,30	100000	12,35	13,5	9,27
24000	6,04	7,0	4,53	105000	12,67	14,0	9,50
26000	6,29	7,5	4,71	110000	12,90	14,0	9,68
28000	6,53	8,0	4,91	115000	13,23	14,5	9,92
30000	6,75	8,0	5,06	120000	13,52	15,0	10,14
32000	6,98	8,5	5,22	125000	13,80	15,5	10,35
34000	7,20	8,5	5,39	130000	14,05	15,5	10,54
36000	7,40	8,5	5,54	135000	14,33	16,0	10,75
38000	7,61	9,0	5,70	140000	14,60	16,0	10,95
40000	7,80	9,0	5,85	145000	14,87	16,5	11,15
42000	8,00	9,0	6,00	150000	15,13	16,5	11,35
44000	8,19	9,5	6,13	160000	15,60	17,0	11,70
46000	8,37	9,5	6,28	170000	16,10	18,0	12,07

M cmkg	h cm	d cm	F_e qcm	M cmkg	h cm	d cm	F_e qcm
180000	16,60	18,5	12,45	460000	26,45	29,0	19,87
190000	17,00	19,0	12,75	480000	27,02	29,5	20,30
200000	17,45	19,5	13,09	500000	27,58	30,0	20,72
210000	17,87	20,0	13,45	550000	28,92	31,5	21,73
220000	18,30	20,5	13,74	600000	30,21	33,0	22,70
230000	18,71	21,0	14,06	650000	31,44	34,0	23,63
240000	19,12	21,5	14,35	700000	32,64	35,0	24,52
250000	19,50	22,0	14,65	750000	33,76	36,5	25,39
260000	19,89	22,5	14,95	800000	34,88	37,5	26,20
270000	20,26	23,0	15,23	850000	35,95	38,5	27,01
280000	20,64	23,0	15,51	900000	37,01	39,5	27,79
290000	21,00	23,5	15,70	950000	38,01	40,5	28,55
300000	21,36	24,0	16,05	1000000	39,00	42,0	29,30
320000	22,06	24,5	16,58	1100000	40,90	43,5	30,62
340000	22,74	25,0	17,08	1200000	42,72	45,5	32,10
360000	23,40	26,0	17,58	1300000	44,46	47,5	33,39
380000	24,04	26,5	18,06	1400000	46,14	49,0	34,65
400000	24,67	27,0	18,54	1500000	47,77	50,5	35,86
420000	25,27	28,0	18,99	1600000	49,32	52,0	37,02
440000	25,87	28,5	19,44				

Beispiele der Berechnung finden sich Seite 96 und in den »Leitsätzen«, welche im Anhang enthalten sind.

Im Zentralblatt der Bauverwaltung 1886 ist von *Könen* eine Näherungsregel angegeben, die häufig zur Ermittlung des notwendigen Eisenquerschnitts für Platten verwendet wird. Es ist daselbst die allerdings nicht zutreffende Annahme gemacht, daß die neutrale Schicht in die Mitte der Plattendicke zu liegen komme, und ist ferner für den Abstand der Zug- und Druckmittelpunkte der empirische Wert $\frac{3}{4}\,d$ gesetzt, so daß der Eisenquerschnitt aus der Formel

$$F_e = \frac{M}{\sigma_e \cdot \frac{3}{4} \cdot d}$$

erhalten wird.

Der Hebelarm $\frac{3}{4}\,d$ ist nach dem auf Seite 90 Gesagten richtig, wenn

$$\frac{3}{4}\,d = 0{,}875\,h$$

oder

$$d = \frac{7}{6}\,h$$

ist.

Dieses Verhältnis wird bei Plattenstärken von $d = 6$—12 cm gewöhnlich vorhanden sein, so daß man in diesen Fällen näherungsweise mit $\frac{3}{4}\,d$ an Stelle von $\frac{7}{8}\,h$ rechnen kann.

Über Versuche mit rechteckigen Platten siehe Seite 97.

Rechteckiger Querschnitt. Doppelte Armierung.

Ist in der Druckzone ebenfalls eine Armierung vorhanden, die übrigens in den meisten Fällen untergeordnet sein wird, so gestaltet sich die Berechnung unter der Voraussetzung eines konstanten Elastizitätsmoduls E_b (entsprechend wie bei dem vorangehenden Verfahren 3) wie folgt:

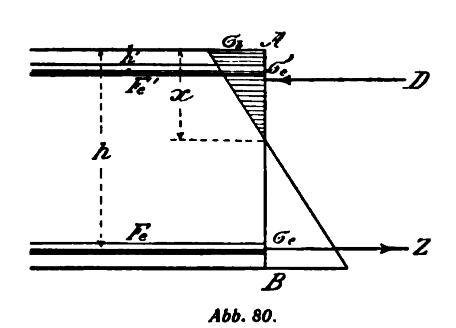


Abb. 80.

Mit Rücksicht auf nebenstehende Abbildung 80 ergibt sich bei reiner Biegung aus der Gleichheit der Zug- und Druckkräfte im ganzen Querschnitt die Beziehung

$$F_e \,.\, \sigma_e = \frac{b}{2}\,\sigma_b \,.\, x + F_e' \,.\, \sigma_e', \quad \ldots\ldots \quad 1)$$

wobei die geringe Verminderung der gedrückten Betonfläche durch die Eisenquerschnitte F_e' vernachlässigt ist; ferner ist infolge Ebenbleibens der Querschnitte

$$\frac{\sigma_b}{E_b} : \frac{\sigma_e}{E_e} = x : h - x \,.\ldots\ldots \quad 2)$$

$$\frac{\sigma_b}{E_b} : \frac{\sigma_e'}{E_e} = x : (x - h') \ldots\ldots \quad 3)$$

$$M = \sigma_b \,.\, \frac{x\,.\,b}{2}\left(h - \frac{x}{3}\right) + F_e'\,\sigma_e'\,(h - h'). \quad \ldots \quad 4)$$

Diese 4 Gleichungen reichen hin zur Bestimmung der 4 Unbekannten x, σ_e, σ_e', σ_b, wenn die übrigen Größen gegeben sind. Aus

2) und 3) folgt mit $\frac{E_e}{E_b} = n$

$$\sigma_e = \frac{\sigma_b (h - x) \cdot n}{x} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 5)$$

$$\sigma_e' = \frac{\sigma_b (x - h') \cdot n}{x} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 6)$$

Diese Werte in Gleichung 1) eingesetzt, liefern die zur Berechnung von x dienende quadratische Gleichung

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot n \frac{F_e + F_e'}{b} = \frac{2n}{b} (h \cdot F_e + h' \cdot F_e'), \quad \ldots \quad 7)$$

welche sich auch wieder aus der Bedingung ableiten läßt, daß die neutrale Achse durch den Schwerpunkt der wirksamen Querschnittsfläche hindurchgeht, in welcher die Eisenquerschnitte durch n-fache Betonquerschnitte ersetzt sind und wo der Schwerpunkt auf der unteren Begrenzung der gedrückten Betonfläche liegt.

Aus Gleichung 7) ergibt sich

$$x = -\frac{n (F_e + F_e')}{b} + \sqrt{\left(\frac{n (F_e + F_e')}{b}\right)^2 + \frac{2n}{b} (h \cdot F_e + h' \cdot F_e')} \quad 8)$$

Ist x ermittelt, so folgt σ_b aus Gleichung 4) mit

$$\sigma_b = \frac{6 \cdot M \cdot x}{b \cdot x^2 \cdot (3h - x) + 6 F_e' \cdot n \cdot (x - h')(h - h')} \quad \ldots \quad 9)$$

und σ_e bezw. σ_e' ergeben sich aus den Gleichungen 5) und 6).

Setzt man in Gleichung 7) und 9) $F_e' = 0$, so ergeben sich die für einfache Armierung Seite 87 aufgestellten Beziehungen.

Auf demselben Weg wie für einfache Armierung lassen sich auch für doppelte Armierung Dimensionierungsformeln aufstellen, die indessen keine praktische Bedeutung haben.

Beispiel.

Eine Eisenbetonplatte von der Breite $b = 100$ cm soll ein Biegungsmoment von $M = 600\,000$ cmkg aufnehmen, aus irgend welchen Gründen soll aber die Dicke $d = 30$ cm nicht überschritten werden. Da nach der Tabelle Seite 93 für dieses Moment eine Dicke von 33 cm nötig wird, so wird σ_b über 40 kg/qcm steigen, wenn man nur eine untere Eiseneinlage anwendet und diese mit $\sigma_e = 1000$ kg/qcm beansprucht. Tatsächlich ergibt sich mit $F_e = 28{,}5$ qcm $\sigma_b = 46{,}5$ und $\sigma_e = 1010$ kg/qcm. Zur Verminderung von σ_b ordnen wir daher noch eine obere Eiseneinlage $F_e' = 9{,}5$ qcm an und erhalten dann mit $h = 27$ cm $h' = 3$ cm (Abbildung 81)

$$x = -15 \frac{(28{,}5 + 9{,}5)}{100} + \sqrt{\frac{15^2 (28{,}5 + 9{,}5)^2}{100^2} + \frac{2 \cdot 15}{100} (27 \cdot 28{,}5 + 3 \cdot 9{,}5)}$$

$x = 10{,}8$ cm

$$\sigma_b = \frac{6 \,.\, 600000 \,.\, 10{,}8}{100 \,.\, 10{,}8^2 \,(3 \,.\, 27 - 10{,}8) + 6 \,.\, 9{,}5 \,.\, 15\,(10{,}8 - 3)\,(27 - 3)}$$

$= 39{,}7$ kg/qcm

$$\sigma_e = n \,.\, \frac{\sigma_b \,(h - x)}{x} = 15 \,.\, \frac{39{,}7 \,.\, 16{,}2}{10{,}8} \doteq 894 \text{ kg/qcm}$$

$$\sigma_e' = n \,.\, \frac{\sigma_b \,(x - h')}{x} = 15 \,.\, \frac{39{,}7 \,.\, 7{,}8}{10{,}8} \doteq 431 \text{ kg/qcm}$$

Abb. 81.

Abb. 82.

Legen wir nun die obere Einlage F_e' nach unten, so daß nur eine einfach armierte Platte mit $F_e = 28{,}5 + 9{,}5 = 38$ qcm entsteht (Abbildung 82), so berechnet sich

$$x = \frac{n \,.\, F_e}{b}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \,.\, b \,.\, h}{n \,.\, F_e}}\right]$$

$$x = \frac{15 \,.\, 38}{100}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \,.\, 100 \,.\, 27}{15 \,.\, 38}}\right]$$

$$x = 12{,}74 \text{ cm,}$$

somit

$$\sigma_b = \frac{2 \,.\, M}{b \,.\, x \,.\, (h - x/_3)} = \frac{2 \,.\, 600000}{100 \,.\, 12{,}75 \,.\, 22{,}75} = 41{,}3 \text{ kg/qcm}$$

$$\sigma_e = \frac{M}{F_e \,.\, (h - x/_3)} = \frac{600000}{38 \,.\, 22{,}75} = 695 \text{ kg/qcm.}$$

Aus dem Vergleich der beiden Beispiele ersieht man, daß die Druckspannung σ_b sich beinahe um ebensoviel erniedrigt, wenn man die gezogene Eiseneinlage um F_e' vermehrt. Vom Standpunkt der Sicherheit aus möchte ich diesem Verfahren in vielen Fällen den Vorzug vor einer Druckarmierung geben, denn das Sinken der Eisenspannung σ_e bedeutet eine wesentliche Erhöhung der Sicherheit, weil, wie die Versuche zeigen, auch die Druckfestigkeit des Betons bei Biegung mit dem Prozentsatz der Zugarmierung steigt.

Biegungs-Bruchversuche mit rechteckigen armierten Betonplatten

hinsichtlich der Anwendung der Rechnung nach Stadium IIb auf die Versuchsergebnisse.

Biegungsversuche mit Eisenbetonplatten sind in der Literatur

ziemlich zahlreich veröffentlicht worden*), und haben auch eine eingehende theoretische Behandlung, z. B. von *Ostenfeld, v. Emperger* und anderen, nach der soeben erwähnten Richtung hin erfahren.

Es wurde hierbei festgestellt, daß die aus den Versuchen ermittelten Druckfestigkeiten des Betons mit wachsender Armierung zunehmen, was durch eine Abnahme des Koeffizienten n im Bruchstadium bei geringer Armierung, d. h. bei Eisenbeanspruchungen über der Streckgrenze, zu erklären ist, oder mit anderen Worten: die Rechnung mit $n = 15$ kann bei schwachen Armierungen oder voller Eisenausnützung nicht das Richtige treffen, da ein viel kleinerer Wert zu setzen wäre, der ein entsprechend höheres σ_b ergeben würde.

Das (unter Annahme eines Hebelarms von $^3/_4\ d$) rechnerisch leicht zu bestimmende Verhältnis von d und F_e, das einem Minimum der Kosten entspricht, kann bei den gewöhnlichen Materialpreisen nicht eingehalten werden, weil dabei die zulässige Druckbeanspruchung des Betons überschritten würde.

Es spielt also in wirtschaftlicher Hinsicht die zulässige Druckbeanspruchung bei Biegung eine wichtige Rolle.

In Heft II, 1903, Seite 94 der Zeitschrift »Beton und Eisen« wies Herr *v. Emperger* darauf hin, daß für die zulässige Druckbeanspruchung des armierten Betons bei Biegung nicht die Würfelfestigkeit maßgebend sein sollte, sondern die aus Biegebruchversuchen mit derselben Rechnungsmethode, die für die Querschnittsbemessung verwendet wird, abgeleitete Druckfestigkeit. Dieses Verfahren hat den großen Vorteil, daß die Einflüsse von Willkürlichkeiten und Ungenauigkeiten im Berechnungsverfahren zum größten Teil ausgeschaltet werden. Es kann auch auf jede andere Rechnungsmethode Anwendung finden.

Die von der Firma *Wayß & Freytag* nach den *v. Emperger*schen Vorschlägen angefertigten Probekörper waren im Mischungsverhältnis 1 : 4 wie die früher beschriebenen hergestellt und wurden in einem Alter von 13 Monaten an der Materialprüfungsanstalt der K. Technischen Hochschule in Stuttgart geprüft. Der Querschnitt der plattenförmigen Körper betrug bei 3 Stück rund 10 auf 31 cm (Abbildung 84), die Länge 2,20 m und die Eiseneinlage bestand aus 5 Rundeisen 10 mm. Die drei übrigen hatten einen Querschnitt von rund 10 auf 25 cm (Abbildung 85) und waren mit 10 Rundeisen 10 mm armiert.

Wie aus Abbildung 83 ersichtlich, war ein Teil der Eiseneinlagen gegen die Enden hin nach oben abgebogen, um einen vorzeitigen Bruch infolge der Schubkräfte zu verhindern. Beim Versuch lagen die Probekörper auf 2,0 m frei und wurden mit 2 symmetrischen Einzellasten im Abstand von 0,50 m voneinander bis zum Bruch belastet.

---

*) *G. A. Wayß*, »Das System *Monier*«, 1887. *Sanders* »Beton und Eisen«, Heft IV, 1902. *Ostenfeld, Christophe*, »Beton und Eisen«, Heft V, 1902. *Johannsen*-Moskau, »Beton und Eisen«, Heft I, 1904.

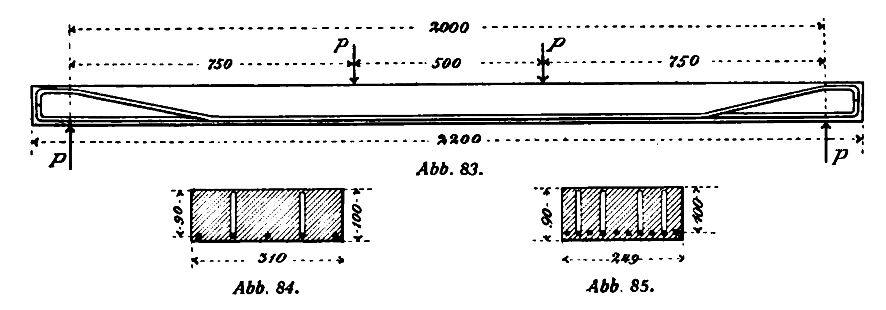


Abb. 83.

Abb. 84. Abb. 85.

Infolge der hohen Eisenarmierung von 1,4 bezw. 3,3 % der Querschnittsfläche erfolgte der Bruch bei allen Körpern durch Überwindung der Druckfestigkeit des Betons am oberen Rand in der Nähe und zwischen den Lastangriffspunkten.



Abb. 86. Biegebruchversuch. 1,4 % Eiseneinlage.

Die Brucherscheinungen sind aus der Abbildung 86 zu ersehen.

Berechnet man die Spannungen nach der unter 3, Seite 87 angegebenen Methode mit $n = 15$, so erhält man unter Berücksichtigung des Eigengewichts der Körper aus den gemessenen Lasten für den Zustand nach Auftreten der ersten Risse bei den drei 31,0 cm breiten Platten mit 1,4 % Eisen im Mittel bei $P = 570$ kg

$$\sigma_e = 1570 \text{ kg/qcm} \qquad \sigma_b = 92{,}5 \text{ kg/qcm}$$

und bei den 25,1 cm breiten Platten mit 3,3 % Eisenarmierung im Mittel bei $P = 1080$ entsprechend

$$\sigma_e = 1470 \text{ kg/qcm} \qquad \sigma_b = 158 \text{ kg/qcm}.$$

Das Stadium IIb war also tatsächlich vorhanden, da die Eisenspannungen noch unter der Streckgrenze blieben.

Für die Bruchbelastungen mit $P = 1444$ bezw. $P = 2060$ kg ergeben sich in gleicher Weise

bei 1,4 % Eiseneinlage $\sigma_e = 3800$ kg/qcm $\sigma_b = 224$ kg/qcm $x = 4{,}2$ cm
„ 3,3 % „ $\sigma_e = 2750$ „ $\sigma_b = 296$ „ $x = 5{,}7$ „

Man sieht also das rechnungsmäßige Anwachsen der Druckfestigkeit des Betons mit zunehmender Armierung. Wie erwähnt, ist der Grund darin zu suchen, daß bei den niedrigen Armierungsprozenten, oder den Eisenbeanspruchungen über der Streckgrenze die Berechnung mit $n = 15$ kein richtiges Ergebnis liefern kann.

Nach den Leitsätzen kann $1/5$ der nachgewiesenen Betonfestigkeit als Beanspruchung zugelassen werden, man würde also auf Grund der vorliegenden Versuche

bei 1,4 % Eiseneinlage mit $\sigma_b = \frac{224}{5} = 45$ kg/qcm,

$$\sigma_e = \frac{3800}{5} = 760 \text{ kg/qcm},$$

bei 3,3 % Eiseneinlage mit $\sigma_b = \frac{296}{5} = 59$ kg/qcm,

$$\sigma_e = \frac{2750}{5} = 550 \text{ kg/qcm}$$

rechnen können. Die Eisen können bei den vorliegenden hohen Armierungsprozenten nicht ausgenützt werden, und zwar umso weniger, je höher dieses Verhältnis ist.

Man kann wohl sagen, daß in den Leitsätzen bei $\sigma_e = 1000$ kg/qcm und 0,75 % Armierung mit $\sigma_b = 40$ kg/qcm das Richtige getroffen sein wird. Immerhin kann es zweckmäßig erscheinen in gewissen Fällen, z. B. an den Unterseiten der Trägervouten höhere Spannungen zuzulassen, dann müssen aber die Eisenbeanspruchungen entsprechend nieder gehalten sein (hohe Armierungsprozente).

Außer dieser Versuchsreihe wurde noch eine zweite ganz gleiche durchgeführt, wobei das Alter der Körper nur 2 Monate betrug. Gleichzeitig wurden 6 Würfel gleichen Alters, die mit demselben nassen Beton hergestellt waren, eingeliefert.

Die Rechnung mit $n = 15$ ergab folgende Beanspruchungen nach Auftreten der ersten Zugrisse

	mit 1,4 %	Eisen	$\sigma_e = 1310$	$\sigma_b = 77$ kg/qcm
	„ 3,3 %	„	$\sigma_e = 1195$	$\sigma_b = 128$ „
beim Bruch				
	„ 1,4 %	„	$\sigma_e = 3150$	$\sigma_b = 185$ „
	„ 3,3 %	„	$\sigma_e = 1970$	$\sigma_b = 211$ „

Die Druckfestigkeit der Würfel betrug wegen des für die dichtschließenden gußeisernen Formen zu hohen Wassergehaltes nur 139 kg/qcm.

Biegungsversuche mit doppelt armiertem Betonbalken

sind verhältnismäßig selten angestellt worden. Das vorhandene Versuchsmaterial wurde in Heft III und IV, 1903, von »Beton und Eisen« durch Herrn *v. Emperger* zusammengestellt und theoretisch untersucht mit dem Ergebnis, daß eine Verstärkung des auf Druck beanspruchten Betons durch die in die Druckzone eingelegten Eisen nur dann erwartet werden kann, wenn diese Eisen mit der nötigen Anzahl Bügel in der Betonmasse verankert sind, so daß sie nicht durch Ausknicken eine vorzeitige Zerstörung herbeiführen können.

Gewöhnlich kann man zur Berechnung der Bruchlast doppelt armierter, auf Biegung beanspruchter Platten die Formeln für einfache

Armierung anwenden, da meist die Zugfestigkeit der gezogenen Eiseneinlage für die Tragfähigkeit maßgebend sein wird.

Ähnliche Vorsicht, wie bei der Querschnittsbemessung stark armierter Säulen, möchten wir auch hinsichtlich der Druckarmierung von Platten und Balken empfehlen, wenigstens solange nicht durch weitere Versuche die zweifellose Berechtigung des üblichen Rechnungsverfahrens nachgewiesen ist. Wie an dem Zahlenbeispiel gezeigt wurde, ist es fast besser, die Zugarmierung zu vermehren, anstatt auf der Druckseite Eisen einzulegen.

Sollte es bei mangelnder Konstruktionshöhe nötig sein, die Druckzone durch Eiseneinlagen zu verstärken, so kann dies durch dort nebeneinandergelegte Spiralen sicherer erreicht werden. Näheres hierüber wird bei den Versuchen über kontinuierliche Träger mitgeteilt werden.

Rechnungsweise nach Professor *Ritter*.

Von Professor Dr. *W. Ritter* wurden im Jahrgang 1899 der »Schweizerischen Bauzeitung« auf Grund verschiedener Voraussetzungen mehrere Rechnungsmethoden für den rechteckigen Querschnitt aufgestellt, von welchen die nachstehend geschilderte in der Schweiz allgemeine Anerkennung gefunden hat.

Zur Ermittlung der Lage der neutralen Achse wird der Beton als zugfähig angenommen und der Eisenquerschnitt durch einen n-fachen Betonquerschnitt ersetzt gedacht. *Ritter* nimmt dann die Neutralachse als durch den Schwerpunkt dieses gedachten Querschnitts gehend an, ermittelt dafür das Trägheitsmoment J und berechnet dann die Druckspannung des Betons nach der gewöhnlichen Biegungsformel.

Bezüglich des nötigen Eisenquerschnitts wird dann die Annahme gemacht, daß der Beton reiße, gleichwohl wird aber die berechnete Lage der neutralen Achse beibehalten, und es folgt dann

$$F_e = \frac{M}{\left(h - \frac{x}{3}\right) \cdot \sigma_e}.$$

Mit der von uns empfohlenen Rechnungsweise verglichen, ergibt sich die Beanspruchung des Betons besonders bei geringer Armierung niedriger, dagegen die Beanspruchung des Eisens ein wenig höher, weil der Hebelarm zwischen Zug und Druck kleiner ausfällt. Für die gewöhnlichen Armierungsprozente kann die *Ritter*sche Rechnungsweise mit für die Praxis hinreichender Genauigkeit durch die alte *Könen*sche ersetzt werden, denn die Neutralachse kommt nur ganz wenig unter die Plattenmitte zu liegen. Sofern die zulässige Druckbeanspruchung des Betons passend gewählt wird, ergeben sich damit praktisch brauchbare Resultate.

Als Beispiel berechnen wir nach der *Ritter*schen Methode die Beanspruchungen beim Bruch für die vorhin beschriebenen Platten, um dadurch Anhaltspunkte für die Höhe der zulässigen Spannung zu erhalten.

Für die Probekörper mit 1,4 % Armierung erhalten wir mit $n = 20$ (nach den schweizerischen »Normen«) den Abstand der Neutralachse unter der Plattenmitte zu

$$x - \frac{d}{2} = \frac{20 \,.\, 3{,}93 \,.\, 4}{31 \,.\, 10 + 20 \,.\, 3{,}93} = 0{,}8 \text{ cm}$$

$$J = \frac{1}{3} \,.\, 31\,(5{,}8^3 + 4{,}2^3) + 20 \,.\, 3{,}93 \,.\, 3{,}2^2 = 3585{,}6 \text{ cm}^4.$$

Abb. 87.

Das Bruchmoment betrug

$$M = 111\,825 \text{ cmkg},$$

somit berechnet sich die Druckfestigkeit des Betons zu

$$\sigma_b = \frac{111\,825 \,.\, 5{,}8}{3585{,}6} = 180 \text{ kg/qcm (224 auf Seite 98).}$$

Wenn wir also nach den deutschen Leitsätzen $\sigma_b = 40$ kg/qcm zulassen, dürfte die zulässige Beanspruchung nach der *Ritter*schen Rechnungsweise auf Grund dieses Versuchs nur

$$\frac{40 \,.\, 180}{224} = 32 \text{ kg/qcm}$$

betragen.

Nach den schweizerischen Normen ist $\sigma_b = 35$ kg/qcm zulässig. (Bei niedrigeren Armierungsprozenten wird der Unterschied zwischen beiden Methoden etwas größer, und zwar entspricht bei 0,75 % Armierung der Beanspruchung von 40 kg/qcm, nach den deutschen Leitsätzen gerechnet, eine solche von nur 28,5 kg/qcm nach den schweizerischen Normen. Deren zulässige Beanspruchung von 35 kg/qcm für den Beton bei Biegung erscheint uns etwas zu hoch.)

Nach den für rechteckige Querschnitte gegebenen Tabellen Seite 89 und 91 fällt die Neutralachse ziemlich über die Plattenmitte hinauf, während sie sich nach der in der Schweiz üblichen Rechnungsweise unterhalb der Plattenmitte ergibt.

Einen vorzüglichen Aufschluß über

die Lage der neutralen Achse

ergeben die bei der Dehnungsfähigkeit des Eisenbetons erwähnten Versuche, die im Auftrag der Firma *Wayß & Freytag A.-G.* an der Materialprüfungsanstalt in Stuttgart durchgeführt wurden.

Die Versuchskörper nach Abbildung 88 wurden durch zwei symmetrische Einzellasten so auf Biegung beansprucht, daß innerhalb der Meßlänge ein konstantes Moment vorhanden war. Auf jeder Belastungsstufe wurde die Verkürzung der obersten Betonfaser und die Verlängerung der unteren Eiseneinlage gemessen. Infolge des konstant bleiben-

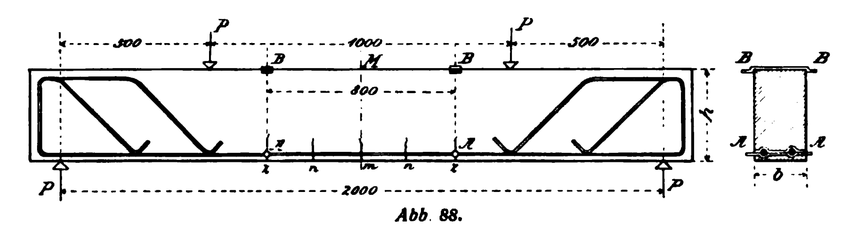


Abb. 88.

den Moments und der Abwesenheit von Querkräften innerhalb der Meßlänge ist man zu der Annahme berechtigt, daß auf dieser Strecke die Querschnitte während der Deformation eben geblieben sind, zunächst so lange, als Risse im gezogenen Beton nicht auftraten. Versuche, die anderwärts mit Spannungsmessungen in verschiedenen Höhen angestellt wurden, ergaben kein Ebenbleiben der Querschnitte. Der Grund liegt aber darin, daß dort unmittelbar neben einer konzentrierten Last gemessen wurde und der Wechsel der Schubspannungen, d. h. die dadurch bewirkte verschiedene Wölbung der benachbarten Querschnitte, zur Folge hat, daß die Längenänderungen in nächster Nähe der konzentrierten Last nicht mehr proportional dem Abstand von der neutralen Achse sind (vergl. *v. Bach*, Biegeversuche mit Eisenbetonbalken, Berlin 1907, Seite 7 u. 8).

Die Messungen im Stadium IIb, wo also einzelne Risse beobachtet wurden, geben bei der großen Meßlänge keine besondere Unregelmäßigkeit gegenüber dem vorhergehenden Stadium, da ja die Wirkung des einzelnen Risses auf die Länge von 80 cm verteilt wird.

In den Abbildungen 89—91 sind in beliebigem Maßstabe die gemessenen Zusammendrückungen der oberen Betonfaser und die Dehnungen der Eisen von einem Querschnitt aus aufgetragen; die eingeschriebenen Zahlen bedeuten Milliontel der Länge. Die Punkte zugehöriger Längenänderungen sind geradlinig, entsprechend dem Ebenbleiben der Querschnitte miteinander verbunden*), so daß die jeweilige Lage der neutralen Achse durch die Schnittpunkte dieser Verbindungslinien mit der den Querschnitt darstellenden Senkrechten gegeben ist.

Die Zahlen sind die Mittel aus je drei Versuchen.

Man sieht, daß die neutrale Achse umso tiefer liegt, je größer die Eiseneinlage ist, daß sie aber bei allen drei Sorten von Probekörpern

*) Der Einfluß des Eigengewichts auf das Biegungsmoment ist hierbei berücksichtigt worden. Obgleich an sich geringfügig, ergab sich erst dann eine befriedigende Übereinstimmung der Spannungsverteilung im Querschnitt.

mit fortschreitender Belastung nach oben rückt. Ihre Anfangslage, also für Beanspruchungen nahe an Null, ergibt sich, wenn man in jeder Lage der neutralen Achse das zugehörige Moment auf einer Senkrechten zum Querschnitt aufträgt und diese Momentenkurve bis zum Schnitt mit der Querschnittsfläche verlängert. Die so erhaltene Momentenlinie gibt also ein Bild über die Beziehungen zwischen dem Biegungsmoment und der Verschiebung der neutralen Achse; sie ist in den Abbildungen 89—91 punktiert eingezeichnet. Man sieht, daß ein Stadium I mit konstant bleibender Zug- und Druckelastizität des

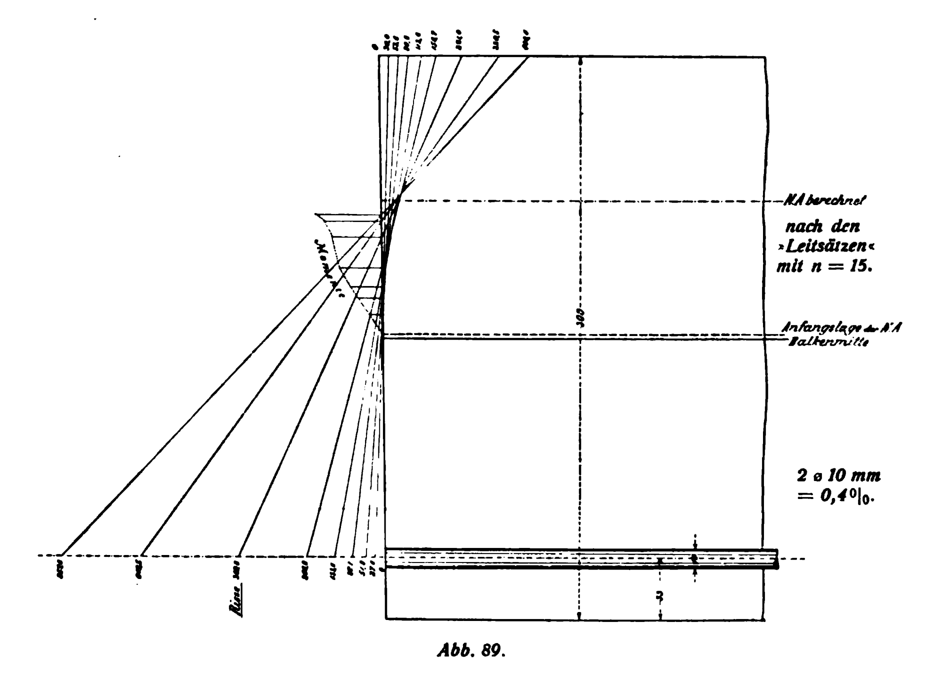


Abb. 89.

Betons kaum vorhanden ist, daß vielmehr schon bei den geringsten Belastungen ein Höherrücken der neutralen Achse eintritt.

Bei der schwachen Armierung von 0,4 % (2 Φ 10 mm) fällt die Anfangslage fast genau mit der Plattenmitte zusammen, während sie bei den stärkeren Armierungen von 1,0 % (2 Φ 16 mm) und 1,9 % (2 Φ 22 mm) ziemlich unter die Plattenmitte fällt. In allen drei Fällen stimmt sie mit der nach den schweizerischen Normen mit $n = 20$ berechneten nahezu überein. Die höchste (gemessene) Lage der Neutralachse deckt sich dagegen sehr gut mit der nach den deutschen »Leitsätzen« mit $n = 15$ berechneten.

Aus der punktierten Linie der Momente kann man mit Sicherheit schließen, daß bei weiter zunehmendem Moment die Neutralachse sich asymptotisch einer Grenzlage nähern wird, die nicht viel von der berechneten abweicht, wenigstens solange das Stadium II b oder die Streckgrenze des Eisens nicht überschritten wird. Wir können also

feststellen, daß die beobachtete Lage, vermittelt zwischen den im Stadium IIa und IIb befindlichen Querschnitten, mit der nach den »Leitsätzen« berechneten übereinstimmt.

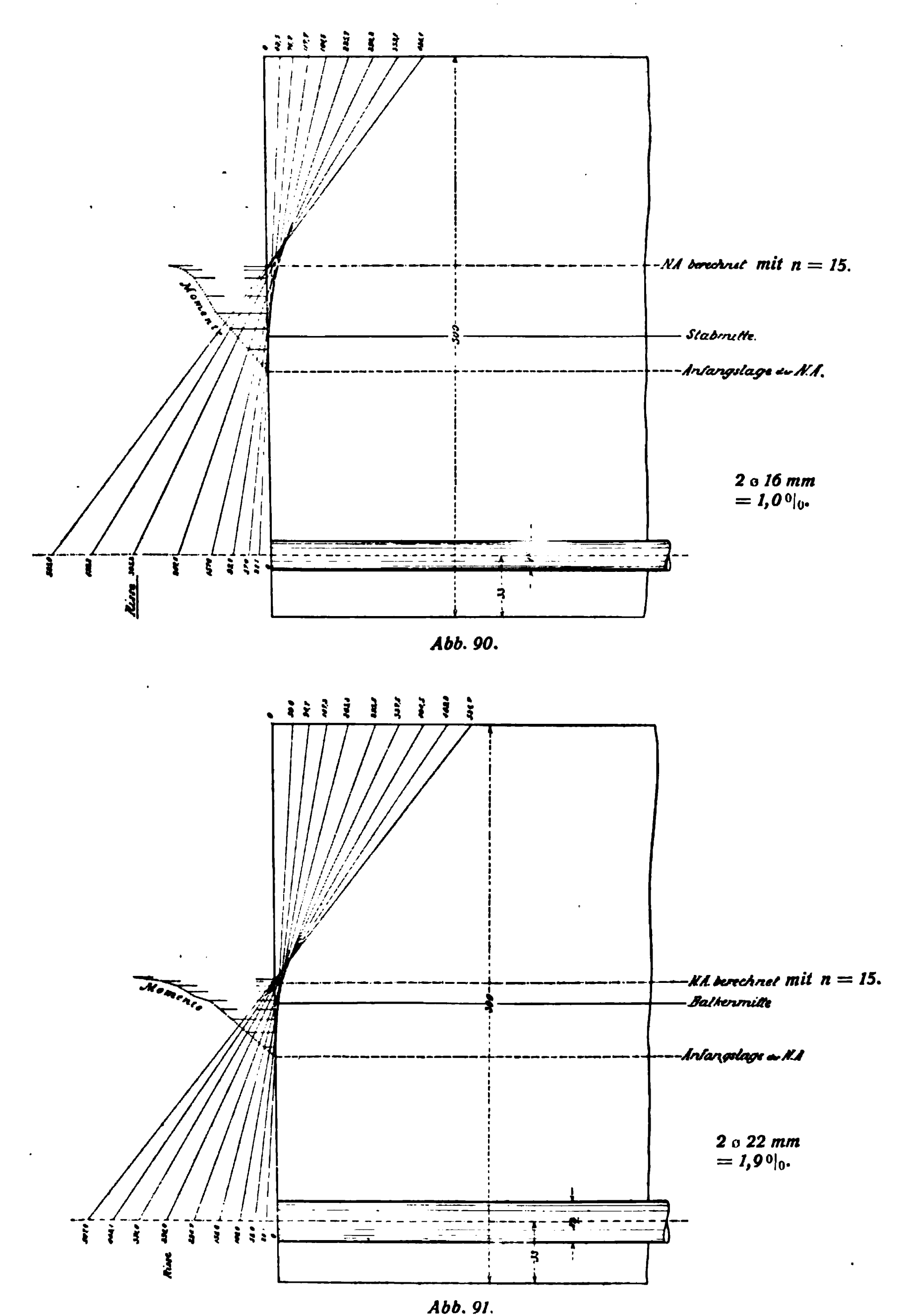


Abb. 90.

Abb. 91.

Die genaue Lage der neutralen Achse in den Querschnitten, wo Risse sich gebildet haben, wird man wohl nie mit Sicherheit experi-

mentell nachweisen können, bei größeren Meßlängen erhält man eben nur eine vermittelte Lage.

Wir werden später noch die Berechnung der neutralen Achse für das Stadium IIa auf Grund der beobachteten Spannungsverteilung im Querschnitt vorführen.

Die in Rede stehenden Versuche geben einen sehr lehrreichen Überblick über die Spannungsverteilung im Balkenquerschnitt während des Stadiums II. Da die Querschnitte bei der getroffenen Anordnung des Versuchs innerhalb der Meßlänge eben bleiben mussten, kann man aus den Abbildungen 89—91 für jede beliebige Querschnittsstelle die spezifische Längenänderung der Fasern angeben; mit Hilfe der Elastizitätsversuche, die früher mit gleich altem Beton derselben Zusammensetzung angestellt wurden, sind wir aber im stande, für jede Deformation die zugehörige Spannung anzugeben. Wir können also (Abbildung 92 bis 94) auf einer den Querschnitt darstellenden senkrechten Geraden als Ordinaten die den Deformationen entsprechenden Spannungen auftragen und erhalten so zunächst für die Druckzone eine Spannungsfläche, deren Inhalt gleich der Druckkraft D ist, welche durch den Schwerpunkt dieser Fläche hindurchgeht. Das Biegungsmoment M ist bekannt, wir erhalten also den Abstand y der Zugkraft Z, die bei reiner Biegung gleich der Druckkraft D sein muß, aus der Gleichung

$$y = \frac{M}{D}.$$

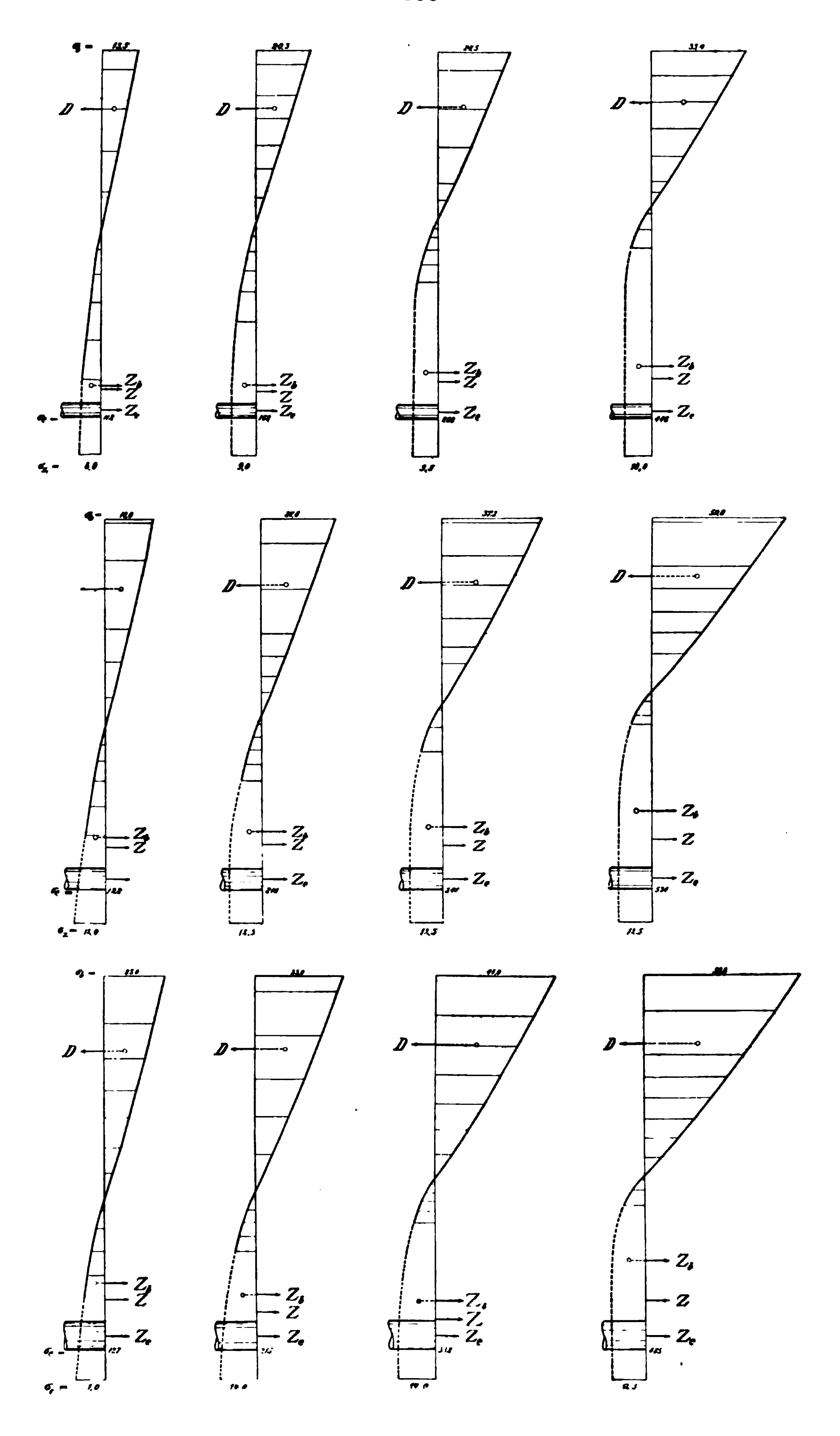
Die Zugkraft Z setzt sich aus 2 Komponenten zusammen, nämlich aus der Zugkraft Z_e des Eisens, die aus der gemessenen Dehnung ε_e des Eisens und dessen früher bestimmtem Elastizitätsmodul (2160000 kg/qcm) berechnet werden kann, und aus einer Zugkraft Z_b, welche die Resultierende aller Zugspannungen des Betons unterhalb der neutralen Schicht vorstellt. Aus den bekannten Angriffspunkten von Z und Z_e läßt sich auch der Angriffspunkt von Z_b bestimmen. Die Zugkraft Z_b müßte also gleich dem Inhalt der Zugspannungsfläche des Betons sein und sollte durch ihren Schwerpunkt hindurchgehen.

Nun sind aber die Dehnungen des Betons auf der Zugseite durch Elastizitätsversuche nur so weit gedeckt, als in den Abbildungen 92 bis 94 die Linie der Zugspannungen ganz ausgezogen ist, der weitere mutmaßliche Verlauf ist gestrichelt dargestellt.

Wenn es gelingt, dieser Linie einen solchen Verlauf zu geben, daß

1. die von ihr begrenzte Fläche $= Z_b$ ist,
2. ihr Schwerpunkt mit der Kraft Z_b zusammenfällt, und
3. die früher beobachtete Zugfestigkeit gleichartigen Betons nicht wesentlich überschritten wird,

so ist mit Sicherheit zu schließen, daß der mutmaßliche Verlauf der Linie der Betonzugspannungen dem tatsächlichen entspricht. Wie aus


D
Z_b
Z
Z_e

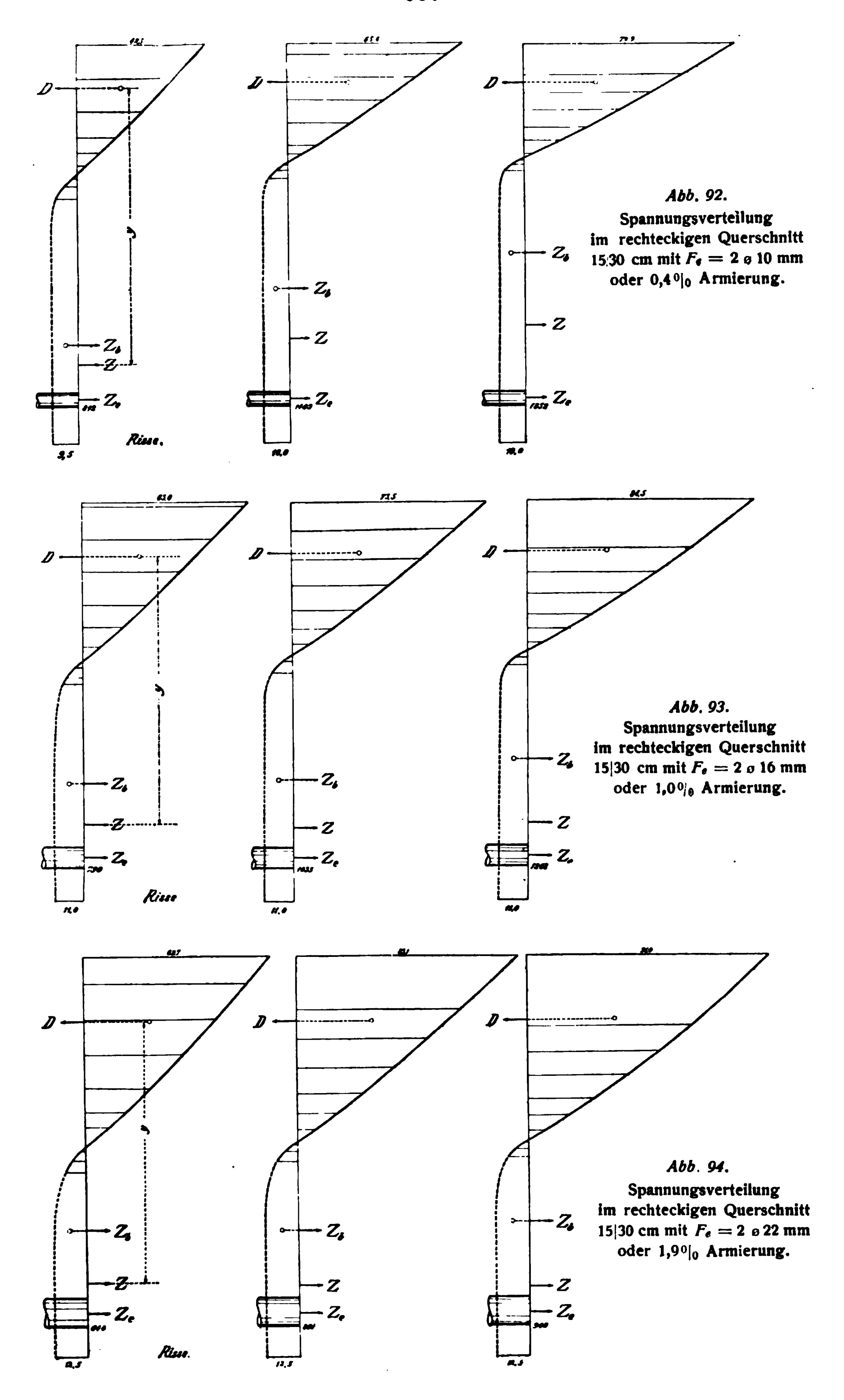


Abb. 92.
Spannungsverteilung im rechteckigen Querschnitt 15/30 cm mit $F_e = 2$ ø 10 mm oder 0,4 % Armierung.

Abb. 93.
Spannungsverteilung im rechteckigen Querschnitt 15|30 cm mit $F_e = 2$ ø 16 mm oder 1,0 % Armierung.

Abb. 94.
Spannungsverteilung im rechteckigen Querschnitt 15|30 cm mit $F_e = 2$ ø 22 mm oder 1,9 % Armierung.

den Abbildungen 92—94 hervorgeht, ist diese Übereinstimmung in einer bei den schwankenden Verhältnissen des Betons ganz zufriedenstellenden Weise erzielt worden, auch für die höheren Belastungen, als schon einzelne Risse aufgetreten waren.

Die nachfolgende Tabelle gibt Aufschluß über die Größen M, D, Z, Z_e, Z_b; aus den beiden letzten Spalten ist zu ersehen, wie weit das berechnete Z_b mit dem aus der mutmaßlichen Zugspannungsfläche des Betons ermittelten Wert übereinstimmt.

Hinsichtlich der hohen Lage von Z_b bei den Körpern starker Armierung ist zu beachten, daß an der Betonfläche die Querschnitte der Eisen in Abzug zu bringen sind. Alle Zahlen beziehen sich auf 1 cm Breite.

Moment M	D aus der Zeichnung	$Z_e = F_e \cdot E_e \cdot \varepsilon_e$	$y = \frac{M}{D}$	$Z_b = Z - Z_e$	Z_b aus der Zeichnung	Bemerkung
		Armierung 2 ϕ 10 mm = 0,4 %.				
1992 cmkg	96 kg	0,105.2,16. 51,8 = 12 kg	20,7 cm	84 kg	85 kg	
2826 „	134 „	0,105.2,16. 87,1 = 20 „	21,0 „	113 „	117 „	
3659 „	180 „	0,105.2,16.133,6 = 30 „	20,2 „	150 „	148 „	
4492 „	218 „	0,105.2,16.206,8 = 47 „	20,6 „	171 „	165 „	
5326 „	254 „	0,105.2,16.389,8 = 88 „	20,9 „	166 „	171 „	erste Risse
6159 „	323 „	0,105.2,16.649,5 = 147 „	19,2 „	176 „	180 „	
6992 „	388 „	0,105.2,16.857,8 = 195 „	18,1 „	193 „	200 „	
		Armierung 2 ϕ 16 mm = 1,0 %.				
2833 cmkg	148 kg	0,268.2,16. 57,0 = 33 kg	19,1 cm	115 kg	98 kg	
4083 „	213 „	0,268.2,16. 99,8 = 58 „	19,2 „	155 „	140 „	
5333 „	269 „	0,268.2,16.157,8 = 91 „	19,8 „	178 „	165 „	
6583 „	339 „	0,268.2,16.247,4 = 143 „	19,4 „	196 „	190 „	
7833 „	388 „	0,268.2,16.365,2 = 212 „	20,1 „	176 „	171 „	erste Risse
9083 „	442 „	0,268.2,16.479,5 = 278 „	20,5 „	164 „	180 „	
10333 „	512 „	0,268.2,16.585,0 = 338 „	20,3 „	174 „	181 „	
		Armierung 2 ϕ 22 mm = 1,9 %.				
3673 cmkg	200 kg	0,507.2,16. 58,7 = 65 kg	18,4 cm	135 kg	100 kg	
5340 „	273 „	0,507.2,16.100,0 = 110 „	19,5 „	163 „	137 „	
7007 „	343 „	0,507.2,16.156,0 = 171 „	20,4 „	172 „	163 „	
8673 „	456 „	0,507.2,16.224,7 = 245 „	19,0 „	211 „	191 „	erste Risse
10340 „	527 „	0,507.2,16.298,0 = 327 „	19,6 „	200 „	196 „	
12007 „	603 „	0,507.2,16.371,0 = 407 „	19,9 „	196 „	201 „	
13673 „	685 „	0,507.2,16.442,1 = 485 „	20,0 „	200 „	199 „	

Die weniger gute Übereinstimmung für die ersten Belastungszustände bei starker Armierung könnte durch Anfangsspannungen im

Beton infolge Schwindens erklärt werden. Die direkt gemessene Zugfestigkeit des Betons 1 : 4 wurde bei den zur Elastizitätsmessung verwendeten Körpern der Form Abbildung 21 zu 8,8 — 10,1 kg/qcm gefunden, es ist jedoch eine etwas größere Zugfestigkeit bei Biegung in Verbindung mit der Eiseneinlage nicht überraschend, da hier jede exzentrische Beanspruchung ausgeschlossen ist und ein einzelner schwacher Querschnitt nur einen geringen Einfluß auf das Messungsergebnis haben kann. Ein kleiner Fehler in D ist bei den unsicheren elastischen Verhältnissen des Betons leicht möglich und bedingt große Änderungen der Lage und Größe von Z_b.

In den Abbildungen 95 und 97 sind die Versuchsergebnisse in folgender Weise graphisch dargestellt.

Als Abszissen sind die auf die ganze Meßlänge konstanten Momente, als Ordinaten nach oben die aus den beobachteten Verkürzungen der obersten Faser und der bekannten Elastizitätskurve berechneten oberen Randspannungen σ_b des Betons und als Ordinaten nach unten die aus den gemessenen Dehnungen der Eisen mit dem Elastizitätsmodul $E_e = 2{,}16 \cdot 10^6$ berechneten Eisenspannungen σ_e. So entstehen die mit starken Linien gezeichneten Kurven. Die Punkte, von wo ab Risse beobachtet wurden, stimmen oben und unten deshalb nicht genau miteinander überein, weil beide Kurven die Mittel von je drei Versuchen sind, und weil die Verkürzungen und die Verlängerungen nicht zugleich an einem Körper gemessen werden konnten. In die Figuren sind weiter eingezeichnet: mit schwächeren Linien die nach der Rechnungsmethode 3, Seite 87 mit $n = 15$ (den Leitsätzen entsprechend) für die betreffenden Momente sich ergebenden Spannungen des Betons und des Eisens; dasselbe mit gestrichelten Linien für die *Ritter*sche Methode oder nach den schweizerischen Normen mit $n = 20$. Die so entstandenen Bilder sind sehr lehrreich und liefern in augenfälliger Weise die nachstehenden Ergebnisse:

1. Zunächst zeigt sich aus dem Verlauf der schwach ausgezogenen Geraden die bekannte Tatsache, daß für Plattenarmierungen unter 0,75 % nach der Rechnungsmethode der Leitsätze die Ausnützung der zulässigen Eisenspannungen für das aufzunehmende Moment maßgebend ist, bei höheren Armierungen ist die Grenze durch die zulässige Druckbeanspruchung des Betons gegeben.

2. Nach den »Leitsätzen« berechnet sich die Druckbeanspruchung des Betons größer, als sie bei der zulässigen Belastung tatsächlich auftritt; bei sehr starker Armierung stimmt der Rechnungswert fast genau mit dem gemessenen überein. Die Berechnung nach den schweizerischen Normen ergibt die Druckbeanspruchung kleiner, als sie beobachtet wurde. Im Stadium IIb, nach Auftreten der Risse, stimmt das nach den »Leitsätzen« berechnete σ_b befriedigend mit dem gemessenen (auf die Meßlänge vermittelten) überein.

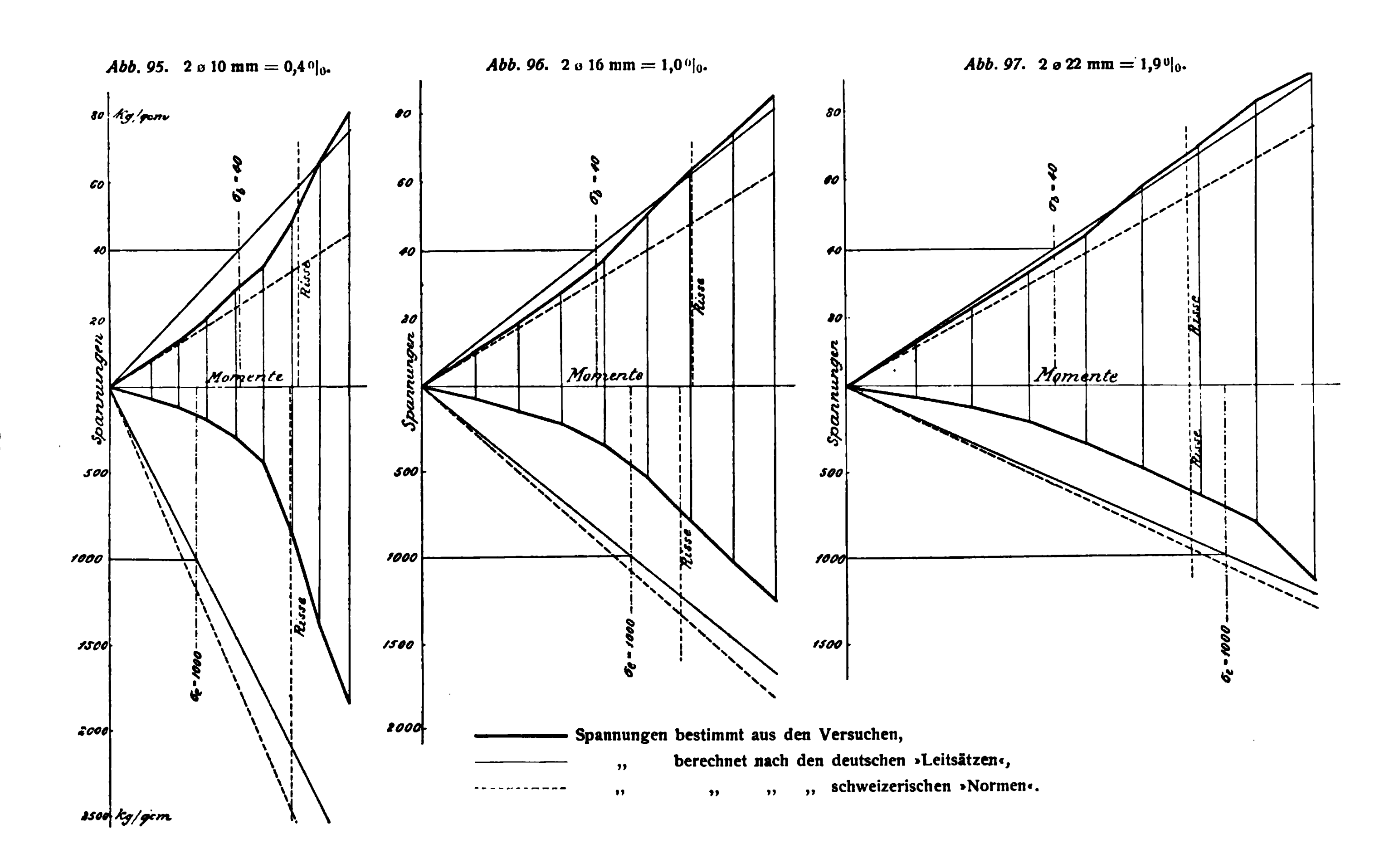


Abb. 95. 2 ⌀ 10 mm = 0,4 %.

Abb. 96. 2 ⌀ 16 mm = 1,0 %.

Abb. 97. 2 ⌀ 22 mm = 1,9 %.

3. Die rechnungsmäßige Beanspruchung des Eisens ist weit größer als die tatsächlich beobachtete; dies gilt natürlich nur bis zum Auftreten der Risse, denn von da an wird die Eisenspannung in den gerissenen Querschnitten wesentlich höher sein, als in den anderen und wird den rechnungsmäßigen Wert erreichen.

4. Die Kurven der Zugspannungen zeigen denselben Verlauf wie bei dem *Considère*schen Versuch Abbildung 50, Seite 58, die Tabelle auf Seite 108 zeigt dasselbe in Zahlen hinsichtlich der Verteilung der Zugkraft Z auf die Kräfte Z_e und Z_b. Während Z und Z_e mit fortschreitendem Moment zunehmen, bleibt Z_b nach Erreichung eines Höchstwertes, von kleinen Schwankungen abgesehen, fast konstant. Wir konstatieren zunächst in Übereinstimmung mit *Considère* die gleiche Kraftverteilung zwischen Eisen und Beton bei Zugbeanspruchung, aber mit dem Unterschied, daß bei den für uns durchgeführten Versuchen, dank der peinlichen Sorgfalt, die Zugrisse im Beton viel früher gefunden wurden. Trotz der nachgewiesenen Risse bleibt aber die Spannungsverteilung dieselbe und die Zugkraft Z_b erleidet keine wesentliche Verminderung. Wie können wir uns diese Erscheinung erklären, wenn die von *Considère* zu Hilfe genommene Duktilität des gezogenen Betons versagt?

Nach den Versuchsprotokollen entstanden zuerst Risse an den Zapfen A, hierauf innerhalb der Meßlänge die Risse n und später Riß m. Da die Querkraft innerhalb der Meßlänge gleich Null ist, so treten im Stadium I und II*a* auf dieser Strecke keinerlei Haftspannungen auf. Sobald aber beim Übergang zum Stadium IIb in einem Querschnitt ein Riß auftritt, wird dort das Eisen stärker beansprucht und es wird in den anschließenden Querschnitten die Haftfestigkeit bezw. der Gleitwiderstand zum vollen Betrag für die Spannungsausgleichung zwischen Beton und Eisen in Wirkung treten müssen. Nehmen wir einen Gleitwiderstand von 33 kg/qcm an, so erhalten wir z. B. für die Probekörper mit 2 Φ 16 mm eine Strecke von

$$\frac{15\, Z_b}{2 \, . \, 3{,}14 \, . \, 1{,}6 \, . \, 33} = \frac{15 \, . \, 180}{207} = 8{,}1 \text{ cm},$$

welche erforderlich ist, um den Beton wieder in die Spannung zu setzen, welche er vorher gehabt hat. Selbst der gerissene Beton bremst also gewissermaßen infolge des Gleitwiderstands an den Eiseneinlagen und infolge der noch vorhandenen Zugfestigkeit der zwischen den Rissen gelegenen Stücke die Dehnungen des Eisens*). Auf diese Weise ergibt sich immer noch ein nahezu konstanter Wert Z_b auch nach Auftreten der Risse und ferner die Erscheinung der Duktilität des Betons, die aber in Wirklichkeit nicht vorhanden sein muß.

*) Bei Verwendung von Dehnungsmessern mit kleiner Meßlänge lassen sich die Verschiebungen des Betons zum Eisen an den Ablesungen beobachten; vergl. *Christophe*, »Beton und Eisen«, Heft V, 1902, Seite 14.

Wir wollen hiermit nicht behaupten, daß *Considère* die Risse bei seinen Versuchen übersehen hätte, wollen aber anderseits noch bemerken, daß man auch von unseren Versuchskörpern Betonstücke von 20—40 cm Länge zwischen den Rissen hätte herausnehmen können, welche noch die volle Zugfestigkeit hätten aufweisen müssen. Die Risse waren zuerst nur unterhalb der Eiseneinlagen sichtbar, so daß es nicht ausgeschlossen erscheint, daß die höher gelegenen Betonschichten anfänglich noch Zugspannungen übertragen haben.

Sicherheit des Betons gegen Zugrisse.

5. Die vom Beton tatsächlich aufgenommenen Zugspannungen entlasten, namentlich bei geringer Armierung, die Eiseneinlagen in solchem Maße, daß deren Dehnung gegenüber der berechneten weit zurückbleibt; bei den hohen Armierungsprozenten ist dies weniger der Fall, aber hier gestattet die Grenze der Druckbeanspruchung des Betons keine weitere Ausnützung der Eiseneinlagen. Demgemäß erhalten wir bei der Dimensionierung nach den Leitsätzen, d. h. der Rechnungsmethode für Stadium IIb, bei rechteckigen Querschnitten eine Sicherheit gegen Risse, die

bei	0,4 %	Eiseneinlagen	2,12,
„	1,0 %	„	1,5,
„	1,9 %	„	1,64

beträgt.

Ähnliche Ergebnisse liefern die Bruchversuche S. 98. Nach den dort berechneten Spannungen beim Auftreten der ersten Risse ergibt sich für $\sigma_e = 1000$ bezw. $\sigma_b = 40$ kg/qcm die Sicherheit gegen Risse im Beton

bei	13	Monate	alten	Körpern	mit	1,4 %	Eiseneinlagen	2,3
„	„	„	„	„	„	3,3 %	„	3,9
„	2	„	„	„	„	1,4 %	„	1,9
„	„	„	„	„	„	3,3 %	„	3,2

In dieser Hinsicht findet sich noch weiteres vorzügliches Material in der Veröffentlichung von Baudirektor *v. Bach*, Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure 1907. Soweit es rechteckige Querschnitte betrifft, wurde für solche Armierungen, wie sie in der Praxis vorkommen, nachgewiesen, daß die amtliche Berechnungsweise, die von der Zugfestigkeit des Betons vollständig absieht, eine 1,2—1,4fache Sicherheit gegen das Auftreten der ersten, äußerst feinen und schwer zu findenden Zugrisse bietet. Die stark armierten Balken (*i* und *k* der betr. Zusammenstellung) zeigten die ersten Zugrisse schon bei 765 kg/qcm berechneter Eisenspannung, die ihr entsprechende Druckspannung des Betons betrug aber dann bei 1,4 % Armierung schon 45,2 kg/qcm, so

daß auch hier noch eine über 1,1fache Sicherheit vorhanden wäre. Die Risse, um die es sich hierbei handelt, sind so fein, daß sie auf der gewöhnlichen ungestrichenen Betonfläche nicht aufzufinden wären.

Immerhin finden wir auch durch diese letzten Versuche bestätigt, daß die übliche Rechnungsweise nach den Leitsätzen oder den preußischen Bestimmungen, eine mindestens 1,2—1,5-fache Sicherheit gegen das Auftreten der ersten Zugrisse bietet. Diese reichen aber als Kantenrisse noch lange nicht bis an das Eisen heran (vergl. Abb. 55).

Dies gilt natürlich zunächst nur für rechteckige Querschnitte. Die Verhältnisse bei den Plattenbalken werden später gezeigt werden.

Die neuen preußischen Bestimmungen vom 24. Mai 1907 schreiben in § 15 Abs. 3 vor, daß bei Bauteilen, die der Witterung, der Nässe, den Rauchgasen und ähnlichen schädlichen Einflüssen ausgesetzt sind, außer der Berechnung für das Stadium IIb, noch der Nachweis zu erbringen sei, daß das Auftreten von Rissen im Beton durch die von ihm zu leistenden Zugspannungen vermieden werde. Die zulässige Zugbeanspruchung des Betons wird zu $^2/_3$ der durch Zugversuche nachgewiesenen Zugfestigkeit oder wenn der Zugfestigkeitsnachweis fehlt, zu $^1/_{10}$ der Druckfestigkeit festgesetzt. Die hierzu angegebene Rechnungsmethode ist identisch mit der bereits vorgeführten *Ritter*schen Methode, d. h. es wird der Elastizitätsmodul für den gezogenen und gedrückten Beton gleich und konstant angenommen und der Eisenquerschnitt durch einen $n$fachen Betonquerschnitt ersetzt. Nach Einrechnung der neutralen Achse, als Schwerlinie dieses modifizierten Querschnitts kann man dann mit der gewöhnlichen Biegungsformel

$$\sigma = \frac{v \cdot M}{J}$$

die Spannungen berechnen. Für n ist wieder der Wert 15 zu wählen.

Wir wollen an Hand eines Beispiels der Stuttgarter Versuche den Wert dieser neuen und für den Konstrukteur lästigen Bestimmung prüfen*).

Der Abstand x des Schwerpunkts des in Abb. 98 gezeichneten Querschnitts von der Mitte wird

$$x = \frac{15 \cdot 2{,}36 \cdot 13{,}5}{20 \cdot 30 + 15 \cdot 2{,}36} = 0{,}75 \text{ cm.}$$

$$J = \frac{1}{3} \cdot 20\,(15{,}75^3 + 14{,}25^3) + 15 \cdot 2{,}36 \cdot 12{,}75^2 = 51092 \text{ cm}^4$$

somit berechnet sich die Zugspannung des Betons bei einem Moment von $M = 98348$ cmkg, nachdem die ersten Zugrisse bemerkt wurden, zu

$$\sigma_z = \frac{14{,}25 \cdot 98348}{51092} = 27{,}4 \text{ kg/qcm,}$$

* Vergl. auch *Postuvanschitz*, »Beton und Eisen«, Heft VI, 1907.

während die Zugfestigkeit des Betons tatsächlich zu rund 13 kg/qcm gemessen wurde. Das vorstehende Beispiel ist ein nur mit 0,43 %

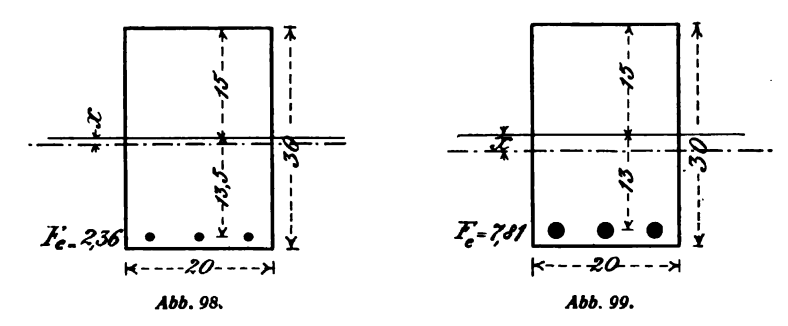


Abb. 98. Abb. 99.

armierter Betonbalken, wir wählen daher zum Vergleich noch ein Beispiel mit 1,4 % Eiseneinlagen. (Abbildung 99.) Es ist

$$x = \frac{15 \,.\, 7{,}81 \,.\, 13}{20 \,.\, 30 + 15 \,.\, 7{,}81} = 2{,}1 \text{ cm}$$

$$J = \frac{1}{3} \,.\, 20\,(17{,}1^3 + 12{,}9^3) + 15 \,.\, 7{,}81 \,.\, 10{,}9^2 = 61\,558 \text{ cm}^4.$$

Das Biegungsmoment vor Auftreten der ersten Zugrisse ist $M = 141\,010$ cmkg, somit die rechnungsmäßige Zugspannung des Betons am untern Rand

$$\sigma_z = \frac{12{,}9 \,.\, 141\,010}{61\,558} = 29{,}5 \text{ kg/qcm}.$$

Offenbar ist bei den »Bestimmungen« eine $1\frac{1}{2}$fache Sicherheit gegen Zugrisse beabsichtigt, es ist aber vergessen worden, daß schon beim nicht armierten Betonbalken rechteckigen Querschnitts infolge des nicht konstanten Wertes von E die Zugfestigkeit bei Biegung sich ungefähr doppelt so groß ergibt, als beim direkten Zugversuch. Daß sich an diesem Verhältnis auch beim Vorhandensein von Eisen an der gezogenen Seite nicht viel ändern wird, ist einleuchtend und durch die erwähnten Versuche nachgewiesen. Wir stellen also fest, daß die ministeriellen preußischen Bestimmungen von 1907 in Wirklichkeit eine etwa 3fache Sicherheit gegen das Auftreten der ersten Zugrisse verlangen und damit die Ausführung von Eisenbetonbauten unnötigerweise verteuern und erschweren.

Etwas mehr Sachkenntnis zeigen in dieser Beziehung die von Herrn Regierungs- und Baurat *Labes* entworfenen »Vorläufigen Bestimmungen für das Entwerfen und die Ausführung von Ingenieurbauten im Bezirke der Eisenbahndirektion Berlin« (Nr. 52 des Zentralblattes der Bauverwaltung 1906). Hiernach ist die Biegungsfestigkeit $\sigma = \frac{M \,.\, 6}{b \,.\, h^2}$ als Zugfestigkeit des Betons zu Grunde zu legen und

je nach der Art der Beanspruchung eine 2,5—1,3fache Sicherheit einzuhalten. Der letztere Wert entspricht Fußstegen und leichten Straßenbrücken, Futtermauern, Wasserbehältern, überhaupt mäßig erschütterten Bauteilen auf dem Gebiete des Bauingenieurwesens. Für n ist der Wert 10 zu setzen (streng genommen sollten die Eisenquerschnitte mit $n - 1$ multipliziert werden, mit Rücksicht auf den von ihnen im Beton eingenommenen Raum). Obgleich es sich hier um niedere Spannungen im Stadium I oder IIa handelt, wäre doch ein größerer Wert von n (15—20) angezeigt, weil bei der Berechnung der Zugspannungen des Betons sein Zugelastizitätsmodul den Ausschlag gibt.

Die Zahl $n = 15$, die in den Leitsätzen für die Rechnung nach Stadium IIb angegeben ist, wurde in letzter Zeit mehrfach bemängelt unter Hinweis auf die Elastizitätsversuche; dabei wurde aber übersehen, daß es sich bei dieser Rechnung gar nicht um die Ermittlung der tatsächlich unter der zulässigen Last vorhandenen Spannungen, sondern um den Nachweis des nötigen Sicherheitsgrades handelt, wozu eine erst bei höheren Lasten eintretende Spannungsverteilung vorausgesetzt werden muß. Es ist dann klar, daß auch der Wert von n diesem späteren Zustand anzupassen ist.

Für Platten, d. h. rechteckige Querschnitte, erscheint der besondere Nachweis wenigstens der niederen Sicherheitsgrade gegen Zugrisse nach den besprochenen Versuchen als überflüssig. Die höheren Sicherheitsgrade sind durch größere Betonstärken, die gleichzeitig günstig gegen Erschütterungen wirken, zu erreichen. Auch eine gute Verteilung der Eisen im Beton wirkt hemmend auf die Bildung der ersten feinen Risse.

Plattenbalken, T-förmiger Querschnitt.

Bei den durch positive Biegungsmomente beanspruchten Plattenbalken kommt die Decke immer auf eine gewisse Breite zu statischer Mitwirkung mit dem Unterzug und bildet mit diesem ein T-Profil.

Sind aber die Biegungsmomente negativ, wie es an eingespannten Trägerenden oder über den Mittelstützen durchlaufender Träger der Fall ist, und wird wieder von der Zugfestigkeit des Betons abgesehen, so wird sich die Berechnung ebenso gestalten, wie wenn die Decke gar nicht vorhanden wäre, d. h. man wird ebenso verfahren müssen, wie es oben für den rechteckigen Querschnitt gezeigt wurde, nur mit dem Unterschied, daß sich die Zugzone mit den Eiseneinlagen im oberen Teil, die Druckzone aber im unteren Teil des Querschnitts befindet und eine Breite gleich der Stegbreite aufweist (Abbildung 100).

Wird die Eiseneinlage des Stegs auf die wirksame Plattenbreite b gleichmäßig verteilt gedacht, so kann auch bei positivem Biegungs-

moment die Berechnung wie für den rechteckigen Querschnitt erfolgen, wenn hiernach die neutrale Achse innerhalb der Deckenplatte zu liegen

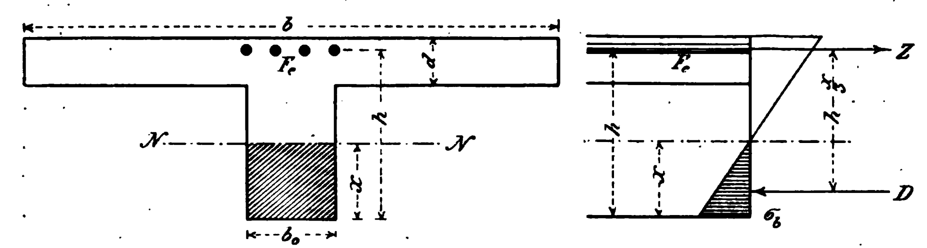


Abb. 100. Spannungsverteilung bei negativem Biegungsmoment.

kommt, oder mit dem unteren Plattenrand zusammenfällt. Es ergibt sich dann mit Rücksicht auf nachstehende Abbildung 101

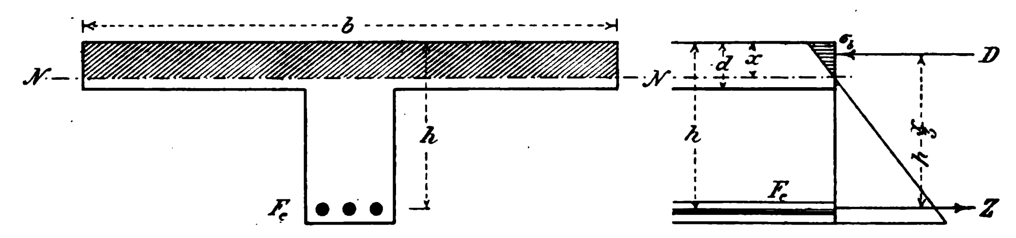


Abb. 101. Spannungsverteilung bei positivem Biegungsmoment, $x < d$.

$$D = Z$$

$$M = Z\left(h - \frac{x}{3}\right),$$

woraus

$$Z = \frac{M}{h - \frac{x}{3}}$$

$$\sigma_e = \frac{Z}{F_e} \qquad \sigma_b = \frac{2Z}{b \, . \, x}$$

$$x = \frac{n \, . \, F_e}{b}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2b \, . \, h}{n \, . \, F_e}}\right]$$

In Wirklichkeit fällt die neutrale Achse immer in die Nähe der Plattenunterkante; es kann daher, wenn sie etwas tiefer als diese Kante zu liegen kommt, das schraffierte Stück des Stegs (Abbildung 102), in

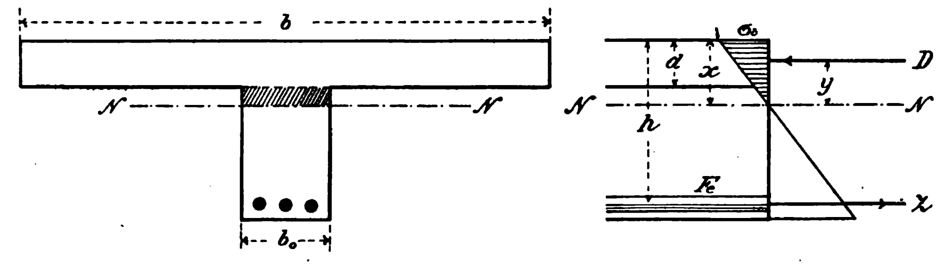


Abb. 102. Spannungsverteilung bei positivem Biegungsmoment, $x > d$.

welchem noch geringe Druckkräfte wirksam sind, ohne große Ungenauigkeit einfach vernachlässigt werden. Der Druckmittelpunkt wird sich infolgedessen nur ganz wenig verschieben.

Berücksichtigt man aber, daß dann seine tiefste Lage nur die Plattenmitte sein kann, so wird der größte überhaupt mögliche Wert von Z sich aus der Formel ergeben:

$$Z = \frac{M}{h - \frac{d}{2}},$$

und man sieht daraus, daß es infolge der eng begrenzten, denkbaren Schwankungen des Abstands der Mittelpunkte von Zug und Druck bei Plattenbalken möglich ist, die Zugspannungen der Eiseneinlagen in einer für alle Fälle hinreichenden Genauigkeit ohne großen Aufwand theoretischer Formeln zu ermitteln.

Die obere Randspannung des Betons der Deckenplatte bewegt sich nicht innerhalb so enger Grenzen wie der Hebelarm von Z und D. Man kann sich hier für die Fälle, wo die neutrale Achse nicht innerhalb der Deckenplatte zu liegen kommt, entweder mit dem höchst erreichbaren Grenzwert

$$\sigma_b = \frac{2\,Z}{b\,.\,d}$$

begnügen, oder aber den folgenden genaueren Weg einschlagen.

Die Neutralachse liege im Abstand x vom oberen Plattenrand innerhalb des Steges, h sei die Entfernung der Eiseneinlage von demselben Rand und ihr Querschnitt werde mit F_e bezeichnet. Der Einfachheit halber sollen die geringen Druckkräfte in der schraffierten Fläche des Steges vernachlässigt werden; alsdann erhält man, ähnlich wie beim rechteckigen Querschnitt, unter der Voraussetzung eines konstanten Elastizitätsmoduls E_b des gedrückten Betons (Abbildung 102),

$$\frac{\sigma_b}{E_b} : x = \frac{\sigma_e}{E_e} : (h - x),$$

woraus mit

$$\frac{E_e}{E_b} = n$$

$$\sigma_e = \frac{n\,.\,\sigma_b\,(h - x)}{x}$$

folgt, ferner ist

$$\sigma_e\,.\,F_e = \sigma_b\,.\,\frac{b\,.\,x}{2} - \frac{\sigma_b\,.\,(x - d)}{x}\,.\,b\,.\,\frac{(x - d)}{2}.$$

Der Wert von σ_e hierin eingesetzt, gibt

$$\frac{n\,.\,\sigma_b\,(h - x)}{x}\,.\,F_e = \sigma_b\,.\,\frac{b\,.\,x}{2} - \frac{\sigma_b\,(x - d)^2\,.\,b}{2\,.\,x}$$

woraus
$$x = \frac{2\,n \,.\, h \,.\, F_e + b \,.\, d^2}{2\,(n \,.\, F_e + b \,.\, d)}.$$

Der Abstand des Mittelpunktes der Druckspannungen oder die Entfernung des Schwerpunktes des von diesen dargestellten Trapezes von der neutralen Schicht berechnet sich aus der Momentengleichung, bezogen auf die Neutralachse, zu

$$y = x - \frac{d}{2} + \frac{d^2}{6\,(2\,x - d)}$$

und läßt in dieser Form klar und einfach die Grenzwerte erkennen, nämlich für $x = d$

$$y = x - \frac{d}{2} + \frac{d}{6} = x - \frac{d}{3} = \frac{2}{3}\,d,$$

für große Werte von x

$$y = x - \frac{d}{2}.$$

Ist der Druckmittelpunkt bekannt, so läßt sich die Druckkraft

$$D = Z = \frac{M}{h - x + y},$$

sowie die Spannung σ_e berechnen und man erhält

$$\sigma_b = \frac{\sigma_e \,.\, x}{n\,(h - x)} = \frac{\sigma_e}{n} \,.\, \frac{(2\,n \,.\, h \,.\, F_e + b \,.\, d^2)}{b \,.\, d\,(2\,h - d)}.$$

Die Lage der neutralen Achse läßt sich auch aus der Bedingung ermitteln, daß sie durch den Schwerpunkt der aus der Platte und den $n$fachen Eisenquerschnitten gebildeten Fläche hindurchgeht. Der Ausdruck für x ergibt sich unmittelbar aus der Momentengleichung dieser Fläche in Bezug auf den oberen Plattenrand. Man kann dann nach Ermittlung von x die Berechnung von y dadurch umgehen, daß man auf die modifizierte Querschnittsfläche die gewöhnliche Biegungsformel

$$\sigma = \frac{v \,.\, M}{J}$$

anwendet. Es ist dann

$$\sigma_b = \frac{x \,.\, M}{J}$$

$$\sigma_e = n \,.\, \frac{(h - x) \,.\, M}{J}.$$

1. Beispiel. Ein Eisenbetonbalken von 28/50 cm Stegquerschnitt mit einer Eiseneinlage von 5 Rundeisen 28 mm, einer 10 cm starken Deckenplatte, deren wirksame Breite 250 cm beträgt, habe ein positives Biegungsmoment von 1430000 cmkg aufzunehmen.

$b = 250$ cm, $d = 10$ cm, $h = 57$ cm, $F_e = 30{,}8$ qcm, $n = 15$.

Die Lage der neutralen Achse berechnet sich zu

$$x = \frac{2 \,.\, 15 \,.\, 57 \,.\, 30{,}8 + 250 \,.\, 10^2}{2\,(15 \,.\, 30{,}8 + 250 \,.\, 10)} = 13{,}1 \text{ cm}$$

$$y = 13{,}1 - \frac{10}{2} + \frac{100}{6\,(2 \,.\, 13{,}1 - 10)} = 9{,}1 \text{ cm}$$

$$Z = D = \frac{1430000}{57 - 13{,}1 + 9{,}1} = \text{rund } 27000 \text{ kg}$$

$$\sigma_e = \frac{27000}{30{,}8} = 878 \text{ kg/qcm}$$

$$\sigma_b = \frac{878 \,.\, 13{,}1}{15 \,.\, (57 - 13{,}1)} = 17{,}5 \text{ kg/qcm.}$$

Würde man von vornherein die neutrale Achse in der Plattenunterkante angenommen haben, so hätte man erhalten:

$$Z = D = \frac{1430000}{57 - 3{,}3} = 26600 \text{ kg}$$

$$\sigma_e = 864 \text{ kg/qcm}$$

$$\sigma_b = \frac{2 \,.\, 26600}{250 \,.\, 10} = 21{,}3 \text{ kg/qcm.}$$

2. Beispiel. Derselbe Balken soll die doppelte Eiseneinlage erhalten und ein doppelt so großes Moment aufnehmen. Hierbei soll aber die Deckenplatte in der Stärke von 10 cm beibehalten werden; es ist also jetzt $F_e = 61{,}6$ qcm und man erhält:

$$x = \frac{2 \,.\, 15 \,.\, 57 \,.\, 61{,}6 + 250 \,.\, 10^2}{2 \,.\, (15 \,.\, 61{,}6 + 250 \,.\, 10)} = 19{,}0 \text{ cm}$$

$$y = 19{,}0 - 5 + \frac{100}{6\,(2 \,.\, 19{,}0 - 10)} = 14{,}6 \text{ cm}$$

$$Z = D = \frac{2860000}{57 - 19{,}0 + 14{,}6} = 54370 \text{ kg}$$

$$\sigma_e = \frac{54370}{61{,}6} = 883 \text{ kg/qcm}$$

$$\sigma_b = \frac{883 \,.\, 19{,}0}{15\,(57 - 19{,}0)} = 29{,}4 \text{ kg/qcm.}$$

3. Beispiel. Bei demselben Balken wie unter 1) handle es sich um einen Beton mit höherem Elastizitätsmodul, bei dem $n = 10$ zu setzen sei; man erhält dann entsprechend

$$x = \frac{2 \,.\, 10 \,.\, 57 \,.\, 30{,}8 + 250 \,.\, 10^2}{2\,(10 \,.\, 30{,}8 + 250 \,.\, 10)} = 10{,}7 \text{ cm}$$

$$y = 10{,}7 - \frac{10}{2} + \frac{100}{6\,(2 \,.\, 10{,}7 - 10)} = 7{,}2 \text{ cm}$$

$$Z = D = \frac{1430000}{57 - 10{,}7 + 7{,}2} = 26700 \text{ kg}$$

$$\sigma_e = \frac{26700}{30,8} \doteq 867 \text{ kg/qcm}$$

$$\sigma_b = \frac{867 \cdot 10,7}{10 \cdot (57 - 10,7)} = 19,5 \text{ kg/qcm.}$$

Aus diesen drei Zahlenbeispielen läßt sich folgendes erkennen: Wenn für ein bestimmtes Balkenformat einer Verdoppelung des Biegungsmomentes durch eine doppelt so starke Eiseneinlage Rechnung getragen wird, so ändert sich dadurch die Beanspruchung der Eisen nur unwesentlich, ferner nimmt die obere Randspannung der Deckenplatte, bei gleich bleibender Stärke der letzteren in geringerem Maße zu, als die äußeren Kräfte. In unserem Beispiel erfolgt die Zunahme von 17,5 auf 29,4 kg/qcm anstatt auf 35,0 kg/qcm.

Diese verzögerte Zunahme der Randspannung hat ihren Grund in einem Tieferrücken der neutralen Schichte.

Einen ähnlichen Einfluß auf die Lage derselben und damit auf die Druckbeanspruchung des Betons hat eine Abnahme des Elastizitätsmoduls E_b oder die Zunahme von n, in der Weise, daß ein Plattenbalken von geringerem Mischungsverhältnis, unter sonst gleichen Umständen, eine geringere Druckbeanspruchung zeigen wird, als ein solcher von besserem Mischungsverhältnis und entsprechend höherem Elastizitätsmodul E_b.

Dieselbe Erscheinung tritt auch beim rechteckigen Querschnitt, also den einfachen Platten, auf.

Es erfolgt aber die Abnahme der Beanspruchung bei zunehmendem n viel langsamer, als die Verminderung der entsprechenden Druckfestigkeit, so daß keine Veranlassung vorliegen kann, von der Forderung eines guten Mischungsverhältnisses abzugehen.

Wir heben nochmals hervor, daß die sehr einfachen Formeln für die Berechnung der Plattenbalken nur durch die geringfügige und etwas zu ungünstige Vernachlässigung der Druckspannungen im Steg und durch die Annahme eines konstanten Elastizitätsmoduls E_b erhalten wurden.

Bezüglich der Gurtungsbreite b enthalten die »Leitsätze« und die »Bestimmungen« die Vorschrift, daß sie nicht größer als $l/3$, bezw. nach jeder Seite nicht größer als $l/6$ gewählt werden dürfe. Selbstverständlich darf b gleichzeitig nicht größer werden als der Trägerabstand. Versuche über die wirksame Gurtungsbreite der Deckenplatten sind noch nicht bekannt geworden, dagegen ergeben sich rechnerische Anhaltspunkte, wenn die Schubspannungen in den vertikalen Anschlußflächen der Deckenplatten an den Steg ermittelt werden. Hierüber wird noch weiter unten im Abschnitt über die Schubspannungen die Rede sein.

Die zulässige Druckbeanspruchung des Betons wird bei den Plattenbalken ebenso groß angenommen, wie bei den rechteckigen Querschnitten, sie kann aber in den wenigsten Fällen ausgenutzt werden,

weil man sonst zu niedere und übermäßig armierte Balken bekommen würde, die außerdem unwirtschaftlich sind, denn man erhält eine billigere und bessere Konstruktion, wenn die Balken höher sind und die Spannung des Betons am oberen Rand der Platte kleiner als 40 kg/qcm ist*). Mit Rücksicht hierauf ist es von geringer praktischer Bedeutung, wenn von einigen Autoren verlangt wird, daß bei Bemessung der zulässigen Betonspannung der Plattenbalken zu berücksichtigen sei, daß der Beton infolge der Kontinuität die Deckenplatte in der Richtung senkrecht zum Träger gezogen werde. Es dürfte dann die ideelle Hauptspannung $\sigma = \sigma_b + \frac{\sigma_z}{m}$, wobei $m = \frac{1}{4}$ den Koeffizienten der Querdehnung bedeutet, die zulässige Spannung nicht überschreiten.

Meines Erachtens ist es aber nicht angängig, solche für homogenes Material abgeleitete Beziehungen auf den Eisenbeton zu übertragen; denn es ist zu erwarten, daß schon beim Beton allein die Beziehung von Längen- und Querdehnung wegen der verschiedenen Elastizität und Festigkeit auf Zug und Druck eine andere sein wird, als bei isotropem Material. Sodann ist aber sehr zu beachten, daß die Zugspannungen in der Platte senkrecht zum Träger von einem ganz anderen Material, nämlich von den oberen Deckeneisen übertragen werden.

Etwas anderes ist es beim Vorhandensein von Haupt- und Nebenträgern, denn hier addieren sich die Druckspannungen der Platte mit denjenigen der Druckgurtung der Hauptträger. Wie schon im Abschnitt »Allgemeines« erwähnt wurde, berücksichtigt man diesen Umstand am besten durch Annahme einer geringen Gurtbreite b bei Berechnung der Hauptträger und schließt die Deckenplatte erforderlichen Falls mit Vouten an die Unterzüge an. Das einfache Addieren der beiden Druckspannungen ist nämlich nicht genau richtig, weil die Deckenplatte durch ihr eigenes Biegungsmoment nur im oberen Teil auf Druck beansprucht wird und durch die Gurtungskraft des Hauptträgers die Höhe der wirksamen Druckzone sich vergrößert. Die Art der Beanspruchung einer solchen Deckenplatte ist also ähnlich derjenigen auf Biegung mit Axialdruck. Da der oben gemachte Vorschlag aus konstruktiven Gründen vorzuziehen ist, soll auf ein weiteres Eingehen hinsichtlich der genauen Berechnung der zusammengesetzten Spannung verzichtet werden, zumal die elastischen Deformationen einer rechteckigen von Haupt- und Nebenträgern begrenzten Platte nicht so denkbar sind, wie es hier vorausgesetzt ist. Immer wird eine »plattenartige« Wirkung vorhanden sein, der durch die Querstäbe in der Decke Rechnung zu tragen ist und die zur Folge hat, daß neben den Hauptträgern und parallel zu ihnen in der Hauptsache nur deren Gurtungsspannungen wirksam sind.

Nach meinen Erfahrungen sind Tabellen und Formeln für die

---

*) Vergl. *Mörsch*, Deutsche Bauzeitung 1907, Zementbeilagen Nr. 11, 12, 13.

Querschnittsbemessung von Plattenbalken kein dringendes Bedürfnis.

Für alle Fälle, wo die neutrale Achse innerhalb der Deckenplatte liegt, also $x \lesseqgtr d$ ist, können die für rechteckige Querschnitte aufgestellten Tabellen und Formeln benutzt werden (vgl. S. 89 und S. 92). Die Werte von x sind dort auch angegeben, so daß man sofort sieht, ob $x \leqq d$ ist. Der Abstand der Balkenrippen ist meist durch äußere Umstände gegeben und die Dicke der Platte ergibt sich aus ihrer Tragfähigkeit zwischen den Balkenrippen. Für gewöhnliche Dimensionierungszwecke genügt es, den nötigen Eisenquerschnitt F_e aus der Formel

$$F_e = \frac{M}{\sigma_e \left(h - \frac{d}{2}\right)}$$

zu berechnen; bei der genauen Spannungsberechnung ergibt sich dann σ_e immer noch etwas kleiner als zulässig.

Ist $x \geqq d$, so kann mit den Beziehungen

$$x = \frac{2\,n\,.\,h\,.\,F_e + b\,.\,d^2}{2\,(n\,.\,F_e + b\,.\,d)},\ \sigma_b = \frac{\sigma_e\,.\,x}{n\,(h - x)} \text{ und } \sigma_e = \frac{M}{F_e\left(h - \frac{d}{2}\right)}$$

auch σ_b genähert nach der Formel

$$\sigma_b = \frac{\sigma_e}{n}\,.\,\frac{(2\,n\,.\,h\,.\,F_e + b\,.\,d^2)}{b\,.\,d\,(2\,h - d)}$$

gerechnet werden, so daß man also die Einrechnung der neutralen Achse und des Druckmittelpunktes umgeht. Diese Formeln gelten nur für den Fall, daß die neutrale Achse unterhalb der Deckenplatte liegt. Ob dieser vorliegt, kann man an Hand der für verschiedene σ_b und σ_e ausgerechneten Verhältnisse von $x : h$ beim rechteckigen Querschnitt leicht entscheiden.

Da der Eisenquerschnitt eines Plattenbalkens leicht und ziemlich genau nach der Näherungsformel

$$F_e = \frac{M}{\sigma_e \left(h - \frac{d}{2}\right)}$$

ermittelt werden kann und es für den Konstrukteur keinen Zweck hat, eine Druckspannung σ_b des Betons am oberen Plattenrand auszurechnen, wenn er sicher ist, daß sie kleiner ausfällt als die zulässige, so ist es für das Entwerfen von Vorteil, eine übersichtliche Darstellung über die Trägerhöhen h zu besitzen, die bei gegebener Plattenstärke d und gegebenem Moment $\frac{M}{b}$ einzuhalten sind, damit σ_b die zulässige Beanspruchung gerade erreiche. Zu diesem Zweck sind die Diagramme in Abbildung 103 berechnet worden.

Als Abszissen sind die Nutzhöhen h, als Ordinaten die bei einer

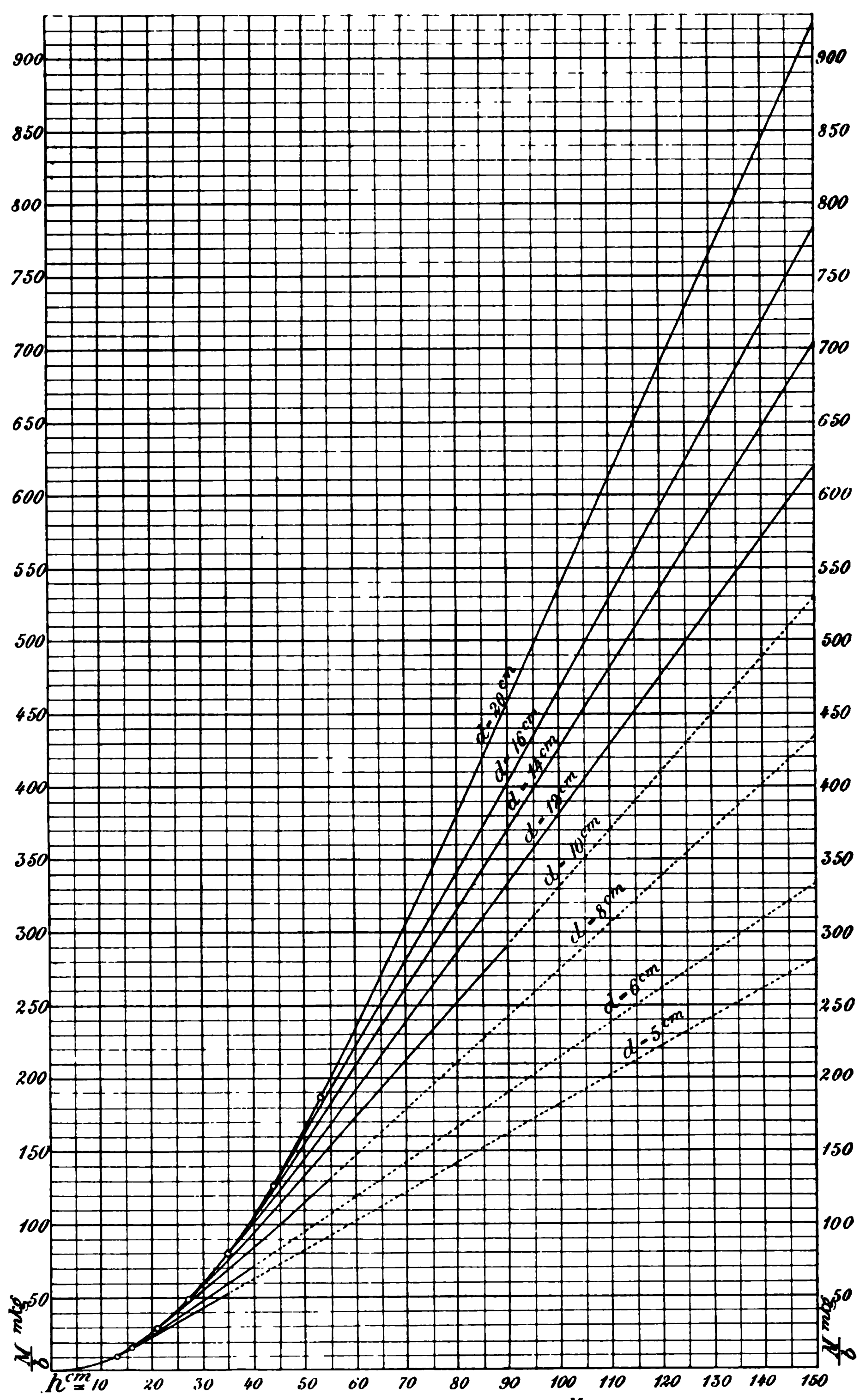


Abb. 103. **Graphische Darstellung der Beziehungen zwischen h und $\frac{M}{b}$ bei einem Plattenbalken für verschiedene Deckenstärken d und die Spannungen $\sigma_e = 1000$ kg|qcm, $\sigma_b = 40$ kg|qcm.**

bestimmten Plattenstärke d und den Spannungen $\sigma_e = 1000\ \sigma_b = 40$ kg/qcm aufzunehmenden Momente $\frac{M}{b}$ aufgetragen. Für jede Plattendicke ergibt sich eine Kurve. Diese Kurven entspringen an den mit Ringen bezeichneten Punkten gegen Null hin alle aus einer einzigen Parabel, die der Nutzhöhe beim rechteckigen Querschnitt entspricht, also der Gleichung $h = 0{,}390 \sqrt{\frac{M}{b}}$ folgt. Das Diagramm umfaßt also auch die Fälle, wo die Nulllinie innerhalb der Deckenplatte liegt. Die gestrichelten Teile der Kurven sollen andeuten, daß dort die Deckenplatte im Vergleich zur Trägerhöhe zu dünn ist, also die daraus sich ergebenden Formate nicht ohne weiteres als brauchbar erscheinen. Bleibt man nun beim Entwerfen eines Plattenbalkens mit der Nuthöhe h über dem nach dem Diagramm sich ergebenden Wert, so ist σ_b nicht auszurechnen, da man sicher ist, daß es kleiner als 40 kg/qcm bleibt.

Die Berechnung der Kurven geschah nach den folgenden Formeln:

$$\text{Aus} \quad x = \frac{2n \,.\, h \,.\, F_e + b \,.\, d^2}{2(n \,.\, F_e + b \,.\, d)} \quad \text{folgt}$$

$$F_e = \frac{b \,.\, d\,(2x - d)}{2n\,(h - x)} = \frac{M}{\sigma_e\,(h - x + y)}.$$

Mit $\sigma_e = 1000\ \sigma_b = 40$ wird $x = \frac{3}{8}\,h$, so daß mit Einsetzung des Wertes von y schließlich erhalten wird

$$\frac{M}{b} = \frac{d \,.\, \sigma_e}{30n \,.\, h}\,(18h^2 - 33d \,.\, h + 16d^2).$$

Genauere Formeln für Plattenbalken.

Der Vollständigkeit wegen sollen noch die Formeln angegeben werden, die sich mit Berücksichtigung der Druckspannungen im Steg ergeben*). Wir berechnen nach Abbildung 104 die Lage der neutralen Achse als Schwerlinie derjenigen Querschnittsfläche, die aus der gedrückten Betonfläche und den $n$fachen Eisenquerschnitten besteht, wobei diese Schwerlinie die Druckzone gleichzeitig nach unten begrenzt. Die Gleichung der statischen Momente bezogen auf die obere Kante ist

$$x\,[b\,.\,d + (x - d)\,b_o + n(F_e + F_e')] = \frac{b\,.\,d^2}{2} + b_o(x - d)\,\frac{(x + d)}{2} + n(F_e\,.\,h + F_e'\,.\,h')$$

oder die zur Ermittelung von x dienende quadratische Gleichung

$$b_o\,.\,x^2 + 2x\,[d\,(b - b_o) + n\,(F_e + F_e')] = d^2\,(b - b_o) + 2n\,(F_e\,.\,h + F_e'\,.\,h').$$

---

*) Vergl. auch *Förster*, Fortschritte der Ingenieurwissenschaften 1907, Heft 13.

Wenn x berechnet ist, kann man das Trägheitsmoment J des modifizierten Querschnitts in Bezug auf die Achse NN ausrechnen und die

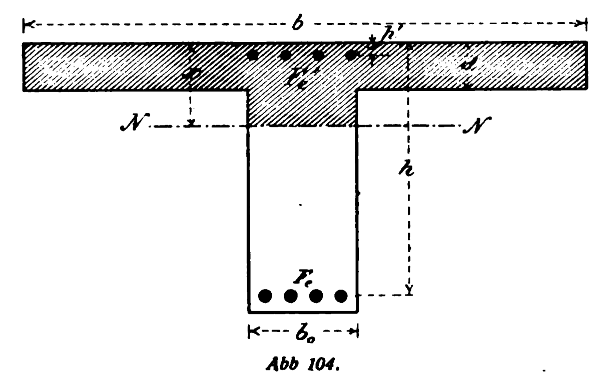


Abb 104.

Spannungen nach der gewöhnlichen Biegungsformel ermitteln und zwar ist dann

$$J = \frac{1}{3}\,[b \cdot x^3 - (b - b_o)\,(d - x)^3] + n \cdot F_e'\,(x - h')^2 + n \cdot F_e\,(h - x)^2,$$

ferner

$$\sigma_b = \frac{x \cdot M}{J} \qquad \sigma_e = \frac{n \cdot M}{J}\,(h - x).$$

Man könnte auch einen Ausdruck für den Abstand y der Resultierenden aller Druckspannungen aufstellen, jedoch rechnet man in diesem Fall einfacher und übersichtlicher nach den angegebenen Gleichungen.

Beispiel. Ein Plattenbalken von nachstehendem Querschnitt (Abbildung 105) soll ein Biegungsmoment von

$$M = 8021000 \text{ cmkg}$$

aufnehmen.

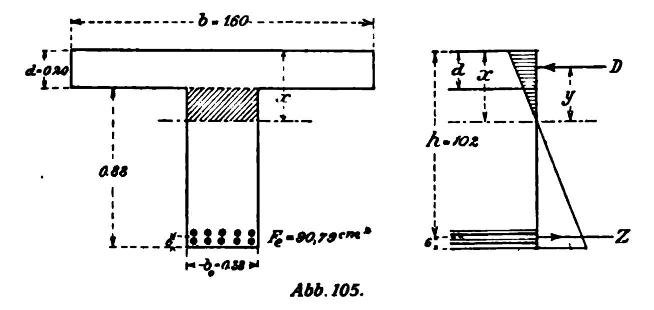


Abb. 105.

1. Berechnung nach der genauen Formel.

Mit $F_e' = 0$, $F_e = 10\ \phi\ 34 = 90{,}79$ qcm, $b_o = 38$ cm, $b = 160$ cm, $d = 20$ cm, $h = 102$ cm wird die Gleichung

$$b_o \cdot x^2 + 2 \cdot x\,[d\,(b - b_o) + n \cdot F_e] = d^2\,(b - b_o) + 2 \cdot n \cdot h \cdot F_e$$

$$38 \cdot x^2 + 2 \cdot x\,(20 \cdot 122 + 15 \cdot 90{,}79) = 20^2 \cdot 122 + 2 \cdot 15 \cdot 102 \cdot 90{,}79$$

$$38 \cdot x^2 + 7604 \cdot x = 326617 \text{ also}$$

$$x = \frac{-7604 + \sqrt{7604^2 + 4 \cdot 38 \cdot 326617}}{2 \cdot 38} = 36{,}4 \text{ cm}$$

$$J = \frac{1}{3}(160 \cdot 36{,}4^3 - 122 \cdot 16{,}4^3) + 15 \cdot 90{,}79 \cdot 65{,}6^2 = 8253418 \text{ cm}^4$$

somit

$$\sigma_e = 15 \cdot \frac{8021000 \cdot 65{,}6}{8253418} = 956 \text{ kg/qcm}$$

$$\sigma_b = \frac{8021000 \cdot 36{,}4}{8253418} = 35{,}4 \text{ kg/qcm.}$$

2. Berechnung mit Vernachlässigung der Druckspannungen im Steg.

Es ist

$$x = \frac{2 \cdot n \cdot h \cdot F_e + b \cdot d^2}{2(n \cdot F_e + b \cdot d)} = \frac{2 \cdot 15 \cdot 102 \cdot 90{,}79 + 160 \cdot 20^2}{2(15 \cdot 90{,}79 + 160 \cdot 20)} = 37{,}5 \text{ cm}$$

$$y = x - \frac{d}{2} + \frac{d^2}{6(2x - d)} = 37{,}5 - 10 + \frac{400}{6(75 - 20)} = 28{,}7 \text{ cm}$$

somit

$$\sigma_e = \frac{M}{F_e(h - x + y)} = \frac{8021000}{90{,}79(102 - 37{,}5 + 28{,}7)} = 946 \text{ kg/qcm}$$

$$\sigma_b = \frac{\sigma_e \cdot x}{n(h - x)} = \frac{946 \cdot 37{,}5}{15(102 - 37{,}5)} = 36{,}7 \text{ kg/qcm.}$$

3. Berechnung nach den einfachsten Näherungsformeln.

$$\sigma_e = \frac{M}{F_e\left(h - \frac{d}{2}\right)} = \frac{8021000}{90{,}79 \cdot (102 - 10)} = 960 \text{ kg/qcm}$$

$$\sigma_b = \frac{\sigma_e}{n} \cdot \frac{(2n \cdot h \cdot F_e + b \cdot d^2)}{b \cdot d(2h - d)} = \frac{960}{15} \cdot \frac{(2 \cdot 15 \cdot 102 \cdot 90{,}79 + 160 \cdot 400)}{160 \cdot 20(204 - 20)}$$

$$\sigma_b = 37{,}2 \text{ kg/qcm.}$$

Obgleich bei diesem Beispiel, das einer ausgeführten Plattenbalkenbrücke entnommen ist, die neutrale Achse weit unter die Plattenunterkante fällt, und auch b im Vergleich zu b_o klein ist, so ergeben doch die Näherungsmethoden 2 und 3 kaum nennenswerte Verschiedenheiten in den Spannungen σ_e und σ_b. Damit ist ihre praktische Verwendungsfähigkeit erwiesen. Die unter 2 verwendeten Formeln der »Leitsätze« und »Bestimmungen« sind vom Verfasser erstmals in der 1. Auflage dieses Buches 1902 angegeben worden.

Biegung mit Axialkraft.

Schneidet die Resultante der äußeren Kräfte die Querschnittsfläche, so kann ihre Normalkomponente ersetzt werden durch eine Axialkraft N und ein Biegungsmoment M. Wird für die Berechnung der Elasti-

zitätsmodul des Betons konstant angenommen, und zunächst der häufiger vorkommende Fall, daß es sich um eine **Druckkraft** N handelt, berücksichtigt, so sind zwei Fälle zu unterscheiden. Wir beschränken uns hier auf den rechteckigen Querschnitt, da für beliebige Querschnitte das später gezeigte graphische Verfahren den Vorzug verdient.

1. In dem ganzen Querschnitt treten nur Druckspannungen auf. Als Schwerpunkt O des Querschnitts ist in nachstehender Abbildung der Schwerpunkt derjenigen Fläche verstanden, welche entsteht, wenn zum Betonquerschnitt noch die mit $n = \frac{E_e}{E_b}$ multiplizierten Querschnittsflächen der Eiseneinlagen hinzugefügt werden. Bezeichnet man für 1 cm Breite den Eisenquerschnitt mit $f_e = \frac{F_e}{b}$ bezw. $f_e' = \frac{F_e'}{b}$, so berechnet sich der Schwerpunktsabstand u aus der Formel

$$u = \frac{\frac{d^2}{2} + n\,(f_e \,.\, h + f_e' \,.\, h')}{d + n\,(f_e + f_e')}.$$

Die Druckspannungen, welche von der im Schwerpunkt O wirkenden Normalkraft N erzeugt werden, sind über die ganze Betonfläche gleichmäßig verteilt im Betrag von

$$\sigma_o = \frac{N}{b \,.\, d + n\,(F_e + F_e')}.$$

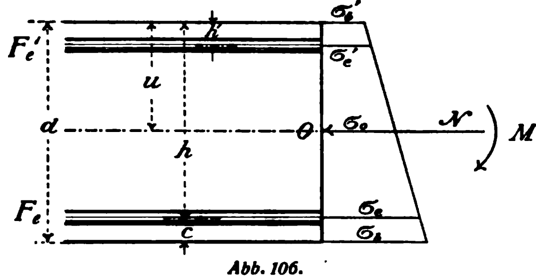


Abb. 106.

Das Biegungsmoment M, bezogen auf den Schwerpunkt des modifizierten Querschnitts, erzeugt auf der einen Seite Druckspannungen, auf der anderen Zugspannungen. In diesem Falle sind aber die Zugspannungen, da sie ja nur eine Verminderung der gleichmäßig verteilten Druckspannungen vorstellen, wie für einen homogenen Querschnitt zu berechnen, bei dem die Querschnittsflächen der Eiseneinlagen durch die $\frac{E_e}{E_b}$-fachen Betonflächen ersetzt sind. Es ist also in der Biegungsformel

$$\sigma = \frac{v \,.\, M}{J}$$

das Trägheitsmoment J zu berechnen nach dem Ausdruck:

$$J = \frac{b}{3} \,.\, u^3 + \frac{b}{3} \,.\, (d - u)^3 + n \,.\, F_e\,(h - u)^2 + n F_e'(u - h')^2.$$

Biegung mit Axialdruck ist die gewöhnliche Beanspruchung der Querschnitte von Gewölben. Hier ist die Armierung meist symmetrisch, so daß der Schwerpunkt des Gesamtquerschnitts in der Ge-

wölbeachse liegt und sich die Berechnung ziemlich einfach gestaltet. Es ist dann die Querschnittsfläche

$$F = b \,.\, d + 2 \,.\, n \,.\, F_e$$

und das Trägheitsmoment

$$J = \frac{b}{12} \,.\, d^3 + 2 \,.\, n \,.\, F_e \left(\frac{d}{2} - c\right)^2.$$

Werden für F und J diese Werte gewählt, so gelten für den armierten Querschnitt auch dieselben Beziehungen betreffs des Kerns, wie für einen homogenen Querschnitt.

2. Die Resultante hat eine solche Exzentrizität, daß Zugspannungen an der gegenüberliegenden Seite des Querschnitts auftreten. Sind diese Zugspannungen unbedeutend, so kann man die Berechnung ganz wie unter 1 führen; erlangen sie aber einen nennenswerten Betrag, so müßte ein besonderer Zugelastizitätsmodul in die Rechnung eingeführt werden. Um jedoch die wünschenswerte Sicherheit einzuhalten, verzichten wir auch hier, wie bei der reinen Biegung, auf die Zugfestigkeit des Betons.

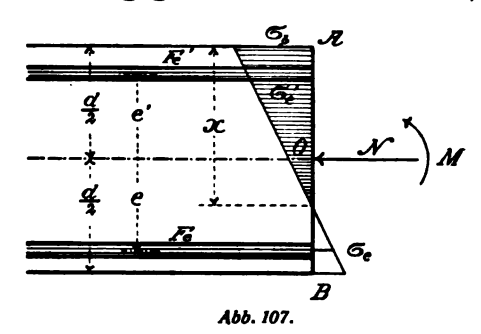


Abb. 107.

In Abbildung 107 bedeute O den Schwerpunkt der Betonfläche, auf den das Moment M bezogen ist, der Abstand der neutralen Achse vom gedrückten Querschnittsrande sei $= x$, alsdann ist

$$N = \frac{\sigma_b}{2} \,.\, b \,.\, x + F_e' \,.\, \sigma_e' - F_e \,.\, \sigma_e \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

$$M = \frac{\sigma_b \,.\, b \,.\, x}{2} \left(\frac{d}{2} - \frac{x}{3}\right) + F_e' \,.\, \sigma_e' \,.\, e' + F_e \,.\, \sigma_e \,.\, e, \quad \ldots \quad 2)$$

ferner ist infolge Ebenbleibens des Querschnitts

$$\sigma_e = \frac{E_e}{E_b} \,.\, \sigma_b \,.\, \frac{e + \frac{d}{2} - x}{x} = n \,.\, \sigma_b \,.\, \frac{e + \frac{d}{2} - x}{x} \quad \ldots \quad 3)$$

$$\sigma_e' = \frac{E_e}{E_b} \,.\, \sigma_b \,.\, \frac{e' - \frac{d}{2} + x}{x} = n \,.\, \sigma_b \,.\, \frac{e' - \frac{d}{2} + x}{x} \quad \ldots \quad 4)$$

Diese 4 Gleichungen reichen hin zur Ermittlung der 4 Unbekannten x, σ_b, σ_e, σ_e', und zwar erhält man, wenn man bei gegebenen Abmessungen und äußeren Kraftwirkungen die Spannungen berechnen will, zur Bestimmung von x die folgende, am besten durch Versuchsrechnung zu lösende Gleichung dritten Grades:

$$x^3 \cdot \frac{N}{6} - x^2 \left(\frac{N \cdot d}{4} - \frac{M}{2}\right) + \frac{x \cdot n}{b} \left[M (F_e' + F_e) - N (F_e' \cdot e' - F_e \cdot e)\right]$$
$$+ \frac{M \cdot n}{b} \left[F_e' \left(e' - \frac{d}{2}\right) - F_e \left(e + \frac{d}{2}\right)\right]$$
$$- \frac{N \cdot n}{b} \left[F_e' \cdot e' \left(e' - \frac{d}{2}\right) + F_e \cdot e \left(e + \frac{d}{2}\right)\right] = 0.$$

Es ist dann

$$\sigma_b = \frac{N \cdot x}{\frac{b \cdot x^2}{2} + n \cdot F_e' \left(e' - \frac{d}{2} + x\right) - n \cdot F_e \left(e + \frac{d}{2} - x\right)}.$$

Gewöhnlich ist bei Gewölben und Pfeilern die Armierung eine symmetrische und man erhält aus den Gleichungen 1) bis 4) mit $F_e' = F_e$ und $e' = e$ folgende Beziehungen:

$$N = \sigma_b \cdot \frac{b \cdot x}{2} + F_e (\sigma_e' - \sigma_e) \quad \ldots \ldots \ldots \quad 5)$$

$$M = \sigma_b \cdot \frac{b \cdot x}{2} \left(\frac{d}{2} - \frac{x}{3}\right) + e \cdot F_e \cdot (\sigma_e' + \sigma_e) \quad \ldots \ldots \quad 6)$$

$$\sigma_e = n \cdot \sigma_b \cdot \frac{e + \frac{d}{2} - x}{x} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 7)$$

$$\sigma_e' = n \cdot \sigma_b \cdot \frac{e - \frac{d}{2} + x}{x} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 8)$$

und die zur Ermittlung von x dienende Gleichung 3. Grades nimmt dann die Form an:

$$x^3 \cdot \frac{N}{6} - x^2 \left(N \cdot \frac{d}{4} - \frac{M}{2}\right) + x \cdot 2 \cdot M \cdot n \cdot \frac{F_e}{b} - n \frac{F_e}{b} (M \cdot d$$
$$+ 2 \cdot N \cdot e^2) = 0$$

oder

$$x^3 - x^2 \cdot 3 \cdot \left(\frac{d}{2} - \frac{M}{N}\right) + x \cdot 12 \cdot \frac{M}{N} \cdot n \cdot \frac{F_e}{b} - 6 \cdot \frac{n \cdot F_e}{b} \cdot$$
$$\left(\frac{M}{N} \cdot d + 2 e^2\right) = 0. \quad \ldots \ldots \ldots \quad 9)$$

Diese Gleichung kann nach irgend einem Näherungsverfahren aufgelöst werden oder direkt. Setzt man bekanntlich in der allgemeinen kubischen Gleichung $x^3 + a x^2 + b x + c = 0$

$$x = z - \tfrac{1}{3} a,$$

so entsteht die reduzierte kubische Gleichung von der Form

$$z^3 + p \cdot z + q = 0,$$

woraus sich z nach der *Cardani*schen Formel zu

$$z=\sqrt[3]{-\frac{1}{2}q+\sqrt{\left(\frac{1}{2}q\right)^2+\left(\frac{1}{3}p\right)^3}}$$
$$+\sqrt[3]{-\frac{1}{2}q-\sqrt{\left(\frac{1}{2}q\right)^2+\left(\frac{1}{3}p\right)^3}}$$

berechnet.

Mit den Bezeichnungen der Gleichung 9) wird die reduzierte kubische Gleichung:

$$z^3-3z\left\{\frac{M^2}{N^2}+d\left(\frac{d}{4}-\frac{M}{N}\right)-\frac{4.n.F_e}{b}\cdot\frac{M}{N}\right\}-\frac{1}{2}d^2\left(\frac{d}{2}-\frac{3M}{N}\right)$$
$$-\frac{3M^2}{N^2}\left(d-\frac{2}{3}\cdot\frac{M}{N}+\frac{4.n.F_e}{b}\right)-\frac{12.n.F_e.e^2}{b}=0;$$

nach Auflösung folgt

$$x=z+\frac{d}{2}-\frac{M}{N}.$$

z bedeutet den Abstand der neutralen Achse vom Angriffspunkt der resultierenden Normalkraft.

Durch Einsetzen des gefundenen Wertes von x in die Gleichungen 8), 7), 6), 5) ergeben sich die gesuchten Spannungen σ_b, σ_e und σ_e' nach folgenden Formeln

$$\sigma_b=\frac{N}{\frac{b.x}{2}+\frac{n.F_e}{x}(2x-d)} \quad \ldots\ldots \quad 10)$$

$$\sigma_e=n.\sigma_b.\frac{e+\frac{d}{2}-x}{x}$$

$$\sigma_e'=n.\sigma_b.\frac{e-\frac{d}{2}+x}{x}$$

Das Verfahren ist ziemlich umständlich und wird auch dann nicht einfacher, wenn man die auf der Druckseite gelegene Eiseneinlage unberücksichtigt läßt, also $F_e'=0$ setzt.

In praktischen Fällen, insbesondere, wenn die Eisenmenge erst bestimmt werden soll, kann man daher wie folgt verfahren.

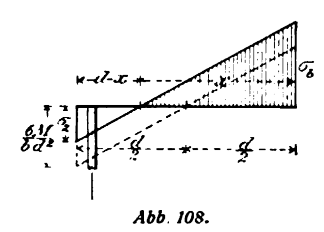


Abb. 108.

Man berechnet die Randspannungen wie für einen homogenen Querschnitt ohne Eiseneinlagen, also wie beim Rechteck

$$\sigma_b=\frac{N}{b.d}+\frac{M.6}{b.d^2}$$
$$\sigma_z=\frac{N}{b.d}-\frac{M.6}{b.d^2}$$

und weist die Summe aller im Querschnitt vorhandenen Zugspannungen der Eiseneinlage zu. Die Zugkraft wird also

$$Z = \frac{b}{2} \cdot \sigma_z \cdot (d - x),$$

es verhält sich nun nach Abb. 108

$$d - x : \frac{d}{2} = \sigma_z : \frac{6\,M}{b \cdot d^2},$$

woraus

$$d - x = \frac{\sigma_z \cdot d^3 \cdot b}{12\,M}$$

und damit

$$Z = \frac{b^2 \cdot d^3 \cdot \sigma_z^2}{24\,M}$$

folgt. Ferner ist dann genähert

$$\sigma_e = \frac{Z}{F_e}.$$

Wenn die Randspannungen aus den Kernmomenten gerechnet sind, kann man Z als Inhalt der aufgezeichneten Zugspannungsfläche ermitteln.

Beispiel. Es sei ein rechteckiger Querschnitt von $b = 1$ cm und $d = 90$ cm gegeben, für welchen

$$M = 30\,000 \text{ cmkg}, \qquad N = 660 \text{ kg}, \qquad F_e = 0{,}37 \text{ qcm} = F_e',$$
$$e' = e = 40 \text{ cm}, \qquad n = 15$$

betrage.

Wir erhalten nach 9) die Gleichung

$$x^3 - x^2 \cdot 3 \cdot \left(\frac{90}{2} - \frac{30\,000}{660}\right) + x \cdot 12 \cdot \frac{30\,000}{660} \cdot 15 \cdot \frac{0{,}37}{1}$$
$$- 6 \cdot \frac{15 \cdot 0{,}37}{1} \cdot \left(\frac{30\,000}{660} \cdot 90 + 2 \cdot 40^2\right) = 0,$$

oder

$$x^3 + 1{,}364\,x^2 + 3027{,}3\,x - 242\,773{,}65 = 0,$$

deren Wurzel auf dem oben angedeuteten Weg zu

$$x = 46{,}3 \text{ cm}$$

gefunden wird.

Nach Gleichung 10) ergibt sich dann

$$\sigma_b = \frac{660}{\frac{46{,}3}{2} + \frac{0{,}37 \cdot 15}{46{,}3}\,(2 \cdot 46{,}3 - 90)} = 28{,}2 \text{ kg/qcm}$$

und

$$\sigma_e = 15 \cdot 28{,}2 \cdot \frac{40 + 45 - 46{,}3}{46{,}3} = 354 \text{ kg/qcm}$$

$$\sigma_e' = 15 \cdot 28{,}2 \cdot \frac{40 - 45 + 46{,}3}{46{,}3} = 378 \text{ kg/qcm}.$$

Die Näherungsmethode hätte ergeben

$$\sigma_b = \frac{660}{1 \,.\, 90} + \frac{30\,000 \,.\, 6}{1 \,.\, 90 \,.\, 90} = 29{,}6 \text{ kg/qcm},$$

$$\sigma_z = -\,14{,}9 \text{ kg/qcm}$$

und

$$Z = \frac{b^2 \,.\, d^3 \,.\, \sigma_z^2}{24\,M} = \frac{1 \,.\, 90^3 \,.\, 14{,}9^2}{24 \,.\, 30\,000} = 224 \text{ kg},$$

so daß

$$\sigma_e = \frac{224}{0{,}37} = \text{rund } 600 \text{ kg/qcm}$$

erhalten würde.

Die annäherungsweise Rechnung gibt also ein nahezu übereinstimmendes Resultat für die Druckbeanspruchung σ_b und ein zu ungünstiges für die Eisenbeanspruchung σ_e.

Für die Bogenträger werden nach den gebräuchlichen Rechnungsverfahren die Kernmomente ermittelt und man hat dann aus den beiden Kernmomenten die Axialkraft N und das Biegungsmoment M in Bezug auf den Schwerpunkt des Querschnitts zu berechnen. Es ist nämlich

$$\sigma_o = +\frac{M_{ku}}{W} = \frac{N}{F} + \frac{M}{W}$$

$$\sigma_u = -\frac{M_{ko}}{W} = \frac{N}{F} - \frac{M}{W}$$

woraus

$$N = \frac{\sigma_o + \sigma_u}{2} \,.\, F = \frac{M_{ku} - M_{ko}}{2\,W} \,.\, F$$

$$M = \frac{\sigma_o - \sigma_u}{2} \,.\, W = \frac{M_{ko} + M_{ku}}{2}$$

durch Addition und Subtraktion beider Gleichungen erhalten wird, so daß man jetzt die Spannungen σ_b und σ_e genau berechnen kann.

Wir geben in Abbildung 109 ein Diagramm, welches das Auflösen der kubischen Gleichung entbehrlich macht. Man sieht aus Gleichung 9), daß bei gegebenen Abmessungen x nur abhängig ist von dem Verhältnis $\frac{M}{N}$, welches die Exzentrizität der Normalkraft vorstellt, es läßt sich daher $\frac{M}{N}$ aus 9) in Funktion von x ausdrücken und zwar wird

$$\frac{M}{N} = \frac{-x^3 + \frac{3}{2}\,d \,.\, x^2 + 12 \,.\, \frac{n \,.\, F_e \,.\, e^2}{b}}{3\,x^2 + \frac{12 \,.\, x \,.\, n \,.\, F_e}{b} - \frac{6 \,.\, d \,.\, n \,.\, F_e}{b}}.$$

Drückt man den Eisenquerschnitt $F_e = F_e'$ in Teilen des Betonquerschnitts aus, setzt man also

$$F_e = F_e' = \mu \,.\, b \,.\, d$$

und ferner

$$e = 0{,}42\,d,$$

dann wird mit $n = 15$

$$\frac{M}{N \cdot d} = \frac{-x^3 + \frac{3}{2} \cdot d \cdot x^2 + 31{,}75 \cdot \mu \cdot d^3}{3x^2 \cdot d + 180 \cdot x \cdot \mu \cdot d^2 - 90 \cdot \mu \cdot d^3} \quad . \quad . \quad 11)$$

Bei bestimmten Armierungsprozenten lassen sich aus dieser Gleichung für fortschreitende Werte von x, die in d ausgedrückt werden, also für $x = 0{,}1\, d$, $0{,}2\, d$ etc., die Verhältnisse $\frac{M}{N \cdot d}$ berechnen. Trägt man in einem Koordinatensystem als Abszissen die Werte $x = 0{,}1\, d$, $0{,}2\, d$ etc. und als Ordinaten die für ein bestimmtes Armierungsprozent berechneten Werte $\frac{M}{N \cdot d}$ auf, so erhält man eine Kurve, mit deren Hilfe man bei gegebenen äußeren Kraftwirkungen M und N, sowie bei gegebenen Abmessungen d und $F_e = \mu \cdot b \cdot d$ den Abstand x der neutralen Achse vom gedrückten Rand sofort, in Teilen von d ausgedrückt, findet. Für die verschiedenen Armierungsverhältnisse von $\mu = 0{,}001$ bis $0{,}05$, oder $0{,}1\,\%$ bis $5{,}0\,\%$, erhält man die in Abbildung 109 gezeichnete Schar von Kurven, welche ein Interpolieren für zwischenliegende Werte von μ leicht gestatten. Der Gebrauch der graphischen Tabelle erleichtert also wesentlich die Berechnung. Ist x gefunden, so berechnet man die Spannungen aus

$$\sigma_b = \frac{N}{\frac{b \cdot x}{2} + \frac{F_e \cdot n}{x}\,(2x - d)} = \frac{2N \cdot x}{b \cdot x^2 + 2\mu \cdot b \cdot d \cdot n\,(2x - d)}$$

$$\sigma_e = n \cdot \sigma_b \cdot \frac{e + \frac{d}{2} - x}{x} = 15\,\sigma_b \cdot \frac{0{,}92\,d - x}{x}$$

$$\sigma_e' = n \cdot \sigma_b \cdot \frac{e - \frac{d}{2} + x}{x} = 15\,\sigma_b \cdot \frac{x - 0{,}08\,d}{x},$$

wobei $e = 0{,}42\,d$ angenommen ist.

Aus dem Verlaufe der Kurven folgt, daß für gewisse kleine Werte von $\frac{M}{N \cdot d}$ kein Schnittpunkt mehr mit den Kurven erhalten wird, mit anderen Worten: die Exzentrizität der Druckkraft N ist dann so gering, daß die neutrale Achse außerhalb des Querschnitts fällt, und keine Zugspannungen mehr auftreten. Der Grenzwert $\frac{M}{N}$ entspricht dem Abstand des Kernpunkts von der Mitte des Querschnitts, man sieht sofort, daß er, je geringer die Armierung ist, sich umso mehr dem Wert $\frac{1}{6}\,d = 0{,}167\,d$ nähert und ihn für stärkere Armierungen nur wenig überschreitet. Die Kurven haben vertikale Asymptoten, welche

den Lagen der neutralen Achse bei reiner Biegung entsprechen, eine gemeinschaftliche Asymptote für alle Kurven ist die mit $\mu = 0$ sich ergebende Gerade.

Die Aufstellung von Dimensionierungsformeln hat wenig Zweck, da Biegung mit Axialdruck in den meisten Fällen bei statisch unbestimmten Konstruktionen, wie Bögen, Rahmen etc. auftritt, deren Querschnitte schon für die Berechnung der äußeren Kraftwirkungen M und N angenommen werden müssen, so daß es sich nachher nur noch um eine Prüfung der gewählten Querschnittsgrößen handeln kann. Gewöhnlich muß man solche statisch unbestimmten Konstruktionen für die äußeren Kraftwirkungen ohne Rücksicht auf die Eiseneinlagen berechnen und kann dann die nötigen Eisenmengen nach dem angegebenen Näherungsverfahren ermitteln. Die genaue Berechnung der Beanspruchungen kann erst dann erfolgen.

Bei Biegung mit Axialdruck können die zulässigen Beanspruchungen des Betons und des Eisens nur von einer bestimmten Exzentrizität der Normalkraft an gleichzeitig ausgenutzt werden. Eine Beziehung zwischen dem die Exzentrizität der Normalkraft ausdrückenden Wert $\frac{M}{N\,.\,d}$ und dem betreffenden Armierungsprozent μ findet man auf folgende Weise:

Für die Materialbeanspruchungen $\sigma_b = 40$, $\sigma_e = 1000$ kg/qcm folgt aus Gleichung 7)

$$x = \frac{3}{8}\left(e + \frac{d}{2}\right)$$

und es ergibt sich dann mit

$$F_e = F_e' = \mu\,.\,b\,.\,d$$
$$e = 0{,}42\,d \text{ und } n = 15$$

aus Gleichung 5) und 6)

$$N = 40\,b\,.\,d\,(0{,}1725 - 13{,}478\,\mu)$$
$$M = 40\,b\,.\,d^2\,(0{,}06641 + 15{,}34\,\mu), \text{ somit}$$
$$\frac{M}{N\,.\,d} = \frac{0{,}06641 + 15{,}34\,\mu}{0{,}1725 - 13{,}478\,\mu}.$$

Trägt man die Größen $\frac{M}{N\,.\,d}$ als Ordinaten, die ihnen nach dieser Gleichung entsprechenden μ als Abszissen auf, so ergibt sich die in Abb. 110 ersichtliche Kurve. Für $\frac{M}{N\,.\,d} = 0{,}385 = 0{,}5 - \frac{0{,}92}{8}$ wäre $\mu = 0$, also eine Armierung entbehrlich, ebenso natürlich für alle Werte von $\frac{M}{N\,.\,d} < 0{,}385$. Mit Rücksicht auf die Sicherheit wird man aber doch eine Armierung anordnen, denn der Angriffspunkt der Normalkraft fällt für den Grenzfall in einen Abstand von nur 0,115 d vom Rand. Auch bei denjenigen Exzentrizitäten, wo nur ganz geringe Ar-

mierungsprozente notwendig würden, ist es ratsam, auf die vollständige Ausnutzung der Eisen zu verzichten und mehr Eisen einzulegen, weil die nötige Armierungsziffer schnell steigt, wenn aus irgend welchen nicht vorhergesehenen Ursachen die Exzentrizität der Normalkraft zunimmt.

Bei $\mu = 1{,}28\,\%$ ist eine vertikale Asymptote der Kurve, d. h. es ist dort $\frac{M}{N \cdot d} = \infty$ oder es ist nur reine Biegung vorhanden. In der Tat entspricht mit $e = 0{,}42\,d$ diese Eiseneinlage dem auf Biegung voll ausgenützten rechteckigen Querschnitt mit symmetrischer Doppelarmierung.

Es sei noch bemerkt, daß aus den Formeln für Biegung mit Axialdruck diejenigen für Biegung allein abgeleitet werden können, wenn man $N = o$ einführt.

In der Anwendung des Eisenbetons kommt (bei den Silozellen) auch der Fall vor, daß neben dem Biegungsmoment M noch eine axiale Zugkraft N wirkt. Wir behandeln daher noch den Fall der

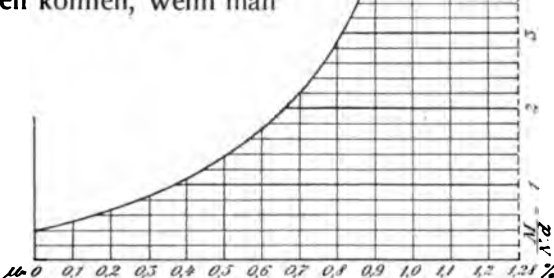


Abb. 110. Graphische Darstellung der Bezeichnung zwischen Exzentrizität der Normalkraft und Armierungsprozent bei Ausnützung der zulässigen Spannungen.

Biegung mit Axialzug. — Mit Rücksicht auf nachstehende Abbildung 111 ist für den rechteckigen Querschnitt von der Breite b

$$N = F_e \cdot \sigma_e - \frac{b \cdot \sigma_b}{2} \cdot x - F_e' \cdot \sigma_e'$$

$$M = \frac{\sigma_b \cdot b \cdot x}{2}\left(\frac{d}{2} - \frac{x}{3}\right) + F_e' \cdot \sigma_e' \cdot e' + F_e \cdot \sigma_e \cdot e,$$

ferner ist wieder

$$\sigma_e = n \cdot \sigma_b \cdot \frac{e + \frac{d}{2} - x}{x}$$

$$\sigma_e' = n \cdot \sigma_b \cdot \frac{e' - \frac{d}{2} + x}{x}.$$

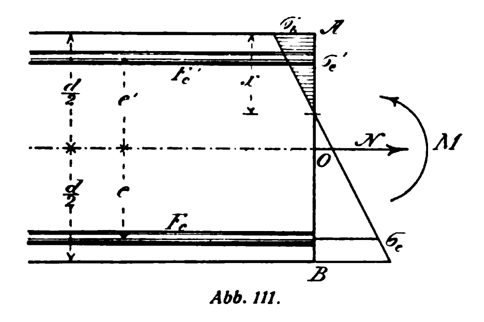


Abb. 111.

Diese vier Gleichungen stimmen mit den für Biegung mit Axialdruck aufgestellten Gleichungen 1) bis 4) überein, sofern man dort N negativ einsetzt. Somit erhalten wir auch unter der Voraussetzung symmetrischer Ar-

mierung, also für $F_e' = F_e = \mu \,.\, b \,.\, d$ und $e' = e$ die Formel zur Berechnung von x aus Gleichung 9), wenn wir dort N negativ einsetzen, also

$$x^3 - x^2 \,.\, 3\left(\frac{d}{2} + \frac{M}{N}\right) - x \,.\, 12 \,.\, \frac{M}{N} \,.\, n \,.\, \frac{F_e}{b} + 6 \,.\, n \,.\, \frac{F_e}{b}\left(\frac{M}{N} \,.\, d - 2 \,.\, e^2\right) = o.$$

Wir erhalten ferner zur Berechnung der Kurvenschar, die das Auflösen der kubischen Gleichung erspart, die Beziehung

$$-\frac{M}{N \,.\, d} = \frac{-x^3 + \frac{3}{2} \,.\, d \,.\, x^2 + 31{,}75 \,.\, \mu \,.\, d^3}{3 \,.\, x^2 \,.\, d + 180 \,.\, x \,.\, \mu \,.\, d^2 - 90 \,.\, \mu \,.\, d^3}$$

entsprechend Gleichung 11) und mit den dort eingeführten Bezeichnungen. Die zugehörigen, in Abbildung 109 dargestellten Kurven sind also die auf der negativen Ordinatenseite liegenden Zweige, die mit den entsprechenden auf der positiven Seite jeweils ein und derselben Kurve dritten Grades angehören. Sie haben die vertikale Asymptote mit den positiven Zweigen gemeinschaftlich und gehen für die verschiedenen Werte von μ bei $x = o$ alle durch den Punkt mit der Ordinate

$$\frac{M}{N \,.\, d} = \frac{31{,}75}{90},$$

denn die Wirkung des Betons ist mit $x = o$ ganz ausgeschaltet; außerdem haben alle Kurven in diesem Punkt eine gemeinschaftliche Tangente, deren Neigung durch

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{31{,}75}{45 \,.\, d}$$

bestimmt ist.

Ist x ermittelt, dann folgen die Spannungen aus nachfolgenden Formeln

$$\sigma_b = \frac{2 N \,.\, x}{2 \mu \,.\, b \,.\, d \,.\, n\,(d - 2x) - b \,.\, x^2}$$

$$\sigma_e = 15\,\sigma_b \,.\, \frac{0{,}92\,d - x}{x}$$

$$\sigma_e' = 15\,\sigma_b \,.\, \frac{x - 0{,}08\,d}{x}.$$

Auch bei Biegung mit Axialzug kann man genähert nach den Formeln

$$Z = \frac{b^2 \,.\, d^3 \,.\, \sigma_z{}^2}{24\,M}$$

und

$$\sigma_e = \frac{Z}{F_e}$$

rechnen, die oben bei Biegung mit Axialdruck abgeleitet wurden.

Für Werte von $\frac{M}{N \,.\, d}$, die kleiner sind als $\frac{31{,}75}{90} = 0{,}3528$, fällt die Nulllinie außerhalb des Querschnitts und man hat dann die Zugkraft N einfach nach dem Hebelgesetz auf die beiden Eiseneinlagen zu verteilen, sofern man an der Voraussetzung, daß der Beton keine Zugspannungen aufnehme, festhält.

Die nachstehende Tabelle gewährt einen Vergleich zwischen den Ergebnissen nach der genauen und der genäherten Methode.

b	d	M	N	$\frac{M}{N.d}$	e	$F_e = F_e'$	μ	x	genau σ_b	genau σ_e	genähert σ_b	genähert σ_e
						Biegung mit Axialdruck						
cm	cm	cmkg	kg		cm	qcm		cm	kg/qcm	kg/qcm	kg/qcm	kg/qcm
1,0	50	7500	500	0,30	21,0	0,15	0,003	35,8	25,9	110	28,0	296
1,0	50	12500	500	0,50	21,0	0,15	0,003	23,3	44,2	648	40,0	1110
1,0	50	15000	300	1,0	21,0	0,30	0,006	19,8	39,5	782	42,0	1041
						Biegung mit Axialzug						
1,0	16,5	1520	45,6	2,02	6,92	0,165	0,010	4,45	22,8	826	30,7	982
1,0	12,0	713	25,6	2,32	5,00	0,103	0,0086	3,20	23,1	850	27,6	997
1,0	27,0	4000	106,4	1,40	11,35	0,290	0,0107	6,75	20,1	820	29,0	923

Die drei letzten Fälle entsprechen praktischen Beispielen von ausgeführten Silozellen.

Die Rechnungsergebnisse lassen sich leicht auf ihre Richtigkeit prüfen, indem man in 5) und 6) die Zahlenwerte einsetzt und nachsieht, ob dann die Gleichungen befriedigt sind.

Graphische Methode der Berechnung.

Die bisherigen Ableitungen bezogen sich alle auf rechteckige oder T-förmige Querschnitte, es ist aber nicht ausgeschlossen, daß auch andere Querschnittsformen vorkommen können, wie z. B. kreisförmige, ringförmige etc. Für diese Fälle würden die abzuleitenden Formeln mindestens sehr umständlich, wir empfehlen daher die folgenden graphischen Verfahren, die in einfacher Weise bei jeder beliebigen Form des Querschnitts und der Eiseneinlagen zum Ziele führen. Die zwei zunächst folgenden Methoden schließen sich an eine in der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure 1887 von Prof. *Autenrieth*-Stuttgart erschienene Abhandlung an*).

---

*) »Berechnung der Anker, welche zur Befestigung von Platten an ebenen Flächen dienen.« Die Abhandlung befaßt sich zwar nicht direkt mit dem armierten Beton, jedoch sind die Voraussetzungen mit den unserigen identisch, so daß die Methode ohne Änderung auf den Eisenbeton übertragen werden kann.

a) Einfache Biegung.

Wirkt auf einen armierten Betonquerschnitt keine Normalkraft, sondern nur ein Biegungsmoment M, so folgt mit der Voraussetzung, daß der Beton keine Zugspannungen aufnimmt und daß die Eisenquerschnitte nach der Deformation sich mit den gedrückten Teilen des Betonquerschnitts in einer Ebene befinden, ferner aus der Gleichheit der Zug- und Druckkräfte die Bedingung, daß die neutrale Achse, welche zugleich die Druckzone des Betons begrenzt, die Schwerlinie der Fläche ist, welche aus dem gedrückten Teil des Betonquerschnitts und den n-fachen Eisenquerschnitten auf der gezogenen Seite besteht (vergl. auch Seite 88).

Wir nennen diese Fläche den modifizierten Querschnitt. Es folgt dann ferner, daß für die modifizierte Querschnittsfläche die Spannungen nach der *Navier*schen Biegungsformel

$$\sigma = \frac{v \cdot M}{J}$$

berechnet werden dürfen, denn die Ableitung bleibt genau dieselbe wie beim homogenen Querschnitt, sofern man die Querschnitte der Eisen durch die n-fachen Betonflächen ersetzt. Die Beanspruchungen der Eisen sind dann

$$\sigma_e = n \cdot \sigma = n \cdot \frac{v \cdot M}{J}.$$

J ist das Trägheitsmoment der gedachten Fläche, bezogen auf die durch den Schwerpunkt gehende Neutralachse.

Für einen symmetrischen, sonst beliebigen Querschnitt, dessen Symmetrieachse mit der Kraftebene zusammenfalle, zeichnen wir zu

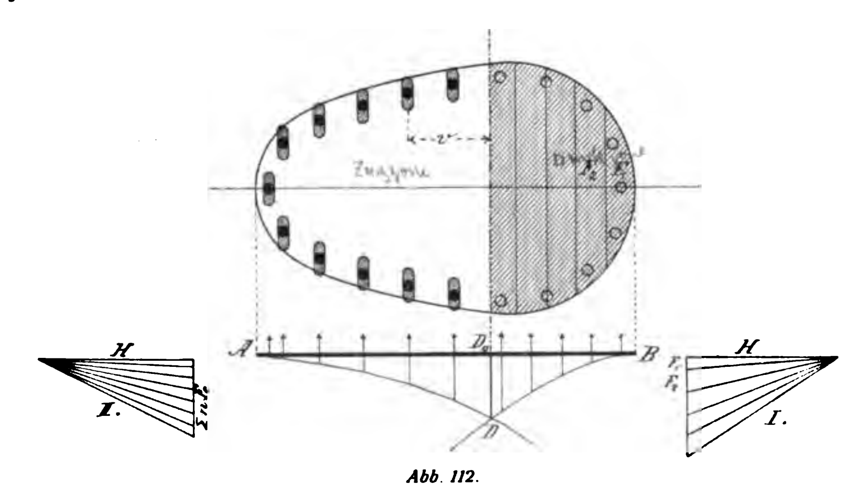


Abb. 112.

den beiden Kräftepolygonen I und II mit der gleichen Polentfernung H gehörig von B und A ausgehend je ein Seilpolygon. Als Lasten sind dabei für das Seilpolygon BD in der Druckzone die Flächen-

streifen senkrecht zur Symmetrieachse, und für das Seilpolygon AD in der Zugzone die n-fachen Querschnittsflächen der Eisen angenommen. Wenn man auch die etwa in der Druckzone vorhandenen Eisen berücksichtigen will, so sind beim Seilpolygon BD noch die entsprechenden n-fachen Eisenquerschnitte außer den Flächenstreifen als wirksam anzunehmen. Nun ist bekannt, daß das Moment paralleler Kräfte hinsichtlich einer parallelen Geraden gleich ist dem von den beiden letzten Seiten eines Seilpolygons begrenzten Stück der Geraden multipliziert mit dem Horizontalzug H des Seilpolygons. Also mit Rücksicht auf Abbildung 113 ist

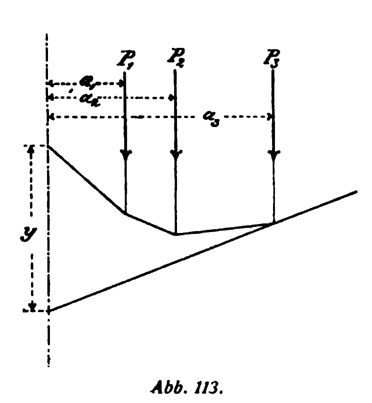


Abb. 113.

$$M = P_1 \,.\, a_1 + P_2 \,.\, a_2 + P_3 \,.\, a_3 = y \,.\, H$$

und mit Anwendung auf Abbildung 112 erhalten wir für die durch den Schnittpunkt der beiden Seilpolygone gehende Gerade $D_0 D$ die Momente der Flächen links und rechts davon gleich groß oder mit anderen Worten: die Schwerlinie oder Neutralachse geht durch den Schnittpunkt D beider Seilpolygone.

Zur Ermittlung der Spannungen nach der Formel

$$\sigma = \frac{v \,.\, M}{J}$$

benötigen wir also noch J, das auf die Schwerlinie bezogene Trägheitsmoment des modifizierten Querschnitts, das bei unregelmäßiger Form graphisch zu bestimmen ist. Nach der von *Mohr* angegebenen Methode*) ist das Trägheitsmoment in unserem Fall

$$J = 2 \,.\, H \,.\, \text{Fläche } ADB,$$

somit sind alle Größen, welche zur Berechnung der Spannungen notwendig sind, bekannt.

Auf den rechteckigen Querschnitt angewendet, erhält man für das von A ausgehende Seilpolygon eine Gerade und für das von B ausgehende eine Parabel, die rechnerische Ermittlung des Schnittpunkts beider führt wieder zu der früher angegebenen Gleichung zweiten Grades. Ferner wird mit $H = 1$ und $b = 1$ Strecke

$$D_0 D = \frac{x^2}{2}$$

und

$$J = 2 \,.\, \frac{(h - x)}{2} \,.\, \frac{x^2}{2} + 2 \,.\, \frac{1}{3} \, \frac{x^3}{2} = \frac{x^2}{2} \left(h - \frac{x}{3}\right),$$

*) In Abbildung 113 ist das Trägheitsmoment der Kräfte gleich dem Inhalt der vom Seilpolygon, der Trägheitsachse und der ersten Seilpolygonseite eingeschlossenen Fläche, multipliziert mit $2H$.

somit
$$\sigma_b = \frac{x \cdot M}{J} = \frac{2M}{x\left(h - \frac{x}{3}\right)},$$
also derselbe Wert, der mit $b = 1$ aus den früher angegebenen Formeln erhalten wird.

b) Biegung mit Axialdruck.

Erstes Verfahren. Der Angriffspunkt der Normalkraft N liege in C auf der Symmetrieachse (Abbildung 114). In gleicher Weise wie vorhin seien wieder die beiden Seilpolygone AD und BDG gezeichnet,

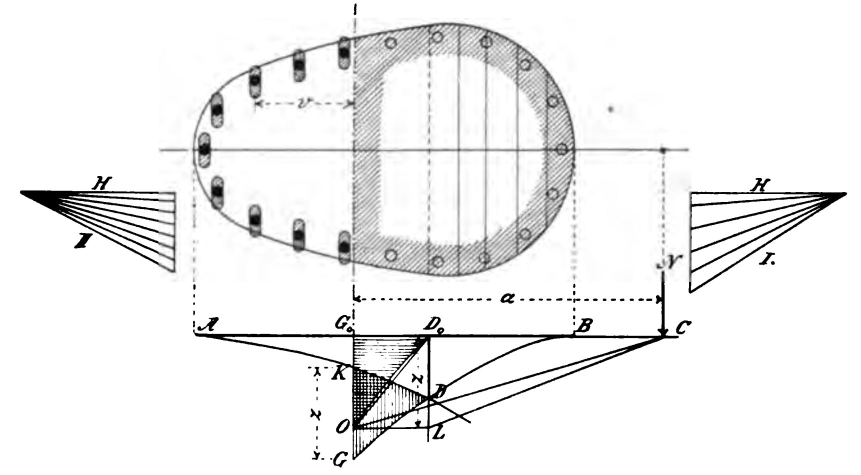


Abb. 114 (nach Professor *Autenrieth*).

wobei in letzterem auch noch Eisen, die in der Druckzone liegen, Berücksichtigung finden können. Gegenüber dem Fall der reinen Biegung rücke die neutrale Achse von D_0 nach G_0. Bezeichnen wir den Abstand der Flächenelemente des modifizierten Querschnitts von der Neutralachse durch G_0 mit v, so erhalten wir folgende Gleichgewichtsbedingungen:

$$N = \Sigma \sigma \cdot dF = \frac{\sigma}{v} \cdot \Sigma dF \cdot v$$

(Vertikalkomponentengleichung)

$$N \cdot a = \Sigma dF \cdot \sigma \cdot v = \frac{\sigma}{v} \cdot \Sigma dF \cdot v^2$$

(Momentengleichung hinsichtlich der Neutralachse),

ferner durch Kombination beider Gleichungen

$$a \frac{\sigma}{v} \Sigma dF \cdot v = \frac{\sigma}{v} \cdot \Sigma dF \cdot v^2,$$

woraus

$$a = \frac{J'}{M'}.$$

Hierin bedeutet also J' das Trägheitsmoment des modifizierten Querschnitts und M' sein statisches Moment in Bezug auf die gesuchte Neutralachse. Beide Größen können graphisch dargestellt werden, indem man wieder die vorhin gezeichneten Seilkurven benützt. Es ist:

$$J' = 2 \,.\, H \,.\, \text{Fläche } ABDGK,$$

oder

$$J' = 2 \,.\, H \,.\, f,$$

wenn man mit f die Fläche $ABDGK$ bezeichnet. Ferner ist

$$M' = H \,.\, KG = H \,.\, z,$$

somit

$$a = \frac{2f}{z}$$

oder

$$\frac{a \,.\, z}{2} = f.$$

Diese Gleichung gibt ein Mittel an die Hand, die Neutralachse zu konstruieren. Trägt man nämlich die Ordinatendifferenzen z der Kurven AD und BG jeweils von der Geraden AB aus ab, so bekommt man die von D_0 ausgehende Kurve D_0O und die beiden schraffierten Flächen sind einander gleich. Macht man nun D_0L so groß, daß Dreieck D_0LC = Fläche ABD = Dreieck D_0OC ist, so folgt, daß $\frac{a \,.\, z}{2}$, d. h. der Inhalt des Dreiecks G_0CO nahezu gleich dem Flächeninhalt f ist. Es ist noch zu groß um das von dem Bogen und der Sehne D_0O eingeschlossene Flächenstück. Die Lage G_0 der neutralen Achse erfordert also noch eine kleine Korrektion: Wir schneiden (Abbildung 115) vom Dreieck G_0OC von C aus einen solchen Streifen COO' ab, daß dessen Inhalt gleich dem von Kurve und Sehne OD_0 begrenzten Flächenstück ist, alsdann geht durch O' die gesuchte Neutralachse, denn die Fläche f hat jetzt ebenfalls um den Flächenstreifen $G_0G_0'O'O$ abgenommen, so daß die Bedingung $\frac{G_0'C \,.\, G_0'O'}{2}$ gleich der neuen Fläche f erfüllt ist.

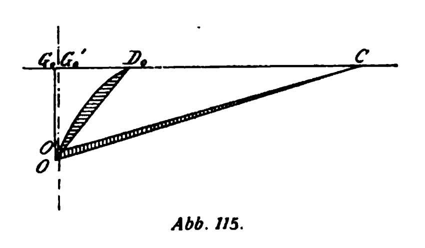


Abb. 115.

Nachdem auf diese Weise die Lage der Neutralachse bestimmt worden, ergibt sich schließlich die Normalspannung σ an beliebiger Stelle des Querschnitts

$$\sigma = \frac{v \,.\, N}{\Sigma dF \,.\, v} = \frac{v \,.\, N}{M'} = \frac{v \,.\, N}{H \,.\, z}$$

oder auch
$$\sigma = \frac{v \,.\, N \,.\, a}{J'} = \frac{v \,.\, N \,.\, a}{2 H \,.\, f}.$$

Für die Zugspannungen der Eiseneinlagen wird
$$\sigma_e = n \,.\, \sigma = \frac{n \,.\, v \,.\, N}{H \,.\, z}$$

erhalten. Die Entfernungen v und a sowie z beziehen sich jetzt natürlich auf die korrigierte Lage der Neutralachse.

Zweites Verfahren*). Die von *Mohr* für homogene Querschnitte angegebene Methode der Spannungsberechnung für Druckbelastung außerhalb des Kerns bei Ausschluß von Zugfestigkeit läßt sich in folgender einfacher Weise auf Eisenbetonpfeiler übertragen:

Der Angriffspunkt C der Normalkraft N liege wieder auf der Symmetrieachse des Querschnitts, alsdann gilt für den Abstand a der neutralen Achse derselbe Wert wie vorhin
$$a = \frac{J'}{M'}.$$

J' bedeutet das Trägheitsmoment des modifizierten Querschnitts und M' sein statisches Moment in Bezug auf die gesuchte Neutralachse. In Abbildung 116 ist zu dem links angegebenen Kräftepolygon mit der Poldistanz H das Seilpolygon $A' B' A''$ in der Weise gezeichnet, daß der Teil $A' B'$ zu den n-fachen Eisenquerschnitten gehört, während der Teil $B' A''$ sich auf die Streifen F_b der Betonfläche bezieht. Ist $G K$ die richtige Lage der neutralen Achse, so ist das statische Moment des wirksamen modifizierten Querschnitts, d. h. sämtlicher n-fachen Eisenflächen und der rechts gelegenen Betonflächen
$$M' = H \,.\, z$$
denn im Seilpolygon der wirksamen Flächen bedeutet $C' A'$ die erste und die Seite bei G die letzte Seite.

Das Trägheitsmoment des wirksamen modifizierten Querschnitts ist
$$J' = 2 \,.\, H \,.\, \text{Fläche } A' B' G K,$$
somit wird
$$a = \frac{J'}{M'} = \frac{2 \,.\, \text{Fläche } A' B' G K}{z}$$
oder
$$\frac{a \,.\, z}{2} = A' B' G K.$$

Nun ist aber $\frac{a z}{2}$ auch gleich dem Inhalt des Dreiecks $C' G K$ somit muß
$$C' G K = A' B' G K$$

*) Professor *C. Guidi, „Sul calcolo delle sezioni in beton armato". Cemento* 1906, Nr. 1.

sein. Dies ist der Fall, wenn die schraffierten Flächen einander gleich sind.

Zur Bestimmung des Punktes G hat man demnach vom Punkt C', der senkrecht unter C auf der ersten Seilpolygonseite liegt, die Aus-

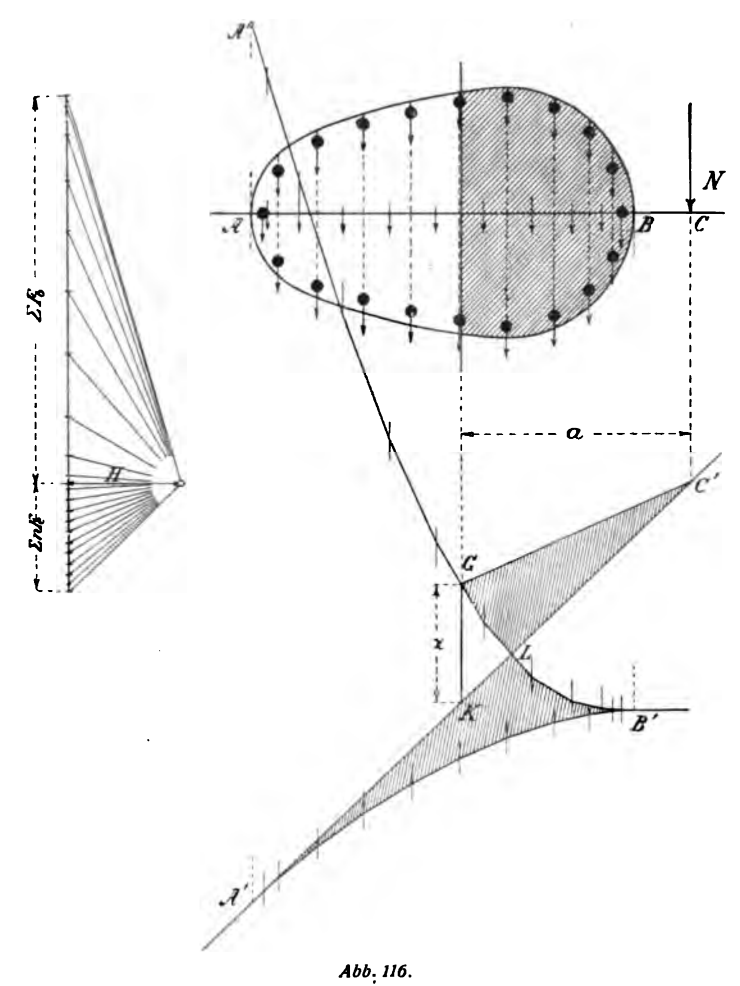


Abb. 116.

gleichungslinie $C' G$ so zu ziehen, daß die schraffierten Flächen einander gleich sind, daß also Fläche

$$C' L G = A' B' L$$

wird. Da der Inhalt der Fläche $A' B' L$ bekannt ist, läßt sich der Punkt G leicht und genau bestimmen, indem man die Verschiebung ausrechnet, die er nach einer ersten schätzungsweisen Annahme noch zu erfahren hat.

Nachdem die Lage der Nulllinie gefunden ist, berechnen sich die gesuchten Beanspruchungen wie beim ersten Verfahren nach der Formel

$$\sigma = \frac{v \, . \, N}{\Sigma dF \, . \, v} = \frac{v \, . \, N}{M'} = \frac{v \, . \, N}{H \, . \, z}$$

und

$$\sigma_e = n \, . \, \sigma,$$

v ist die Entfernung von der neutralen Achse.

Das zweite Verfahren erscheint etwas übersichtlicher als das erste. Wenn man will, kann man auch die auf der Druckseite befindlichen Eisen vernachlässigen, man hat dann nur beim Seilpolygon $B' A''$ die

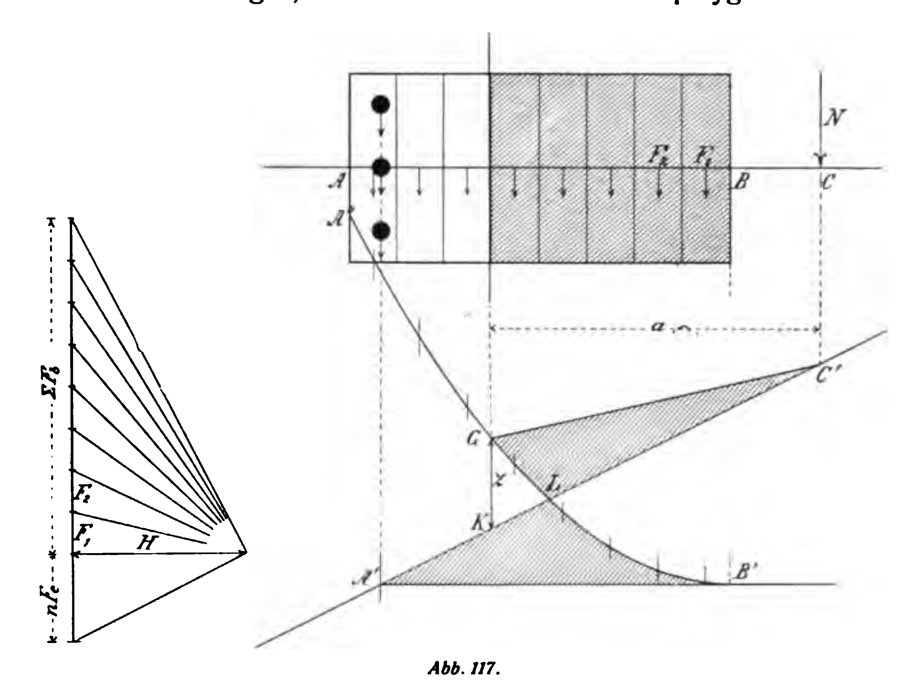


Abb. 117.

Eisenquerschnitte als nach oben gerichtete Kräfte noch mit zu berücksichtigen.

Sehr übersichtlich wird auch die Anwendung auf den rechteckigen Querschnitt nach Abbildung 117. Hier wird das Seilpolygon $A' B'$ zu einer Geraden und $B' A''$ ist eine Parabel.

Es sei noch darauf hingewiesen, daß die graphischen Methoden unter a) und b) auch bei solchen Formen der Einlageeisen benützt werden können, deren Abmessungen in der Richtung der Kraftebene so groß sind, daß sie beim Trägheitsmoment Berücksichtigung finden müssen. Die Eisenquerschnitte sind dann als n-mal breitere Betonflächen zu behandeln und in der Richtung parallel zur neutralen Achse in schmale Streifen zu zerlegen, um das Seilpolygon $A' B'$ aufzeichnen zu können.

Die größeren Profileisen sind ⊥-, I-, ⊏-Eisen und kommen namentlich beim System *Melan* vor.

Berechnung für Stadium IIa.

Der Vollständigkeit wegen und um einen Einblick in die Schwierigkeiten der genauen rechnerischen Ermittlung der Deformationen zu gestatten, ist im nachstehenden noch für den rechteckigen Querschnitt die Berechnungsweise für das Stadium IIa angegeben.

Aus den Abbildungen 92—94 auf Seite 106 und 107 sieht man, daß die Kurven der Spannungen für das Stadium II im rechteckigen armierten Betonquerschnitt näherungsweise durch 2 Gerade ersetzt werden können, von welchen die eine den Querschnitt in der neutralen Achse schneidet und auf der Zugseite noch so weit verlängert ist, bis die Zugspannung den Grenzwert σ_z gleich der Zugfestigkeit erreicht hat; von da an erfolgt die Begrenzung der Spannungsfläche durch eine dem Querschnitt parallele Gerade.

Mit den Bezeichnungen der Abbildung 118 erhalten wir bei reiner Biegung

$$D = Z_e + Z_b$$

oder

$$\frac{b \cdot \sigma_b}{2} \cdot x = F_e \cdot \sigma_e + Z_b$$

$$Z_b = \left(d - x - \frac{a}{2}\right) \cdot b \cdot \sigma_z$$

$$a = \frac{x \cdot \sigma_z}{\sigma_b}$$

$$Z_b = \left(d - x - \frac{x \cdot \sigma_z}{2 \cdot \sigma_b}\right) \cdot b \cdot \sigma_z,$$

Abb. 118.

somit, da

$$\sigma_e = n \cdot \sigma_b \cdot \frac{(h - x)}{x},$$

$$\frac{b \cdot \sigma_b}{2} \cdot x = \frac{F_e \cdot n \cdot \sigma_b \cdot (h - x)}{x} + \left(d - x - \frac{x \cdot \sigma_z}{2 \cdot \sigma_b}\right) \cdot b \cdot \sigma_z.$$

Für einen bestimmten Wert des Verhältnisses

$$\frac{\sigma_z}{\sigma_b} = \beta$$

läßt sich x aus dieser Gleichung bestimmen, man erhält dann

$$\frac{b \cdot x}{2} = F_e \cdot n \cdot \frac{(h - x)}{x} + \left(d - x\left[1 + \frac{\beta}{2}\right]\right) \cdot b \cdot \beta$$

oder

$$x^2 (1 + \beta)^2 + 2\,x \left(\frac{F_e}{b} \cdot n - d \cdot \beta\right) = \frac{F_e}{b} \cdot n \cdot h,$$

woraus

$$x = \frac{-\left(\frac{F_e \cdot n}{b} - d \cdot \beta\right) + \sqrt{\left(\frac{F_e \cdot n}{b} - d \cdot \beta\right)^2 + \frac{F_e}{b} \cdot n \cdot h\,(1 + \beta)^2}}{(1 + \beta)^2}$$

Hiernach ist also die Lage der neutralen Achse bestimmt. Man hat dann ferner:

$$M = F_e \cdot \sigma_e \left(h - \frac{x}{3}\right) + b \cdot \sigma_z \cdot (d - x)\left(\frac{2}{3}\,x + \frac{d-x}{2}\right)$$
$$- \frac{b \cdot \sigma_z}{2} \cdot a\left(\frac{2}{3}\,x + \frac{1}{3}\,a\right)$$

$$\frac{M}{b} = \frac{F_e}{b} \cdot \frac{n}{x} \cdot \sigma_b (h - x)\left(h - \frac{x}{3}\right) + \beta \cdot \sigma_b \cdot (d - x)\left(\frac{d}{2} + \frac{x}{6}\right)$$
$$- \frac{\beta}{6} \cdot \sigma_b \cdot x \cdot \beta\,(2\,x + x \cdot \beta),$$

woraus

$$\sigma_b = \frac{6 \cdot M \cdot x}{n \cdot F_e \cdot (h - x)(6\,h - 2\,x) + x\,b\,\beta\,(d - x)(3\,d + x) - b\,\beta^2 x^3 (2 + \beta)}.$$

Wenden wir nun diese Formeln auf die Versuchskörper Seite 108 an und wählen wir dem Elastizitätsverhältnis entsprechend $n = 10$, so erhalten wir z. B. für die 15 cm breiten Körper mit 0,4 % Armierung

	berechnet		gemessen
mit $\beta = 1/3$ $M = 15 \cdot 3659$ cmkg	$x = 11{,}4$ cm $\sigma_b = 28{,}0$ kg/qcm $\sigma_z = 9{,}3$ „ $\sigma_e = 376$ „	gemessen sind	$x = 12{,}4$ cm $\sigma_b = 28{,}5$ kg/qcm $\sigma_z = 9{,}5$ „ $\sigma_e = 288$ „
mit $\beta = 1/5$ $M = 15 \cdot 5326$ cmkg	$x = 9{,}02$ cm $\sigma_b = 49{,}7$ kg/qcm $\sigma_z = 9{,}97$ „ $\sigma_e = 978$ „	gemessen sind	$x = 9{,}6$ cm $\sigma_b = 48{,}3$ kg/qcm $\sigma_z = 9{,}5$ „ $\sigma_e = 842$ „

Mit Ausnahme der σ_e stimmen die Resultate ganz gut miteinander überein, man sieht, wie die Neutralachse auch rechnungsmäßig mit zunehmendem Biegungsmoment, also abnehmendem Verhältnis $\frac{\sigma_z}{\sigma_b} = \beta$ in die Höhe rückt. Die Endlage mit $\beta = 0$ fällt mit der nach Stadium II b berechneten zusammen. Bei einem gewöhnlich belasteten Balken, dessen Biegungsmomente nach der Mitte hin größer werden, wird also die Verbindungslinie der Neutralachsen sämtlicher Querschnitte nach der Mitte hin ansteigen; an den Stellen, wo Risse auftreten, wird sie einen Kulminationspunkt erreichen, jedoch wird sich dieser um so weniger über den allgemeinen Verlauf der Linie erheben, je höher die Beanspruchungen sind.

Einfluß der Schubkräfte.

Während die Schubspannungen bei den eisernen Vollwandträgern eine untergeordnete Rolle spielen und nur in Ausnahmsfällen zu berechnen sind, haben sie bei den Eisenbetonbalken eine große Be-

deutung und müssen durch entsprechende Anordnung der Armierung berücksichtigt werden. Wird nämlich ein nur durch gerade Eisen armierter Plattenbalken, also ein solcher, bei dem keine Bügel und abgebogenen Eisen vorhanden sind, der Biegung unterworfen, so erfolgt



Abb. 119. **Bruchrisse in der Nähe des Auflagers bei einem nur durch gerade Rundeisen armierten Plattenbalken.**

der Bruch, falls die Armierung hinreichend stark ist, nicht in der Balkenmitte infolge der Zugspannungen, sondern in der Nähe der Auflager, wo sich schräge Risse infolge der Schubspannungen oder der



Abb. 120. **Bruchrisse in der Nähe des Auflagers bei einem nur mit geraden Thachereisen armierten Plattenbalken.**

von diesen erzeugten schiefen Hauptspannungen ausbilden, wie dies aus den Abbildungen 119 und 120 deutlich zu ersehen ist.

Bei homogenen Körpern mit konstantem Elastizitätsmodul

berechnen. sich die schiefen Hauptspannungen, d. h. die Größtwerte der in irgend einem schrägen Flächenelemente wirksamen Zug- und Druckspannungen nach den Formeln

$$\sigma_I = \frac{\sigma}{2} + \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2}$$

$$\sigma_{II} = \frac{\sigma}{2} - \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2}$$

und ihre Richtung ist durch

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2\tau}{\sigma}$$

gegeben. Der Ausdruck

$$\pm\sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2}$$

bedeutet die Grenzwerte der Schubspannungen. Hierbei schließen die Flächenelemente, auf welche die Grenzwerte der Zug- und Druckspannungen einwirken und in denen die Schubspannungen gleich Null sind, mit denjenigen, in welchen die Grenzwerte der Schubspannungen wirksam sind, Winkel von 45° ein. Verfolgt man von einem Punkt des Balkens aus die Richtung der Flächenelemente mit den größten bezw. kleinsten Hauptspannungen, so erhält man zwei in dem betreffenden Punkt aufeinander senkrecht stehende Kurven. Die Gesamtheit aller dieser Kurven für den ganzen Balken stellt zwei Scharen sich rechtwinklig schneidender Kurven vor, die man bekanntlich die Spannungstrajektorien nennt.

In Abbildung 121 ist der Verlauf der Spannungstrajektorien für einen einfachen, frei aufliegenden und homogenen Balken mit T-förmigem

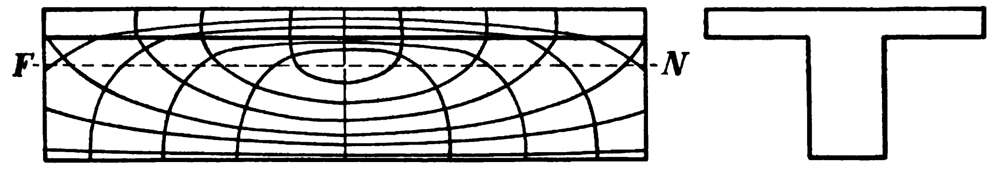


Abb. 121. Spannungstrajektorien in einem homogenen Plattenbalken.

Querschnitt dargestellt; alle Kurven schneiden die neutrale Achse unter 45°, dort ist $\sigma = 0$, also $\sigma_I = \tau_0$. Wenn die Zugfestigkeit geringer als die Scherfestigkeit ist, wie es beim Beton zutrifft, dann wird an jeder Stelle der Bruch infolge der schiefen Zugspannung σ_I eintreten und die eigentliche Scherfestigkeit wird nicht in Betracht kommen.

Hieraus kann man aber nicht ohne weiteres schließen, daß die zweckmäßigste Form der Armierung dem Verlauf der Spannungstrajektorien für Zug folgen würde. Denn abgesehen davon, daß in der Ausführung eine Verwirklichung dieses Gedankens kaum möglich

erscheint, namentlich wenn man noch kontinuierliche Träger mit veränderlicher Belastung in Betracht zieht, ist zu berücksichtigen, daß die Spannungsverteilung im armierten Querschnitt eine andere ist als im homogenen. Auch Pressungen in vertikaler Richtung zwischen den einzelnen Balkenfasern beeinflussen die Hauptspannungen.

Für alle Stellen eines Trägers, wo $\sigma_z = 0$ ist, also am Auflager der einfachen, oder an den Momentennullpunkten kontinuierlicher Träger, ist $\alpha = 45^0$. Es müßte also dort die Abbiegung der Eisen zweckmäßig unter 45^0 erfolgen, damit sie am besten die schiefen Zugspannungen, welche dann $= \tau$ sind, aufnehmen können. Da jedoch α gegen die Mitte hin bald kleiner als 45^0 wird, so sind auch flachere Abbiegungen angezeigt, bis zu 30^0.

Streng genommen hätte man für die Querschnitte mit $\sigma_z = 0$ die Schubspannung τ nach dem Stadium I zu berechnen.

In den »Leitsätzen« und den »Bestimmungen« ist davon ausgegangen, daß die horizontalen Zugspannungen σ_z des Betons ganz von der unteren Eiseneinlage aufgenommen werden, so daß bei der Berechnung der Schubspannungen von der Zugfestigkeit des Betons ganz abgesehen wird. Die von den so berechneten Schubspannungen erzeugten schiefen Zugspannungen sollen durch Bügel und abgebogene Eisen übertragen werden. Da die so durchgebildeten Konstruktionen und Versuchsbalken sich gut bewährt haben, behalten wir diese einfache Berechnung der Schubspannungen nach Stadium IIb bei und geben zunächst die Entwicklung der nötigen Formeln, um dann an Hand des nunmehr vorliegenden genauen und sorgfältig durchgeführten Versuchsmaterials zu prüfen, inwiefern die einfachen Formeln Anhaltspunkte zur Beurteilung der Sicherheit gegen die Zerstörung durch die Schubkräfte bieten. Nachdem sich die *Considère*sche Theorie von der großen Dehnbarkeit des armierten Betons, unter deren Eindruck die »Leitsätze« noch abgefaßt wurden, wenigstens in praktischem Sinne als unhaltbar erwiesen hat, wird sich auch die Notwendigkeit ergeben, seitherige Anschauungen in dieser Hinsicht etwas zu ändern.

Formeln für die Schub- und Haftspannungen.

Bei der Ableitung der folgenden Formeln wird in konsequenter Weise wie bei der Biegung von der Zugfestigkeit des Betons abgesehen, es werden also die Schub- und Haftspannungen gerechnet unter der Voraussetzung, daß die nur in den gerissenen Querschnitten, also im Stadium IIb wirksamen Spannungen σ_b und σ_e in allen Querschnitten vorhanden seien. Dabei werden zunächst nur gerade Eiseneinlagen vorausgesetzt.

1. Rechteckiger Querschnitt mit einfacher gerader Armierung auf der Zugseite.

Die Normalspannungen seien nach dem Verfahren 3, Seite 87, für das Stadium IIb ermittelt. AB und $A'B'$ seien zwei benachbarte Quer-

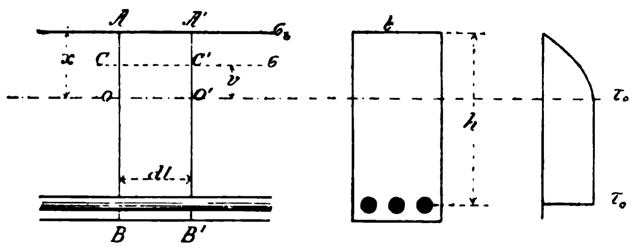


Abb. 122.

schnitte; die in der Fläche CC' auftretenden Schubkräfte sind gleich der Differenz der Normalspannungen in AC und $A'C'$, also

$$\tau \,.\, b \,.\, dl = \int_v^x b \,.\, dv \,.\, d\sigma.$$

Nach früherem ist

$$\sigma_b = \frac{2 \,.\, M}{b \,.\left(h - \frac{x}{3}\right) .\, x},$$

woraus

$$\frac{d\sigma_b}{dl} = \frac{2}{b \,.\, x \,.\left(h - \frac{x}{3}\right)} \,.\, \frac{dM}{dl} = \frac{2 \,.\, Q}{b \,.\, x \,.\left(h - \frac{x}{3}\right)},$$

wobei Q die Querkraft des Querschnitts bedeutet.

$$d\sigma = \frac{v}{x}\, d\sigma_b,$$

somit

$$\tau \,.\, b \,.\, dl = \int_v^x b \,.\, dv \,.\, \frac{v \,.\, 2 \,.\, Q \,.\, dl}{b \,.\, x^2 \,.\left(h - \frac{x}{3}\right)}$$

$$\tau \,.\, b = \frac{2 \,.\, Q}{x^2\left(h - \frac{x}{3}\right)} \int_v^x v \,.\, dv$$

$$\tau \,.\, b = \frac{Q \,.\, (x^2 - v^2)}{x^2 \,.\left(h - \frac{x}{3}\right)}.$$

Die Schubspannung ist also am oberen Rande mit $v = x$ gleich Null und wächst bis zur neutralen Schichte auf den Wert an:

$$\tau_0 = \frac{Q}{\left(h - \frac{x}{3}\right) .\, b}.$$

Die Ausdrücke für $\tau \,.\, b$ und τ_0 ergeben sich auch, wenn man die für homogene Querschnitte gültige Formel

$$\tau = \frac{Q \,.\, S}{J \,.\, b}$$

auf den modifizierten Querschnitt anwendet, der aus der gedrückten Betonfläche und den n-fachen Eisenquerschnitten besteht. Für die Berechnung von τ_0 erhält man dann für S als statisches Moment der gedrückten Betonfläche in Bezug auf die Nulllinie

$$S = \frac{b \,.\, x^2}{2},$$

ferner für das Trägheitsmoment

$$J = \frac{1}{3} b \,.\, x^3 + n \,.\, F_e \,.\, (h - x)^2,$$

so daß

$$\tau_0 = \frac{Q \,.\, \frac{b \,.\, x^2}{2}}{b\left(\frac{1}{3} \,.\, b \,.\, x^3 + n F_e \,(h - x)^2\right)}$$

ist.

Aus der zur Bestimmung von x dienenden quadratischen Gleichung folgt aber

$$F_e = \frac{b}{2n} \cdot \frac{x^2}{(h - x)},$$

so daß sich schließlich auch wieder

$$\tau_0 = \frac{Q}{b \,.\left(h - \frac{x}{3}\right)}$$

ergibt.

Nach der für Stadium IIb gemachten Voraussetzung sind unterhalb der Neutralachse keine Normalspannungen mehr im Beton wirksam, sondern sämtliche Zugkräfte wirken in den unteren Eiseneinlagen. Aus diesem Grunde bleibt die Schubspannung τ_0 konstant von der Linie $O\,O'$ bis zur Eiseneinlage. In der Tat entspricht der Wert τ_0 auch dem Betrag der Schubspannung, welcher nötig ist, um die Differenz der Zugspannungen zwischen zwei benachbarten Eisenquerschnitten durch den Beton aufzunehmen.

Es muß nämlich sein

$$b \,.\, \tau_0 \,.\, dl = dZ$$

$$Z = \frac{M}{h - \frac{x}{3}}$$

$$\frac{dZ}{dl} = \frac{dM}{dl} \cdot \frac{1}{\left(h - \frac{x}{3}\right)} = \frac{Q}{h - \frac{x}{3}},$$

somit
$$b \,.\, \tau_0 = \frac{Q}{h - \frac{x}{3}}.$$

Dieser Wert von $b \,.\, \tau_0$ stellt auch die Summe der auf die Längeneinheit am Umfang der Eisen wirksamen Haftspannungen vor, und zwar ergibt sich die Haftspannung τ_1 aus
$$\tau_1 = \frac{b \,.\, \tau_0}{\text{Umfang der Eiseneinlagen}}.$$

Beispiel. Eine Eisenbetonplatte mit $F_e = 6{,}79$ qcm $= 6 \, \phi \, 12$ mm besitze eine Spannweite von 2,0 m und habe eine gesamte Belastung von 820 kg/qm aufzunehmen, es sei $h = 9$ cm.

Der Abstand der neutralen Schichte vom oberen Rand berechnet sich nach früherem zu
$$x = 3{,}38 \text{ cm},$$
ferner ergibt sich für $b = 100$ cm
$$Q = 820 \text{ kg},$$
also
$$100 \,.\, \tau_0 = \frac{820}{\left(9 - \frac{3{,}38}{3}\right)} = 104 \text{ kg cm}$$
$$\tau_0 = 1{,}04 \text{ kg/qcm}.$$

Da die Eiseneinlage aus $6 \, \Phi \, 12$ mm pro Meter Breite besteht, so ist ihr Gesamtumfang
$$U = 6 \,.\, 3{,}14 \,.\, 1{,}2 = 22{,}6 \text{ cm}$$
und daher die Haftspannung
$$\tau_1 = \frac{104}{22{,}6} = 4{,}6 \text{ kg/qcm}.$$

Bei den einfachen Platten sind die Schubspannungen und Haftspannungen gewöhnlich so gering, daß ihre Berechnung entbehrlich erscheint. Aus demselben Grunde werden Bügel bei den armierten Platten als überflüssig erachtet.

Wichtiger sind die Schub- bezw. Haftspannungen bei den

2. Plattenbalken. Es ist klar, daß die letzte Ableitung des Ausdrucks
$$b \,.\, \tau_0 = \frac{Q}{h - \frac{x}{3}}$$
beim rechteckigen Querschnitt in gleicher Weise auch für den Plattenbalkenquerschnitt gültig ist, wenn für $h - \frac{x}{3}$ der Abstand der Eiseneinlage vom Druckmittelpunkt (Abbildung 101, Seite 116) und für b

die Stegbreite b_0 gesetzt wird. Für $x < d$ bleibt also der Ausdruck der nämliche, während für $x > d$

$$\tau_0 = \frac{Q}{(h - x + y) \cdot b_0}$$

(Abbildung 102, Seite 116) zu setzen ist. Genähert kann man auch für den Abstand der Eisen vom Druckmittelpunkt den etwas zu kleinen Wert $h - \frac{d}{2}$ wählen, so daß (etwas zu groß)

$$\tau_0 = \frac{Q}{\left(h - \frac{d}{2}\right) \cdot b_0}$$

als Schubspannung des Stegs zwischen der Eiseneinlage und der neutralen Schicht erhalten wird.

Beispiel. Für den unter 1, Seite 118 berechneten, an den Enden frei aufliegenden Plattenbalken ist

$$l = 5{,}5 \text{ m}, \; q = 3780 \text{ kg/m},$$

also

$$Q = 2{,}75 \cdot 3780 = 10395 \text{ kg}$$

$$\tau_0 \, b_0 = \frac{10395}{57 - 13{,}1 + 9{,}1} = 196 \text{ kg/cm},$$

also die Schubspannung im Steg

$$\tau_0 = \frac{196}{28} = 7{,}0 \text{ kg/qcm}.$$

Wenn alle fünf Rundeisen 28 mm auf das Auflager hinausgehen würden, wäre dort die Haftspannung

$$\tau_1 = \frac{196}{5 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}8} = 4{,}5 \text{ kg/qcm}.$$

Die vorstehenden Formeln für die Schubspannungen sind unter der Voraussetzung abgeleitet worden, daß im Beton unterhalb der Neutralachse keinerlei Zugspannungen wirksam seien. Beachtet man aber, daß auch im Stadium I und IIa, wo der Beton noch au Zug mitwirkt, die Druckkraft $D = \frac{M}{z}$ ist, wenn z den Abstand zwischen Z und D bezeichnet, und daß die horizontalen Schubkräfte in der Höhe der neutralen Schichte zwischen zwei benachbarten Querschnitten den Zuwachs an D übertragen müssen, so folgt auch hier, sofern der Abstand z zwischen zwei aufeinander folgenden Querschnitten konstant bleibt,

$$b \, \tau_0 = \frac{dD}{dl} = \frac{Q}{z}.$$

Ein Unterschied dieses tatsächlich vorhandenen Wertes der Schubspannung in der neutralen Schicht gegenüber dem unter Voraus-

setzung des Stadiums IIb ermittelten wird nur insofern vorhanden sein, als der berechnete Hebelsarm zwischen Zug- und Druckmittelpunkt von dem wirklichen abweicht. Aus der Spalte für y in der Tabelle Seite 108 ist zu ersehen, daß dieser Wert für rechteckige Querschnitte sich nicht viel ändert, und ein Blick auf die Linien der Spannungsverteilung Abbildung 92—94 zeigt, daß er etwas kleiner ist als der nach der Rechnung sich ergebende Wert $h - \frac{x}{3}$. Somit würde bei rechteckigen Querschnitten der Wert τ_0 in der neutralen Schichte ein wenig größer sein, als die Rechnung nach Stadium IIb angibt. Bei den Plattenbalken tritt die Wirkung der Zugkräfte des Betons im Steg noch mehr zurück, die resultierende Zugkraft Z fällt also näher an die Eisenzugkraft Z_e und der Hebelsarm von Zug und Druck im Querschnitt wird noch mehr sich dem der Rechnung annähern, als beim Rechteck. Wir können also erwarten, daß bei den Plattenbalken die Schubspannung im Steg beim Anschluß an die Platte tatsächlich dem nach der Näherungsformel

$$\tau_0 = \frac{Q}{b_0\left(h - \frac{d}{2}\right)}$$

sich ergebenden Wert nahe kommen wird.

Weiter nach unten wird die Schubspannung wieder abnehmen bis zu den Eiseneinlagen; eine genaue theoretische Verfolgung erscheint aber sehr schwierig angesichts der umständlichen Berechnung nach Stadium IIa, wobei noch zu beachten ist, daß die Spannungsverteilung nach Abbildung 118 auch nur näherungsweise der Wirklichkeit entspricht.

Die für das Stadium IIb mit der oben angegebenen Formel berechnete Haftspannung ist gegenüber der tatsächlich vor Auftreten der Zugrisse, also in den Stadien I und IIa vorhandenen zu groß. Denn nach der Tabelle auf Seite 108 steigt der Wert von Z_b bis zum Auftreten der ersten Risse; d. h. die Zunahme von Z_e, die direkt der Haftspannung proportional ist, erfolgt bei wachsendem Moment langsamer als diejenige von D, auf die sich die Berechnung von τ_1 gründet. Bei den Plattenbalken, wo der Einfluß von Z_b mehr zurücktritt, wird die Übereinstimmung des berechneten τ_1 mit dem tatsächlichen besser sein, als beim Balken rechteckigen Querschnitts.

Die Schubkraft $b_0\,\tau_0$, welche in der Neutralachse vorhanden ist, wirkt zum großen Teil noch in den senkrechten Flächen $a - a'$ am Anschluß der Deckenplatte an den Steg. Der mittlere Wert der Schubspannung daselbst wird sein

$$\tau = \frac{b_0 \cdot \tau_0}{2\,d} \cdot \frac{b - b_0}{b}.$$

In den Flächen $a - a'$ fehlt es gewöhnlich nicht an Eiseneinlagen, da dort die Deckeneisen in großer Zahl vorhanden sind; sie nehmen aber nicht infolge ihrer Scherfestigkeit an der Übertragung des Schubes teil, sondern wirken durch ihre Zugfestigkeit günstig. Denken wir

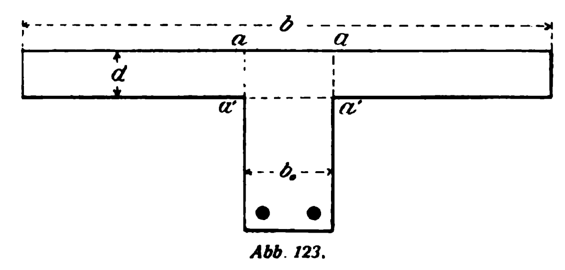


Abb. 123.

uns den links liegenden Plattenteil längs der Fuge aa' losgetrennt, so werden an der Schnittstelle zunächst die Schubspannungen τ anzubringen sein, die eine nach außen gerichtete Ausbiegung der Platte hervorbringen würden. Diese Ausbiegung wird aber in Wirklichkeit gehindert durch den Zusammenhang mit dem Steg und dem gegenüberliegenden Teil der Platte, somit wirken an der Schnittfläche noch normal gerichtete Zug- und Druckspannungen, welche die durch die Schubspannungen τ verursachte seitliche Ausbiegung wieder rückgängig machen und den Plattenteil in den richtigen Spannungszustand versetzen (Abbildung 124). Zu diesen Zugspannungen kommen ge-

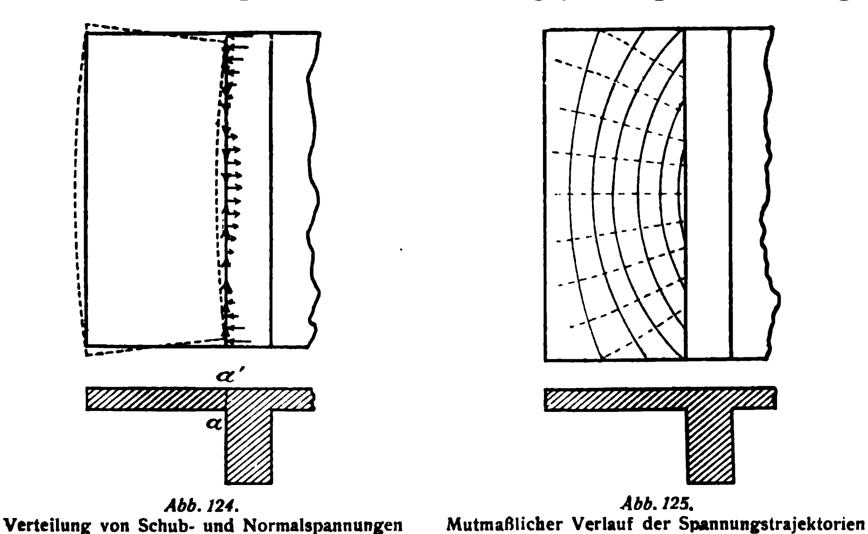


Abb. 124.
Verteilung von Schub- und Normalspannungen in der Fuge aa'.

Abb. 125.
Mutmaßlicher Verlauf der Spannungstrajektorien in einer als Druckgurtung wirkenden Deckenplatte.

gebenenfalls noch die Biegungsspannungen hinzu, die in der Decke von ihrem eigenen Stützenmoment auftreten. Die Gesamtheit der aufgezählten Spannungen wird in der Platte Zug- und Drucktrajektorien erzeugen, die etwa den in Abbildung 125 gezeichneten Verlauf haben werden. Die Deckeneisen liegen also an sich schon günstig zur Auf-

nahme der Hauptzugspannungen, die hier kleiner ausfallen als die Schubspannungen, weil die vorhandenen Druckspannungen vermindernd auf sie einwirken. Wenn die Zugfestigkeit überwunden ist, können die Drucktrajektorien als Gewölbe wirken, die durch die Zugkräfte der Deckeneisen im Gleichgewicht gehalten werden. Liegen mehrere Träger parallel nebeneinander, dann können sich die Druckgewölbe teilweise gegeneinander verspannen.

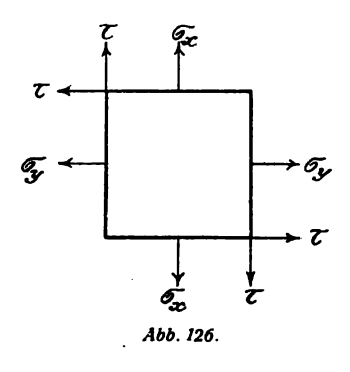


Abb. 126.

Wenn auf die Seitenflächen eines unendlich kleinen Parallelepipeds (Abbildung 126), die von den paarweisen Schubspannungen τ angegriffen werden, noch die senkrecht zueinander gerichteten Normalspannungen σ_x und σ_y wirken, so berechnen sich die Hauptspannungen nach den Formeln

$$\sigma_I = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\,\tau^2}$$

$$\sigma_{II} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) - \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\,\tau^2}$$

und ihre Richtung aus

$$\operatorname{tg} 2\,\alpha = -\frac{2\,\tau}{\sigma_x - \sigma_y}.$$

Da σ_x und σ_y in unserem Fall nicht mit Sicherheit anzugeben sind, so ist eine eingehende theoretische Behandlung der Frage über die Druckverteilung in der Platte der Breite nach sehr schwierig und würde ohne den Vergleich mit Versuchen, die bis jetzt fehlen, wertlos sein. Im übrigen ist klar, daß eine Ausrundung oder Abschrägung des Übergangs zwischen Deckenplatte und Steg des Balkens von sehr günstigem Einfluß hinsichtlich der Übertragung der Schubkräfte dort sein wird. Obgleich in der Praxis hierauf oft nicht Rücksicht genommen wird und die Schubspannungen τ in den Fugen *a a'* bei manchen ausgeführten Konstruktionen sehr groß sind, haben sich schädliche Folgen nicht gezeigt, was jedenfalls auf die beschriebene günstige Wirkungsweise zurückzuführen ist.

Die Enden der Eisen werden immer mit Haken versehen, damit man nicht allein auf den Gleitwiderstand oder die Haftfestigkeit angewiesen ist. Die Form der Haken ist für die Erfüllung dieses Zwecks nicht gleichgültig. Die häufig angewendete Form der einfachen rechtwinkligen Umbiegung ist nicht sehr widerstandsfähig, wenn hinter derselben nur eine geringe Betondeckung verbleibt, wie es an den Enden der Balken oft der Fall ist. Aus diesem Grunde hat man die Enden auch schon um mehr als 90° umgebogen.

Von Herrn *Considère* wurde in der französischen Sektion des internationalen Verbands der Materialprüfungen der Technik über eine neue Form der Endhaken berichtet, die sich schnell Eingang in der Praxis verschaffen wird. Durch Umbiegung des Endes nach einem Halbkreis, an den sich noch ein kurzes gerades Stück anschließt, wird nach dem Prinzip der Seilreibung am inneren Umfang ein starker Reibungswiderstand nutzbar gemacht, weil dort der Haken fest gegen den Beton gepreßt wird. Die von *Considère* hierüber angestellten Versuche führten zu dem Ergebnis, daß bei den halbkreisförmig umgebogenen Enden die Eisen bis zur Streckgrenze gezogen werden konnten, während die Haftfestigkeit der geraden Eisen zwischen 13,4 und 24,3 kg/qcm sich bewegte. Wenn man bei diesen Haken den mittleren Gleitwiderstand auf den Quadratzentimeter Berührungsfläche zwischen Beton und Eisen rechnet, so ergibt sich mindestens 77,4 kg, also etwa das Dreifache wie bei den geraden Eisen.

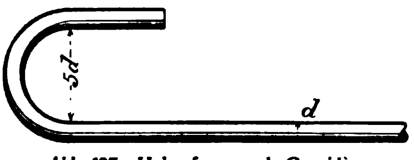


Abb. 127. Hakenform nach *Considère.*

Als ein weiterer Vorzug dieser Hakenform wird geltend gemacht, daß ihre Wirkung nicht so sehr von der Beschaffenheit des Betons und der sorgfältigen Arbeit abhängt, weil der Reibungswiderstand hauptsächlich durch den großen Leibungsdruck sichergestellt ist. Dieser Druck darf natürlich nicht zu groß werden, da sonst eine Zerstörung des Betons eintritt. Nach *Considère* geht man in dieser Hinsicht sicher, wenn man dem Halbkreis der Umbiegung einen mindestens fünfmal größeren Durchmesser gibt, als die Dicke der Eisenstange beträgt.

Wirkungsweise der Bügel.

In der Fachliteratur findet man gewöhnlich die Ansicht vertreten, daß die vertikalen Bügel vermöge ihrer Scherfestigkeit die Schubspannungen im Beton vermindern, daß sie also ebenfalls auf Schub beansprucht werden. Der Querschnitt der Bügel wird dann n-fach genommen, um die Verteilung der Schubspannungen zwischen Beton und Bügeln zu berechnen. Die Unhaltbarkeit dieser Anschauung ergibt sich aus folgendem. Denken wir uns von einem gemäß dieser landläufigen Theorie auf »Schub« beanspruchten Bügel, den wir der Einfachheit wegen von quadratischem Querschnitt voraussetzen, ein Stück von der Höhe dh herausgeschnitten, Abbildung 128, so kann dies unter Einwirkung der in den Endquerschnitten wirkenden Schubkräfte $\tau_e . a^2$ nur im Gleichgewicht sein, wenn diesen ein anderes Kräftepaar, herrührend von den Haftspannungen in den Seitenflächen, entgegenwirkt. Es muß also

$$\tau_e \,.\, a^2 \,.\, dh = \tau_1 \,.\, a \,.\, dh \,.\, a + 2\, \tau_1 \,.\, \frac{a}{2} \,.\, dh \,.\, \frac{a}{2}$$

sein, somit ist $\tau_e = 1{,}5\, \tau_1$, d. h. die Schubspannung im eisernen Bügel kann die anderthalbfache Haftfestigkeit nicht überschreiten. Auf dem gleichen Wege erhält man bei kreisförmigem Bügelquerschnitt

$$\tau_e = \frac{4}{\pi}\, \tau_1.$$

Das etwa von Normalspannungen auf den Seiten des Bügelabschnittes herrührende Drehmoment kommt als ∞ kleine Größe zweiter Ordnung nicht in Betracht. Auch Normalspannungen in den Querschnittsflächen können dem Bügelabschnitt nicht zum Gleichgewicht verhelfen, denn man gelangt dadurch bei zwei aufeinander folgenden Abschnitten zu

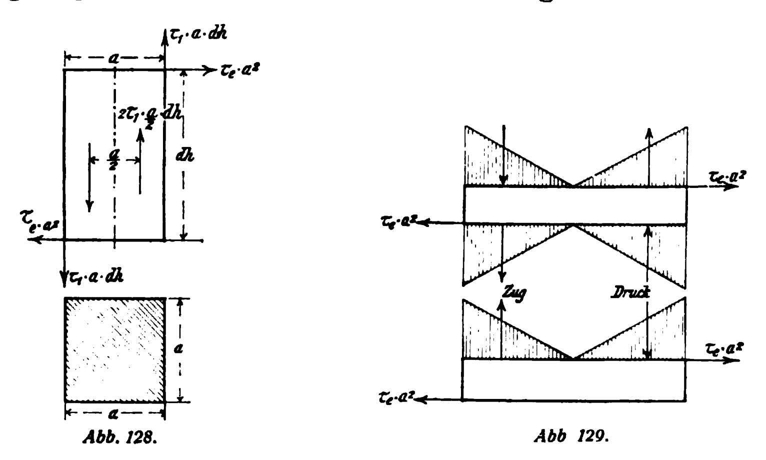


Abb. 128.

Abb 129.

Widersprüchen im Drehungssinn, Abbildung 129. Die Rundeisenbügel können also äußerstenfalls nur mit wenig mehr als der Haftfestigkeit auf Schub wirken, was praktisch ohne jede Bedeutung ist, um die beobachtete günstige Wirkung zu erklären. Bei der Berechnung würde man mit einer zulässigen Beanspruchung der Bügel auf Schub gleich der zulässigen Haftspannung natürlich nichts ausrichten können. Der aus den folgenden Versuchen sich ergebende günstige Einfluß der Bügel kann somit nur aus ihrer Zugwirkung erklärt werden, die wesentlich größer ist.

Versuche über die Wirkungen der Schubkräfte.

Wir geben im nachstehenden die Ergebnisse von Versuchen, die von der Firma *Wayß & Freytag A.-G.* auf Vorschlag des Verfassers Ende 1906 mit Plattenbalken angestellt wurden. Die hieraus zu ziehenden Schlüsse werden dann noch an Hand der nunmehr bekannt gewordenen Versuche der Eisenbetonkommission der Jubiläumsstiftung

der deutschen Industrie, bei deren Programmentwurf der Verfasser als Mitglied jener Kommission mitgewirkt hat, auf ihre Richtigkeit geprüft werden können.

Versuche der Firma *Wayß & Freytag A.-G.*

Es handelt sich dabei nicht um normal ausgebildete Plattenbalken, vielmehr waren die Vorkehrungen so getroffen, daß entweder zu hohe Werte τ_1 der Haftspannung oder τ_0 der Schubspannung im Steg erhalten wurden. Je zwei Rippen waren durch eine gemeinschaftliche Platte zu einem Versuchskörper vereinigt, damit die aus Eisenbarren und Sandsäcken bestehende Last leicht aufgebracht werden konnte und Torsionsbeanspruchungen, wie sie bei Anwendung nur einer Rippe mit Platte vorkommen können, ausgeschlossen waren. An den Auflagern der Rippen wurde Dachpappe untergelegt, um die Reibung zu vermindern*). Die Deckenplatte ist so stark hergestellt worden, daß sie die Bruchlast mit voller Sicherheit tragen konnte (Abbildung 130).

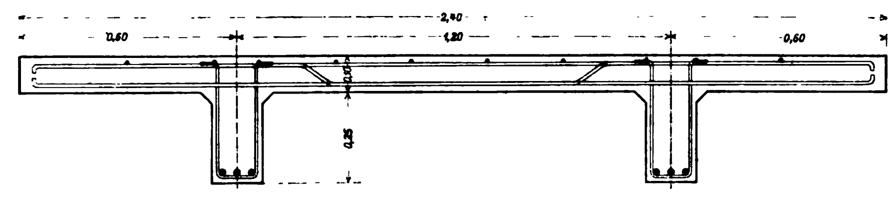


Abb. 130. Querschnitt der Versuchsbalken.

Die geringe Spannweite von 2,70 m wurde gewählt, damit das Verhältnis von Querkraft am Auflager zum Moment in der Mitte ein ungünstiges werde, mit anderen Worten, damit der Bruch am Trägerende vor dem in der Mitte eintrete. Die beiden Rippen eines Versuchskörpers wurden genau gleich armiert. Hinsichtlich der Belastungsanordnung zerfallen die 12 Versuchsbalken in 3 Gruppen, von denen die erste durch gleichmäßig verteilte Belastung, die zweite durch zwei symmetrische konzentrierte Lasten und die dritte durch eine Einzellast in der Mitte zum Bruch gebracht wurde.

Das Alter betrug etwa 3 Monate, der Beton war im Mischungsverhältnis von 1 Heidelberger Portlandzement zu $4^1/_2$ Rheinkiessand hergestellt, dabei bestand letzterer aus 72 Teilen Sand von 0—7 mm und 28 Teilen Kies von 7—20 mm Korngröße. Die Seiten- und Unterflächen der Balken wurden mit einem weißen Anstrich aus geschlämmter Kreide versehen, damit die Risse leichter sichtbar würden. Ohne solchen weißen Anstrich werden erfahrungsgemäß die ersten Risse viel später aufgefunden.

*) Bei der Mehrzahl der Körper wurde jede Auflagerreibung dadurch vermieden, daß das eine Ende der Balken von Anfang an mit einer Winde etwas vom Auflager abgehoben wurde. Die Winden konnten dann pendeln.

Die 6 Balken der ersten Gruppe für gleichmäßige Belastung haben dieselbe Eisenmenge in den Rippen, jedoch in verschiedener Anordnung.

Balken I. 3 gerade Rundeisen von 18 mm Durchmesser mit Haken an den Enden; eine Trägerhälfte ohne, die andere mit Bügeln versehen.

Balken II. Die gleiche Anordnung wie bei I, aber mit doppelt so breitem Steg.

Balken III. 3 gerade Thachereisen ohne Haken; eine Trägerhälfte ohne, die andere mit Bügeln.

Balken IV. Dieselbe Eisenmenge wie bei I und II, jedoch in Form von 1 Rundeisen von 18 mm und 3 Rundeisen von 15 mm Durchmesser, die letzteren nach den Auflagern hin unter 45° aufgebogen, das gerade durchgehende Eisen mit Haken, der ganze Träger ohne Bügel.

Balken V. Die gleiche Eisenmenge in Form von 2 Rundeisen von 16 mm und 2 von 15 mm Durchmesser, die letzteren nach Art eines Hängewerkes von den Drittelspunkten gegen die Auflager hin flach aufgebogen.

Balken VI genau wie IV, aber mit Bügeln auf die ganze Trägerlänge, das gerade untere Eisen ohne Haken.

Die Belastung lieferte bei den einzelnen Trägern die folgenden Ergebnisse:

Balken I (Abbildung 131). Drei gerade Rundeisen von 18 mm Durchmesser mit Haken an den Enden. Für eine gesamte Nutzlast von 11,5 t auf beiden Trägern berechnet sich nach den Leitsätzen die Beanspruchung des Eisens $\sigma_e = 1000$ kg qcm, des Betons auf Druck $\sigma_b = 17{,}8$, auf Schub am Auflager $\tau_0 = 8{,}4$ kg qcm und die Haftspannung $\tau_1 = 6{,}9$ kg/qcm. Es wäre also schon bei der als zulässig betrachteten Belastung die Schubfestigkeit des Steges erschöpft.

Bei 7,0 t Belastung erscheinen die ersten, äußerst feinen Zugrisse nächst der Mitte, entsprechend einer rechnungsmäßigen Beanspruchung von $\sigma_e = 668$ kg qcm. Die Berechnung nach Stadium I ergibt mit $n = 15$, $\sigma_z = 22{,}7$ kg/qcm. Mit fortschreitender Last werden die feinen Zugrisse zahlreicher und setzen sich weiter nach oben fort, indem sie auf der mit Bügeln versehenen Hälfte einen den Spannungstrajektorien ähnlichen Verlauf annehmen. Nachdem die Last 15 t erreicht hat, erscheint auf der bügelfreien linken Seite ein deutlich geneigter Riß, der, von oben beginnend, sich allmählich gegen das Eisen hin ausdehnt. Bei diesem Belastungszustand ist $\sigma_e = 1260$ kg qcm in der Mitte und $\tau_0 = 10{,}5$, $\tau_1 = 8{,}65$ kg qcm am Balkenende.

Die weitere Zerstörung des Balkens ging nun so vor sich, daß bei zunehmender Belastung der geneigte Riß links sich über den unteren Eisen nach dem Auflager hin fortsetzte, daß also diese Eisen nach

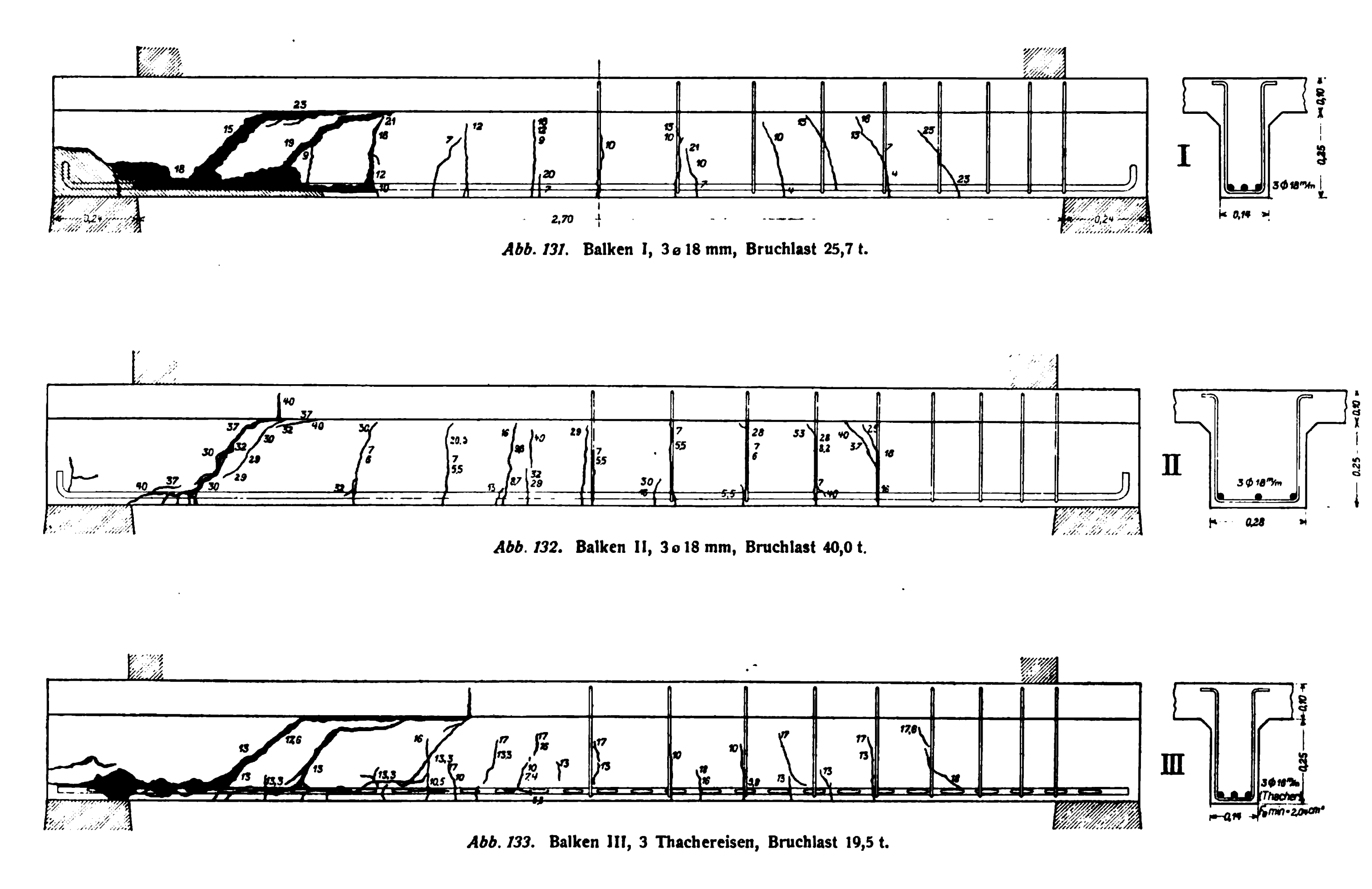


Abb. 131. Balken I, 3 ⌀ 18 mm, Bruchlast 25,7 t.

Abb. 132. Balken II, 3 ⌀ 18 mm, Bruchlast 40,0 t.

Abb. 133. Balken III, 3 Thachereisen, Bruchlast 19,5 t.

unten gedrückt wurden und so den Zusammenhang mit dem Beton des Steges verloren. Der wagrechte Riß hatte sich bei der Belastung von 25,7 t bis an die Enden der Eisen fortgesetzt, so daß dann die in den Eisen wirkende Kraft nur durch die Haken auf den Beton übertragen werden konnte. Man bemerkte bei dieser Last deutlich das



Abb. 134. Balken I, Risse im bügellosen linken Trägerende unter dem Einfluß der Bruchlast.

Erweitern des schiefen und des wagrechten Risses, wie endlich die Haken sich umbogen und den Beton infolge des großen Druckes auseinandersprengten, so daß der Bruch plötzlich eintrat.

Das mit Bügeln versehene rechte Balkenende zeigte bei 25,7 t auch einen schiefen Riß nahezu an derselben Stelle, wie der zum Bruch führende auf der anderen Seite. Die rechnungsmäßigen Beanspruchungen



Abb. 135. Balken I, Risse in dem mit Bügeln versehenen rechten Trägerende unter dem Einfluß der Bruchlast.

beim Bruch sind $\sigma_b = 38{,}0$, $\sigma_e = 2060$ in der Mitte, $\tau_0 = 16{,}9$, $\tau_1 = 13{,}9$ kg/qcm am Auflager. Die beiden letzten Zahlen haben natürlich nur noch für das ziemlich unversehrt gebliebene rechte Trägerende eine Bedeutung. Die beiden Aufnahmen, Abbildungen 134 und 135 geben ein charakteristisches Bild von dem verschiedenen Verhalten der beiden verschieden armierten Trägerenden*).

*) Die Risse wurden schwarz nachgemalt, damit sie auf den Photographien sichtbar blieben, und sind, sofern sie nicht deutlich als Bruchrisse zu erkennen sind, viel feiner als die betreffenden Striche.

Balken II (Abbildung 132) unterscheidet sich von dem vorhergehenden Balken nur durch den doppelt so breiten Steg. Die ersten, sehr feinen Zugrisse erscheinen bei 13,7 t Belastung in der Nähe der Mitte und entsprechen einer rechnungsmäßigen Eisenbeanspruchung $\sigma_e = 1200$ kg/qcm (für Stadium I mit $n = 15$ berechnet sich $\sigma_z = 26{,}8$ kg/qcm). Hier traten also die Zugrisse bei der als zulässig geltenden Last von 11,5 t noch nicht auf, was natürlich der Mitwirkung des Betons im Zuggurt zuzuschreiben ist, denn die dadurch sich ergebende Entlastung des Eisens gegenüber der Zugrisse voraussetzenden Rechnung wird bei 28 cm breitem Steg wesentlich größer sein, als beim 14 cm starken Steg. Mit fortschreitender Belastung werden die Zugrisse zahlreicher und bei der Eisenspannung $\sigma_e = 1500$ kg/qcm deutlicher sichtbar. Bei 30 t Last treten die zwei schiefen Risse links auf, von denen sich der eine sowohl oben längs der Deckenplatte als unten längs der Eisen fortsetzt, bis endlich bei 40 t der Bruch durch Erweitern dieses Risses und Herausziehen der Eisen über den Auflagern erfolgt. Die gerechneten Beanspruchungen sind

bei 30 t: $\sigma_e = 2410$, $\tau_0 = 10{,}0$, $\tau_1 = 16{,}5$ kg/qcm,
„ 40 t: $\sigma_e = 3150$, $\tau_0 = 12{,}9$, $\tau_1 = 21{,}2$ „ .

Balken III (Abbildung 133). Die Eiseneinlage besteht aus 3 geraden Thachereisen ohne Haken. Diese Art von Eisen sind von Theoretikern empfohlen worden als Mittel zur Erhöhung der Haftfestigkeit, die hier eigentlich gar nicht in Frage gestellt sei. Wenn also die Bruchursache der beiden ersten Balken auf mangelnde Haftung zurückzuführen wäre, so hätte hier der Bruch in anderer Weise vor sich gehen müssen. Die verwendeten Thachereisen hatten keinen ganz konstanten Querschnitt, denn dieser betrug im runden Teil 2,54, im flachgedrückten 2,04 qcm.

Bei 6,8 t aufgebrachter Belastung wurden an beiden Trägern die ersten Dehnungsrisse in der Nähe der Mitte festgestellt, entsprechend einer gerechneten Eisenspannung $\sigma_e = 710$ kg/qcm. Nachdem die Last auf 13 t gestiegen war, konnten außer weiteren lotrechten Zugrissen auch die ersten schiefen Risse in der Nähe der Auflager beobachtet werden. Dieser Belastung entsprechen dann die rechnungsmäßigen Beanspruchungen $\sigma_e = 1370$ kg/qcm in Mitte und $\tau_0 = 9{,}3$, $\tau_1 = 7{,}25$ kg/qcm am Auflager. Bei 17,6 t hatte sich dieser Riß nach oben und unten ausgedehnt und auf der mit Bügeln versehenen Seite entstand auch ein schiefer Riß. Man sieht in der Abbildung 136 deutlich das Loslösen des Eisens aus seiner Umhüllung, begünstigt durch die auseinandersprengende Wirkung der Knoten. Der Bruch erfolgte bei 19,5 t Belastung, entsprechend $\sigma_e = 1960$ kg/qcm, $\tau_0 = 13{,}2$, $\tau_1 = 10{,}3$ kg/qcm.

Auf der Bügelseite war das Zerplatzen der Betonumhüllung noch nicht zu sehen. Wie weit der Schutz hiergegen durch die Um-

schließungsbügel reicht, kann aus diesem Versuch nicht gefolgert werden.

Betrachten wir nun Ursache und Reihenfolge der Risse bei diesen 3 Probebalken etwas näher, so ist zunächst festzustellen, daß die Risse zuerst dort sichtbar wurden, wo das Moment am größten war, und daß sie mit zunehmender Last auch weiter außen auftraten. An den mit Bügeln versehenen Trägerhälften bevorzugten die Risse diejenigen Querschnitte, die Bügel enthielten, weil dort der Betonquerschnitt verschwächt war.

Wenn bei einem gleichmäßig belasteten Balken der erste Zugriß in der Mitte eintritt und bis zum Eisen vorgedrungen ist, dann sind



Abb. 136. Balken III, mit Thachereisen unter der Bruchlast, Trägerende ohne Bügel.

natürlich die Zugspannungen des Betons dort nicht mehr wirksam und das Eisen muß im gerissenen Querschnitt eine größere Zugkraft aufnehmen. Der Beton wird sich an der Rißstelle etwas zurückziehen, während das Eisen sich mehr dehnen will, und die notwendige Folge wird sein, daß beide aneinander so weit gleiten, bis der Gleitwiderstand die Spannung im Eisen so weit vermindert und diejenige im Beton so weit vermehrt hat, daß beide Materialien sich um gleich viel dehnen. Die Breite des Risses, unmittelbar am Eisen gemessen, stellt also die Summe der auf eine gewisse Länge entfallenden Gleitungen des Betons gegenüber dem Eisen vor.

Auf den zwischen zwei Rissen befindlichen Beton des Stegs wirkt der Unterschied ΔZ der Eisenzugkräfte in den beiden gerissenen Querschnitten, als die Summe der Reibungswiderstände auf die entsprechende Länge, ferner werden noch nach Abbildung 137 von den Eisenstangen auf den Beton Leibungsdrücke ausgeübt werden, die der von ΔZ ver-

ursachten Deformation des Betonstücks entgegenwirken und die namentlich bei etwas geneigtem Verlauf der Risse auftreten müssen. Günstig hinsichtlich der Biegungsbeanspruchung der von den Rissen begrenzten Betonstücke wirkt noch der Umstand, daß der früher gerissene Querschnitt sich in einem höheren Belastungsstadium befindet als der nächstfolgende, sein Druckmittelpunkt also höher liegt, während die Höhenlage des Zugmittelpunkts im Eisenquerschnitt bei fortgeschrittener Ausbildung der Risse unverändert bleibt. Somit geht die Abnahme ΔZ der Zugkräfte langsamer vor sich als die Abnahme des Biegungsmoments; wenigstens gilt dies für den mittleren Teil des gleichmäßig belasteten Balkens, wo demnach eine Art von Gewölbewirkung zu stande kommt.

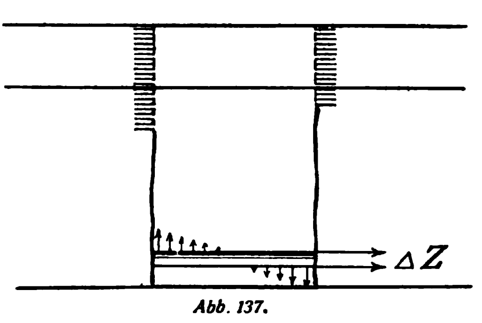


Abb. 137.

Von den unten beginnenden und sich mit zunehmender Last allmählich nach oben fortsetzenden Zugrissen im mittleren Teil sind die zum Bruch führenden deutlich geneigten Risse in der Nähe der Auflager sehr zu unterscheiden. Es wurde in der Fachliteratur versucht, diese schiefen Bruchrisse auf ein Überwinden der Haftung zwischen Eisen und Beton zurückzuführen, mit dem Bestreben, recht niedere Werte für die Haftfestigkeit zu erhalten. Ich glaube, die Unhaltbarkeit dieser Annahme folgt deutlich aus diesen drei ersten Versuchsbalken. Wenn tatsächlich die Überwindung der Haftfestigkeit an diesen Rissen schuld wäre, so müßte sich bei den Balken I und II etwa der gleiche Wert von τ_1 im Augenblick ihres Auftretens ergeben, dies trifft aber keineswegs zu, denn die beiden Zahlen sind $\tau_1 = 8{,}65$ und $\tau_1 = 16{,}5$ kg/qcm. Bei Balken III, wo die Haftfestigkeit anscheinend gar nicht in Frage gestellt ist, tritt der schiefe Riß sogar früher ein als bei Balken I. Man sieht also, daß die schiefen Risse, die schließlich den Bruch herbeiführen, bei Belastungen auftreten, die der Stegbreite proportional sind, also ist die Annahme gerechtfertigt, daß die Zugfestigkeit des Stegs in schiefer Richtung überwunden wird und daß somit die Schubspannungen hier in erster Linie in Betracht kommen.

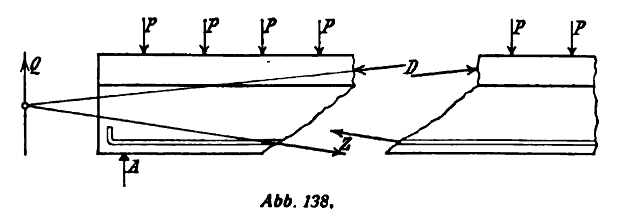


Abb. 138.

Ist nun ein solcher schiefer Riß eingetreten, so wirken natürlich in der Rißfläche des Betons keine schiefen Zugspannungen mehr, und der links abgeschnittene Teil, vergl. Abbildung 138, ist im Gleich-

gewicht unter dem Einfluß der Querkraft Q, der Eisenzugkraft Z und der Kraft D im Betondruckgurt. Diese drei Kräfte müssen sich in einem Punkt schneiden, also wirken D und Z geneigt, wie es in der Abbildung angegeben ist. Daß nun Z am abgeschnittenen linken Teil in geneigter Richtung von oben nach unten wirken muß, erkennt man daraus, daß bei der mit dem Öffnen des Risses verbundenen Drehung der Balkenteile gegeneinander der rechte Teil die Eiseneinlage im linken Teil nach unten drückt, vergl. Abbildung 139, so daß dort im Eisen noch eine nach unten gerichtete Seitenkraft übertragen wird, die natürlich nur so groß werden kann, bis der Zusammenhang des unter dem Eisen liegenden Betons mit dem darüber befindlichen des Steges überwunden ist. Je geringer also die Breite des zwischen den Eisen verbleibenden Betons ist, umso rascher muß dem schiefen Riß unter sonst gleichen Umständen der wagrechte über den Eisen folgen, und es ist leicht denkbar, daß bei geringer Stegbreite beide Risse gleichzeitig erscheinen. Bei Körper I waren 3 t Mehrlast nötig, bis der wagrechte Riß folgte, bei Körper II 7 t, während die Gesamtlasten 18 bezw. 37 t betrugen.

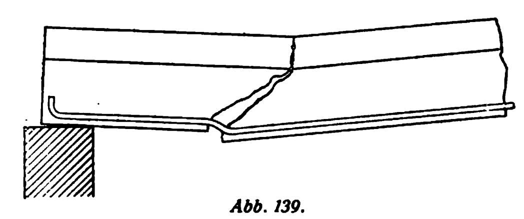


Abb. 139.

Wenn dann der Zusammenhang der Eisen mit dem Beton infolge des Herunterdrückens zerstört ist, kann selbstverständlich von Haftspannungen nicht mehr die Rede sein und die Haftfestigkeit kommt überhaupt nicht mehr in Frage. Die Zugkraft Z wird dann vom Riß an bis zu den Haken gleich groß bleiben und der Bruch muß eintreten, sobald die Haken dem Zug nicht mehr standhalten können. Je mehr der wagrechte Riß über den Eisen fortschreitet, umsomehr wirkt Z wagrecht, umsomehr geneigt muß dann D werden, da beide Kräfte sich auf Q schneiden müssen, und die Folge davon kann sein, daß die Deckenplatte rechts sich vom Steg abhebt, was noch begünstigt wird durch die Biegungsspannungen, welche das rechts gelegene Betonstück des Stegs dadurch erfährt, daß unten am Eisen Gleitwiderstände wirksam sind. Das ist die Erklärung für den dem Bruch vorangehenden wagrechten Riß zwischen Steg und Platte in der Fortsetzung des schiefen Risses.

Die größere Bruchlast von II gegenüber I kann dadurch erklärt werden, daß die Haken im breiteren Steg einen besseren Halt fanden als im schmäleren.

Aus dem Geschilderten erhält man sofort einen Einblick in die Wirkungsweise der lotrechten Bügel. Wir müssen annehmen, daß auch beim Vorhandensein von Bügeln ähnliche Beanspruchungen im Beton des Steges auftreten, wie ja auch auf der mit Bügeln versehenen

Seite die Risse in der Nähe des Auflagers eine deutliche Neigung aufweisen. Die günstige Wirkung der Bügel ist dann so zu denken, daß in dem schief geführten Schnitt außer den schiefen Zugspannungen des Betons und den Gurtkräften Z und D noch die Zugkräfte in den Bügeln den äußeren Kräften am linken abgeschnittenen Teil das Gleichgewicht halten, Abbildung 140. Dadurch können zunächst die schiefen Zugspannungen kleiner bleiben, also der schiefe Riß wird erst später auftreten, ferner wird das Herunterdrücken der unteren Eisen nach Überwindung der Zugfestigkeit in schiefer Richtung gehindert, ebenso das Abreißen der Deckenplatte vom Steg. So wirken also die Bügel auf eine größere Länge gemeinsam einer Zerstörung des Trägerendes entgegen, und in diesem Sinne kann die Vermehrung der Haftfestigkeit an der mit Bügeln versehenen Hälfte dem Einfluß der Bügel zugeschrieben werden. Wie weit die Leistungsfähigkeit der Bügel in dieser Hinsicht geht, kann aus den Versuchen nicht beurteilt werden, dazu müßten nochmals Balken geprüft werden, die auf die ganze Länge mit Bügeln versehen wären.

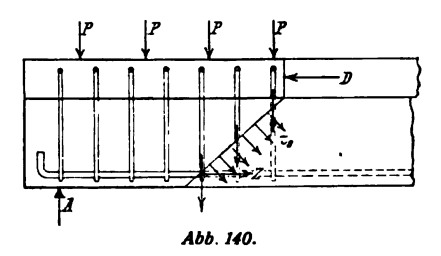


Abb. 140.

Bei den Balken I und II bestimmt sich die Lage des schiefen Risses, der den Bruch herbeiführte, anscheinend so, daß sein oberes Ende an Plattenunterkante in dem Querschnitt liegt, wo unter der betreffenden Belastung der Übergang von Stadium I zu Stadium II stattfindet, denn dieser Querschnitt weist etwa dasselbe Biegungsmoment auf, wie die Balkenmitte zur Zeit der ersten Zugrisse. Bei den beiden ersten Versuchsbalken liegt das obere Rißende 40 cm vom Auflager entfernt, und die entsprechenden Biegungsmomente berechnen sich hierfür zu 1,45 und 2,75 mt, während die entsprechenden Mittelmomente beim Auftreten der ersten Dehnungsrisse 1,51 und 2,70 mt sind.

Berechnet man für diese Querschnitte noch die Werte von τ_0 beim Beginn des schiefen Risses, so ergibt sich

$$\text{bei Körper I} \quad \tau_0 = \frac{10{,}5 \,.\, 0{,}95}{1{,}35} = 7{,}4 \text{ kg/qcm}$$

$$\text{bei Körper II} \quad \tau_0 = \frac{10{,}0 \,.\, 0{,}95}{1{,}35} = 7{,}0 \text{ kg/qcm}$$

in guter Übereinstimmung mit der unmittelbar gemessenen Zugfestigkeit von 7,7 kg/qcm.

Man kann sich die Sache so vorstellen, daß dort in der neutralen Achse die Schubspannung die Zugfestigkeit erreicht hat und deshalb der Beton unter einem Winkel von 45° reißt. Gleichzeitig wird dann weiter nach dem Auflager hin der Riß infolge der Hauptzugspannungen eintreten. Da die normalen Zugspannungen bei den ersten Lockerungen des Gefüges eine Entlastung durch die Eiseneinlagen erfahren können,

so werden hierbei die Schubspannungen den Ausschlag geben. Es erklärt sich damit die sofortige große Ausdehnung der schiefen Schubrisse, die kurz nach ihrem Entstehen bis an die Unterkante der Platte reichen, also höher hinaufgehen als die viel früher entstandenen Zugrisse im mittleren Balkenteil.

Es bleibt noch die Frage offen: Warum treten die schiefen Risse, die hauptsächlich von den Schubspannungen herkommen, nicht ganz dicht beim Auflager auf, wo doch die Querkraft am größten ist? Hierfür können zwei Gründe geltend gemacht werden. Erstens werden in der Nähe des Auflagers zwischen den Balkenfasern lotrechte Druckspannungen zu übertragen sein, die vom Auflagerdruck herrühren und die Hauptspannung vermindern. Sodann trifft dicht beim Auflager unsere, das Belastungsstadium IIb voraussetzende, Rechnung nicht mehr zu. Nach Stadium I gerechnet ergibt sich aber die größte Schubspannung τ, in der neutralen Achse etwas größer, jedoch nimmt sie dann nach oben und unten schnell ab, so daß man an eine Entlastung durch die benachbarten Partien wohl denken kann.

Der günstige Einfluß der Bügel ist nach den Abbildungen 131 bis 133 unverkennbar. Die Risse werden auch dort, wo Bügel sind, nach den Auflagern hin immer mehr geneigt, aber sie klaffen nicht so schnell auf, wie auf der anderen Hälfte. Nach Abbildung 140 werden die Bügel, die in einem unter 45° gelegten Schnitt getroffen werden, eine vorzeitige Zerstörung des Trägerendes verhindern können, wenn sie zusammen im stande sind, die Querkraft aufzunehmen, alsdann werden Z und D horizontal wirken können. Unter dieser Voraussetzung wären die Bügel beim äußersten Riß an Balken I mit $\sigma = 2900$ kg/qcm, an Balken II mit $\sigma = 3900$ kg/qcm beansprucht. Selbstverständlich wirken auch die noch weiter außen gelegenen Bügel dem Herunterdrücken der Eisenstangen entgegen.

Unter der gemachten Voraussetzung wirken die Bügel wie die gezogenen Vertikalen eines Fachwerks, das druckfähige, nach der Mitte ansteigende Diagonalen enthält (Abbildung 141). Dort, wo die Risse steiler verlaufen, sind die Querkräfte entsprechend kleiner, dort wirken auch die Bügel als Armierung der Stücke des Betonstegs gegen Biegung durch die von den Eisenstangen ausgeübten Gleitwiderstände.

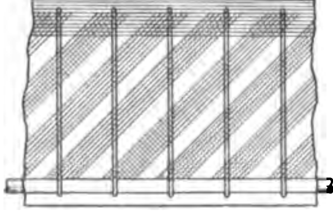


Abb. 141.

Balken IV (Abbildung 147). Die Eiseneinlage besteht aus 3 Rundeisen von 15 mm Durchmesser und 1 Eisen von 18 mm, ist also ebenso stark, wie die der vorigen Körper. Von diesen 4 Stangen sind die 3 von 15 mm an den Stellen, wo es die Momentenlinie gestattet, in der aus der Abbildung ersichtlichen Weise unter 45° nach oben abgebogen. Unsere Rechnungsweise liefert für 11,5 t Nutzlast:

$\sigma_e = 1000$ kg/qcm, $\sigma_b = 18{,}9$ kg/qcm, $\tau_0 = 8{,}5$ kg/qcm, für die Haftspannung erhält man den Wert $\tau_1 = 21{,}1$ kg/qcm, wenn man nur das gerade untere Rundeisen von 18 mm, und $\tau_1 = 6{,}0$, wenn man alle Eisen berücksichtigt. Denkt man sich die normalen Zugspannungen des Betons von den unteren Eisen, die von den Schubspannungen herrührenden schiefen Zugspannungen von den abgebogenen Strecken aufgenommen, dann sind nach Abbildung 142 alle auf die nach der Mitte unter 45° ansteigenden Flächenelemente wirkenden Zugkräfte zu addieren; auf die anderen nach der Mitte fallenden Flächenelemente des Verzahnungsschnittes wirken Druckspannungen, die anstandslos vom Beton selbst übertragen werden können. Die schiefen Zugkräfte, die nach der Mitte hin bei gleichmäßiger Belastung stetig bis Null abnehmen, können durch den Inhalt der schraffierten Trapezflächen dargestellt werden, deren kleine Grundlinie von $\tau_0 = 2{,}0$ der vom Beton allein bei vierfacher Sicherheit aufzunehmenden Zugspannung entspricht. Nach dieser Auffassung, die bei großer Dehnungsfähigkeit des Betons wohl zulässig wäre, sind dann die Abbiegungen so zu legen, daß sie durch die Schwerpunkte der drei gleich großen Einzeltrapeze hindurchgehen. In unserem Falle ist die auf alle drei Eisen kommende ganze Zugkraft, bei der als zulässig angenommenen Belastung

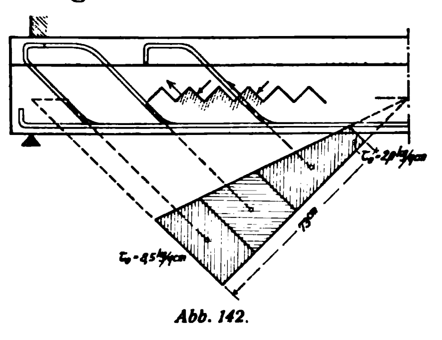


Abb. 142.

$$Z = \frac{2{,}0 + 8{,}5}{2} \cdot 73 \cdot 14 = 5366 \text{ kg},$$

somit ihre Beanspruchung

$$\sigma_e = \frac{5366}{5{,}30} = \text{rd. } 1000 \text{ kg/qcm}.$$

Der Eisenbetonbalken kann in dieser Anordnung auch als Fachwerkträger mit einfachem oder doppeltem Strebensystem (Abbildungen 143 und 144) betrachtet werden, wobei die schraffierten Betonstreifen die

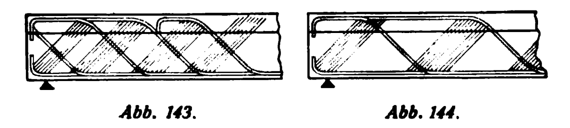


Abb. 143. *Abb. 144.*

Druckstreben vorstellen. Man erhält genau die gleiche Zugkraft in den abgebogenen Eisen, ob man die Querkraft in die Richtung der Diagonalen zerlegt, ähnlich wie bei dem Parallelträger einfachen oder mehrfachen Systemes, oder ob man sie aus der Schubspannung τ_0 rechnet.

Nachdem bei den vorhergehenden Versuchen I—III die Risse nach den Auflagern hin eine Neigung bis etwa 45° angenommen haben, ist es außer Zweifel, daß in den diese Richtung kreuzenden Eisen tatsächlich Zugspannungen auftreten werden. Infolgedessen wird die Haftspannung an den unten liegenden Eisen in anderer Weise zu berechnen sein, als es auf Seite 152 angegeben ist, wo nur gerade Stangen vorausgesetzt wurden. Wenn wir bei der fachwerkartigen Wirkung bleiben, so ergibt sich für die unteren, auf das Auflager hinausgehenden Eisen von der letzten Abbiegestelle bis ans Ende eine konstante Beanspruchung, die sich aus dem Schnittmoment, bezogen auf den dem betreffenden Fachwerkstab entsprechenden Momentenpunkt, berechnen läßt. Beim doppelten Strebensystem ist dies der Kreuzungspunkt der ersten Streben, beim einfachen System der erste obere Knotenpunkt. Beide fallen in die Nähe des Auflagers, so daß das Moment hauptsächlich vom Auflagerwiderstand herrührt. Bezeichnet man diesen mit Q und sieht also der Einfachheit wegen von der zwischen dem Auflager und dem Momentenpunkt liegenden Belastung ab, dann erhält man mit der Voraussetzung unter 45° geneigter Füllungsglieder die Zugkraft Z im ersten unteren Fachwerkstab

beim doppelten Strebensystem $Z = \dfrac{Q \cdot \frac{z}{2}}{z} = \dfrac{Q}{2}$

„ einfachen „ $Z = \dfrac{Q \cdot z}{z} = Q.$

Diese Zugkraft muß durch den Endhaken und durch die Haftung bis zur nächsten Abbiegestelle auf den Beton übertragen werden. Ein richtig ausgebildeter, ⊂förmiger Haken würde im stande sein, die Übertragung mit voller Sicherheit zu besorgen, will man aber trotz-

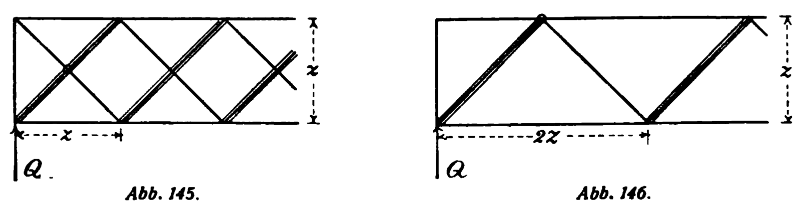


Abb. 145. *Abb. 146.*

dem die Haftspannung rechnen, so kann man von der Wirkung des Hakens ganz absehen und annehmen, daß sich die Haftspannung auf die Länge des ersten unteren Fachwerkstabes gleichmäßig verteile, alsdann erhält man, wenn U den Umfang der geraden Stangen bedeutet

beim doppelten Strebensystem $\tau_1 = \dfrac{Q}{2z \cdot U}$

„ einfachen „ $\tau_1 = \dfrac{Q}{2z \cdot U}$

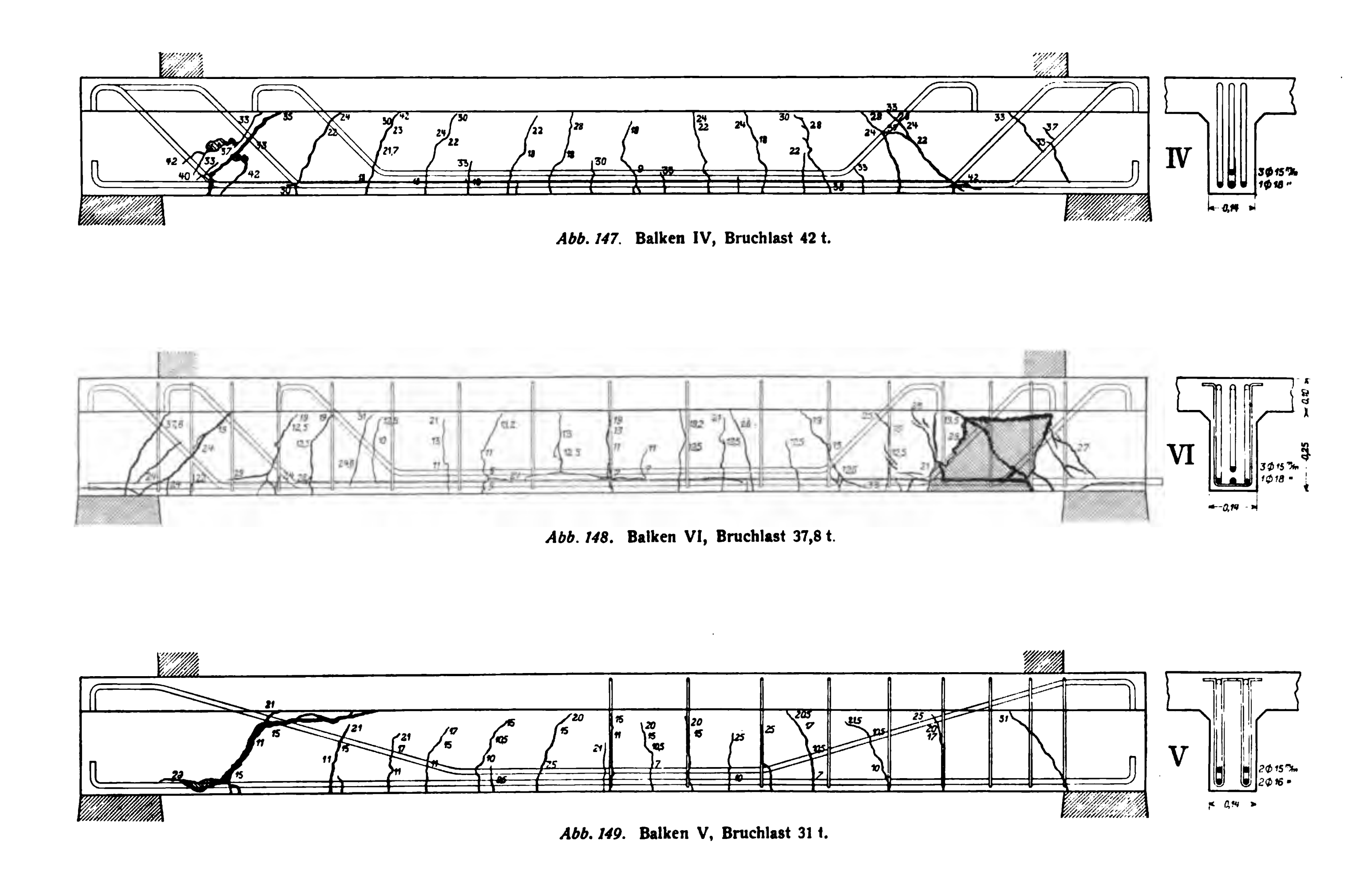


Abb. 147. Balken IV, Bruchlast 42 t.

Abb. 148. Balken VI, Bruchlast 37,8 t.

Abb. 149. Balken V, Bruchlast 31 t.

also die Hälfte des früher unter der Voraussetzung von nur geraden Eisen abgeleiteten Wertes. Die Formel gilt nur, wenn alle schiefen Zugspannungen $= \tau_0$ von den abgebogenen Eisen aufgenommen werden, sie ist ebenso berechtigt wie jede andere, wenn die zulässigen Werte für τ_1 aus Biegeversuchen mit entsprechend konstruierten Balken abgeleitet werden. Soweit es die vorzuführenden Versuche beurteilen lassen, stimmen die nach dieser Formel ermittelten Werte der Haftfestigkeit bei Biegung sehr gut mit den Zahlen der direkten Gleitversuche überein.

Betrachten wir nun das Verhalten des Balkens IV bei der Belastung: Mit 9 t (vergl. Abbildung 147) erscheint der erste Zugriß in der Mitte entsprechend der Beanspruchung $\sigma_e = 810$ kg/qcm (nach Stadium I mit $n = 15$ ergibt sich $\sigma_z = 27{,}1$ kg/qcm als Zugbeanspruchung des Betons). Gleichzeitig ist am Auflager die Schubspannung $\tau_0 = 7{,}0$ kg/qcm und die Haftspannung nach der soeben abgeleiteten Formel $\tau_1 = 8{,}7$ kg/qcm. Weitere Dehnungsrisse treten erst bei 13,8, 14 und 18 t auf. Die schiefen Risse nächst den Enden erscheinen bei 33 t Belastung, derjenige links führt bei 42 t zum Bruch. Bei 33 t berechnet sich $\tau_0 = 21{,}7$, $\tau_1 = 26{,}8$ kg qcm, und es scheint, daß die Haftfestigkeit von da ab überwunden wurde mit der Wirkung, daß in das nächste abgebogene Eisen eine größere Kraft übertragen werden mußte; es ist, wenn wir die Vorstellung des Fachwerkträgers beibehalten, ein Träger mit abgeschrägtem Ende entstanden, und die erste Abbiegung erhält dadurch eine doppelt so große Beanspruchung. Infolgedessen übte die Abbiegestelle eine sprengende Wirkung auf den Beton aus, wodurch schließlich der Bruch herbeigeführt wurde. Die rechnungsmäßigen Beanspruchungen beim Bruch sind $\sigma_b = 62$, $\sigma_e = 3260$, $\tau_0 = 27$, $\tau_1 = 33{,}5$ kg/qcm, wovon letztere Zahl natürlich keine praktische Bedeutung mehr hat. Jedenfalls ersieht man aus diesem Versuch, daß es von Wert ist, die unten durchgehenden Eisen so anzuordnen, daß sie nicht herausgerissen werden können, und daß eine gute Ausrundung an der Abbiegestelle zu empfehlen ist.

Im Anschluß an Balken IV sei zunächst der Versuch beschrieben mit

Balken VI (Abbildung 148), dessen Eiseneinlage ebenso angeordnet ist, wie bei Balken IV. Nur ist die gerade Stange ohne Haken und steht an einem Ende vor, so daß der Beginn des Gleitens beobachtet werden konnte. Die Bügel sind auf die ganze Trägerlänge eingelegt, und das mittlere der abgebogenen Eisen zeigt eine kleine Abweichung, indem es vor der Auflagerflucht aufhört.

Die ersten Dehnungsrisse in der Mitte sind bei 6 t Belastung sichtbar, entsprechend einem gerechneten $\sigma_e = 590$ kg/qcm. Die ersten schiefen Risse erscheinen bei 19 und 20 t, beginnen im Zuggurt und

sind ganz ähnlich denjenigen bei Körper IV. Gleichzeitig hat auch das vorstehende Eisen von 18 mm Durchmesser begonnen, sich einwärts zu bewegen. Hierfür ist $\tau_0 = 13,1$, $\tau_1 = 16,3$ kg/qcm. Durch das Gleiten steigt wieder die Beanspruchung in den abgebogenen Eisen in der Nähe der Auflager.

Die Zerstörung tritt bei 37,8 t Belastung ein, hierbei ist rechnungsmäßig: $\sigma_b = 56$, $\sigma_e = 2950$, $\tau_0 = 24,5$, $\tau_1 = 30,4$ kg/qcm. Die letzte Zahl hat selbstverständlich keinen Sinn mehr. Infolge des Nachgebens des geraden Eisens ist der Druck auf die Abbiegung des letzten Eisens so gestiegen, daß dort ähnlich wie bei IV Betonschalen abgesprengt werden. (Vergl. die photogr. Abbildung 150.)

Aus dem Vergleich mit IV ersehen wir, daß bei richtiger Anordnung der Hauptarmierung gegenüber den Schubkräften die Bügel keine große Bedeutung mehr haben, daß es aber wichtig ist, die unten



Abb. 150. Balken VI unter der Bruchlast.

bleibenden Eisen gegen Gleiten zu sichern, dadurch, daß man sie mit Haken versieht und sie in solcher Zahl durchführt, daß die nötige Sicherheit gegen Gleiten vorhanden ist. Die größere Bruchlast von IV ist lediglich den Haken am geraden Eisen zu verdanken.

Balken V (Abbildung 149). Die Eiseneinlage ist ähnlich dem Hennebique-System mit zwei geraden Eisen von 16 mm Durchmesser und zwei abgebogenen, ein Hängwerk bildenden, von 15 mm angeordnet. Die beiden letzteren sind miteinander im Drittel abgebogen und steigen bis zum Auflager nach oben. Die eine Hälfte des Balkens ist ohne Bügel, während die andere Einzelbügel enthält, die jedes Eisen umschließen.

Bei 7 t Belastung erscheinen die ersten Zugrisse an beiden Trägern, die rechnungsmäßige Eisenspannung beträgt dann $\sigma_e = 702$ kg/qcm. Nachdem die Last bis 11 t gestiegen ist, tritt an der bügelfreien Seite ein oben am Steg beginnender schiefer Riß auf, der schließlich bei 31 t zum Bruch führt. Am anderen Träger kommt der entsprechende

Riß erst bei 17 t, was vielleicht von ungleicher Belastung herrührt. Rechnet man für das Mittel beider Lasten die Schubspannung am oberen Rißende aus, so erhält man $\tau_0 = 7{,}65$ kg/qcm, übereinstimmend mit den Balken I und II. Der Bruchvorgang ist genau wie bei I, II und III, indem durch die Drehung beider Teile gegeneinander die unteren Eisen links vom Riß nach unten gedrückt werden, während oben der Steg sich von der Platte losreißt. Am Auflager der mit Bügeln versehenen Hälfte zeigt sich bei der Bruchbelastung von 31 t ein geneigter Riß. Für den Bruchzustand berechnet sich $\sigma_b = 48{,}3$, $\sigma_e = 2600$, $\tau_0 = 21$, $\tau_1 = 29{,}4$ kg/qcm, letztere nach den »Leitsätzen« auf den Umfang der beiden geraden Eisen gerechnet.

Aus dem Vergleich von Balken V mit I, II und III folgt, daß die Hängwerkarmierung für gleichmäßige Belastung nicht mehr Sicherheit gegen das Auftreten der schiefen Zugrisse und die von ihnen eingeleitete Zerstörung des Verbandes bietet als die geraden Rundstangen ohne Bügel, und daß sie ebensosehr der Bügel als eines notwendigen Bestandteiles bedarf. Der Balken V trug nur wenig mehr als I, weniger als II und nur $^3/_4$ von IV, womit die Überlegenheit der Trajektorienarmierung deutlich bewiesen ist. Dabei darf nicht vergessen werden, daß IV und VI absichtlich so konstruiert waren, daß die Haftspannung am geraden Eisen überwunden werden mußte.

Die Versuche der ersten Gruppe geben, wie schon erwähnt, keinen Aufschluß, um wieviel die Bügel bei I, II, III und V, auf die ganze Länge durchgeführt, die Tragfähigkeit erhöht haben würden, ferner lassen sie die Frage offen, inwieweit eine Verminderung von τ_1 bei IV und VI etwa durch Anordnung von zwei oder drei geraden Eisen den Bruch verzögert hätte.

Die drei Balken der zweiten Gruppe sind für zwei konzentrierte Lasten in den Drittelspunkten vorgesehen worden und unterscheiden sich von denen der ersten Gruppe nur durch die Anordnung der Eiseneinlagen, die aber den gleichen Gesamtquerschnitt aufweisen.

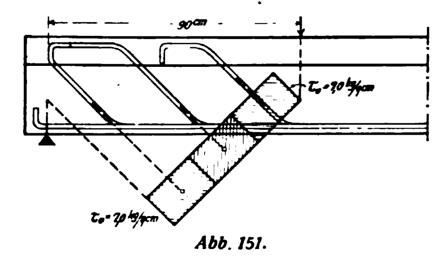


Abb. 151.

Balken VII (Abbildung 152) enthält vier Eisen von 16 mm Durchmesser, von denen eines gerade durchgeht und an den Enden mit Haken versehen ist, während die anderen so abgebogen sind, daß sich ihre Abbiegungen auf die Strecke mit konstanter Querkraft gleichmäßig verteilen (Abbildung 151), Bügel sind auf der ganzen Länge vorhanden. Für die zulässige Belastung von $2P = 9$ t berechnen wir $\sigma_e = 1010$, $\tau_0 = 7{,}0$, $\tau_1 = 9{,}8$ kg/qcm nach der Formel

$$\tau_1 = \frac{Q}{2z \, . \, U}.$$

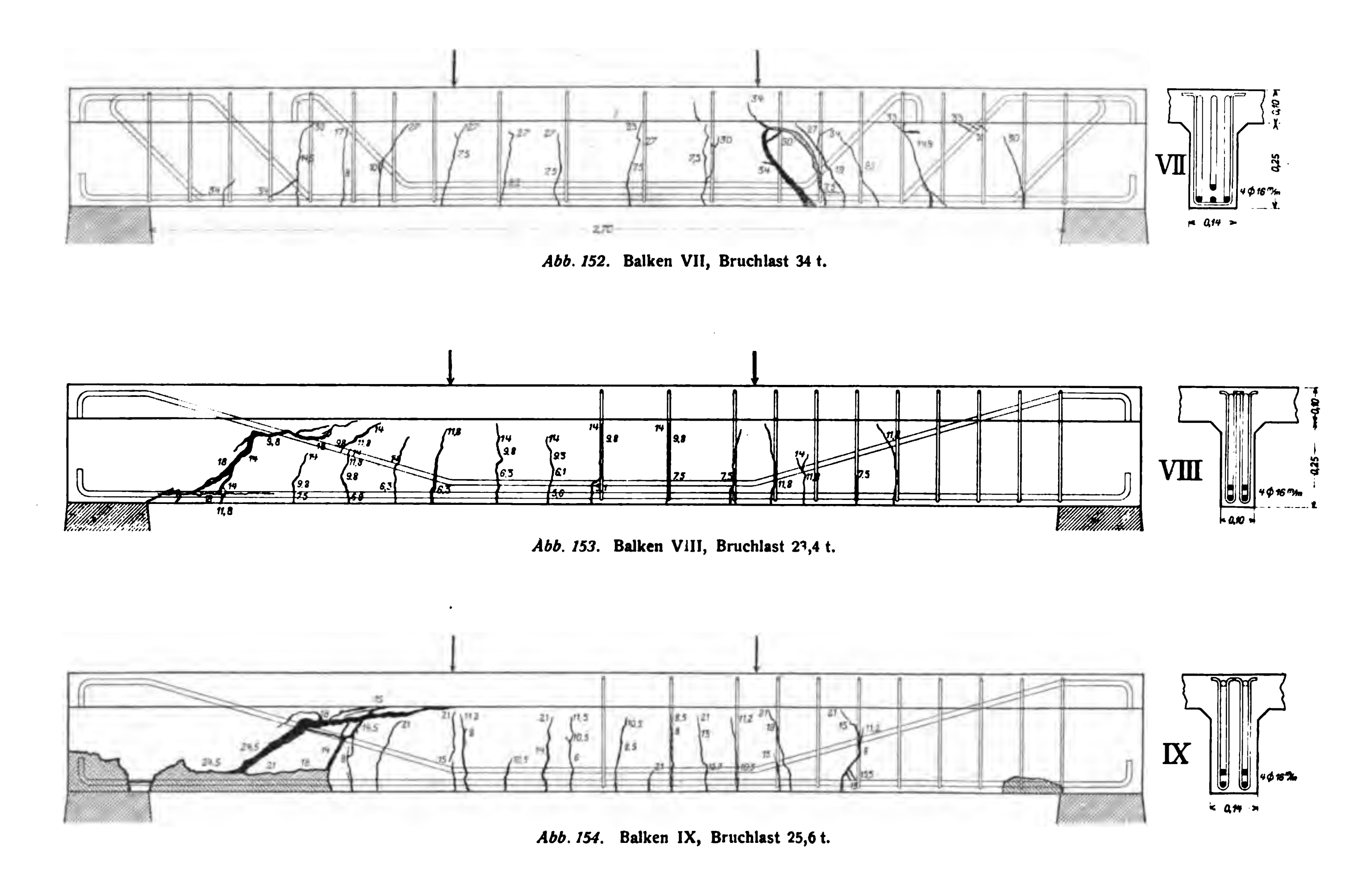


Abb. 152. **Balken VII, Bruchlast 34 t.**

Abb. 153. **Balken VIII, Bruchlast 23,4 t.**

Abb. 154. **Balken IX, Bruchlast 25,6 t.**

Auf eines der abgebogenen Eisen kommt die Zugkraft

$$Z = \frac{7,0 \,.\, 14 \,.\, 90}{1,414 \,.\, 3} = 2100 \text{ kg},$$

somit ist ihre Beanspruchung

$$\sigma_e = \frac{2100}{2,01} = 1040 \text{ kg/qcm}.$$

Die ersten Dehnungsrisse werden bei beiden Trägern unter einer Last von 7,5 t sichtbar und verteilen sich gleichmäßig auf die Mittelstrecke von konstantem Biegungsmoment. In diesem Zustand ist die Spannung $\sigma_e = 862$ kg/qcm, während die Zugspannung des Betons nach Stadium I mit $n = 15$ sich zu $\sigma_z = 29,2$ kg/qcm berechnet. Mit wachsender Belastung nehmen die Zugrisse an Höhenausdehnung zu und gegen die Auflager hin treten weitere Risse auf, entsprechend der steigenden Beanspruchung der geraden und abgebogenen Eisen. Zum Schluß ist die Last etwas einseitig nach rechts verschoben, so daß bei 34 t der Bruch unter der konzentrierten Last rechts eintritt. Unter der Annahme gleich großer konzentrierter Lasten berechnet sich also etwas zu klein:

$$\sigma_b = 65, \quad \sigma_e = 3420, \quad \tau_0 = 22,4, \quad \tau_1 = 31,5 \text{ kg/qcm}.$$

Von einem Lösen der Enden des geraden Eisens war nichts zu sehen.

Balken VIII (Abbildung 153). Die Armierung von vier Eisen von 16 mm Durchmesser ist nach dem Hängwerksystem ausgebildet, indem die Hälfte von den Drittelspunkten aus flach nach den Auflagern hin aufgebogen ist. Die Stegbreite beträgt nur 10 cm, und Bügel sind nur auf der einen Trägerhälfte eingelegt.

Es ist eine verbreitete Anschauung, daß bei dieser Armierung, wie sie *Hennebique* eingeführt hat, ein Teil der Belastung durch das von den abgebogenen Eisen gebildete Hängwerk auf die Auflager übertragen werde, daß also auf den mit dem Hängwerk verbundenen geraden Balken nicht mehr der ganze Auflagerdruck als Querkraft am Ende wirke. Wenn die dem *Hennebique*-System unterschobene Hängwerktheorie irgendwelche Gültigkeit hat, so mußte sie sich im vorliegenden Falle bewähren, denn das Hängwerk hat hier ohne weiteres die Gleichgewichtsform für einen Teil der konzentrierten Belastung. Der erste Dehnungsriß zeigt sich bei der Last von 5,0 t; ihm entspricht $\sigma_e = 648$ kg/qcm. Weitere Risse, über das mittlere Drittel verteilt, folgen bald. Nachdem 9,8 t aufgebracht sind, zeigt sich links ein nahezu wagrechter Riß oberhalb des abgebogenen Eisens. Hierfür berechnet sich $\tau_0 = 10,7$ kg/qcm und mit Rücksicht auf die durch das Eigengewicht etwas geringere Querkraft an der Rißstelle $\tau_0 = 9,7$ kg/qcm. Nach der Hängwerktheorie würde etwa die Hälfte der Last unmittelbar durch die abgebogenen Eisen übertragen, so daß die andere Hälfte

auf den geraden Balken käme, der dann ein $\tau_0 = 4{,}8$ kg/qcm erleiden würde. Damit ist aber der nahezu wagrechte Riß nicht erklärt. Bei 14 t setzt sich der Riß in geneigter Richtung nach unten fort, hierfür ist $\tau_0 = 14{,}2$. Dies würde dafür sprechen, daß, nachdem der wagrechte Riß bei 9,8 t entstanden war, das Hängwerk tatsächlich etwa die Hälfte der Last trug, so daß das τ_0 des Balkens noch 7,1 kg/qcm betragen hätte.

Der Bruch erfolgt sodann durch Erweitern des schiefen Risses und Herunterdrücken des Eisens nach dem Auflager hin bei 23,4 t, wofür sich $\sigma_b = 47{,}6$, $\sigma_e = 2450$, $\tau_0 = 22{,}8$ kg/qcm berechnen; die Haftspannung τ_1 ergibt sich ebenso groß wie τ_0, wenn man sie wie für

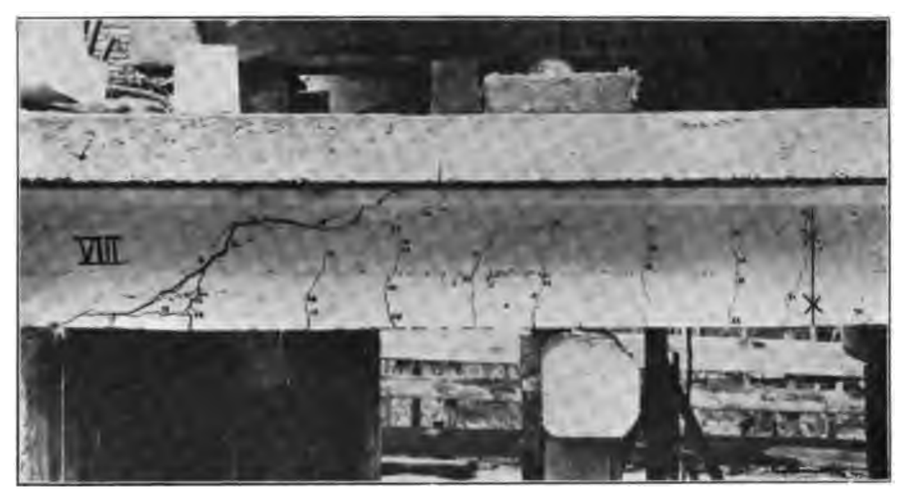


Abb. 155. Balken VIII unter der Bruchlast.

einen Balken mit nur zwei geraden Eisen rechnet. Zum Schluß sprengen die Haken, welche die Zugkraft ganz zu übertragen haben, den Beton auseinander (vergl. die Aufnahme Abbildung 155).

Balken IX (Abbildung 154) enthält die gleichen Eiseneinlagen wie Körper VIII, doch beträgt die Stegbreite 14 cm.

Dem ersten Dehnungsriß bei 5,9 t entspricht eine rechnungsmäßige Eisenbeanspruchung von $\sigma_e = 735$ kg/qcm. Bei 14,5 t erscheinen Risse oben, die auf ein Losreißen des Hängwerkes hindeuten; hierfür ist $\tau_0 = 9{,}9$ kg/qcm, also etwa so groß wie bei Körper VIII. Am hinteren Träger tritt dann mit 24,5 t der Schubriß weiter nach dem Auflager hin auf. Wenn wieder angenommen wird, daß jetzt das Hängwerk die halbe Last aufnehme, so ist für den geraden Balken $\tau_0 = 8{,}7$ kg/qcm, also etwa gleich der Zugfestigkeit des Betons. Für den Bruch, der bei 25,6 t in der gleichen Weise wie bei Balken VIII vor sich geht, berechnet sich $\sigma_b = 52{,}2$, $\sigma_e = 2690$, $\tau_0 = 17{,}7$, $\tau_1 = 24{,}8$ kg/qcm, wobei die beiden letzten Werte nach der Hängwerkstheorie sich nur halb so groß ergeben würden. Auf der mit Einzelbügeln versehenen Seite

vermochten diese durch ihre Zugfestigkeit die Bildung schiefer Risse zu verhindern und erwiesen sich somit wieder als ein wesentlicher und unentbehrlicher Bestandteil des *Hennebique*-Systems. Die Grenze ihrer Leistungsfähigkeit ist aber durch diesen Versuch nicht ermittelt, nach der oben angegebenen Berechnungsweise der Bügel wären sie nach Reißen des Betons mit 1700 kg/qcm auf Zug beansprucht. Jedenfalls können wir aus den Versuchen der zweiten Gruppe feststellen, daß die Abbiegung der Eiseneinlagen nach der Theorie der schiefen Zugspannungen τ_0 viel zweckmäßiger ist, als nach der Hängwerkstheorie, denn die Bruchlasten verhalten sich wie 34 : 23,4 : 25,6 t. Die Armierung der Körper VIII und IX bedarf sehr notwendig der Bügel

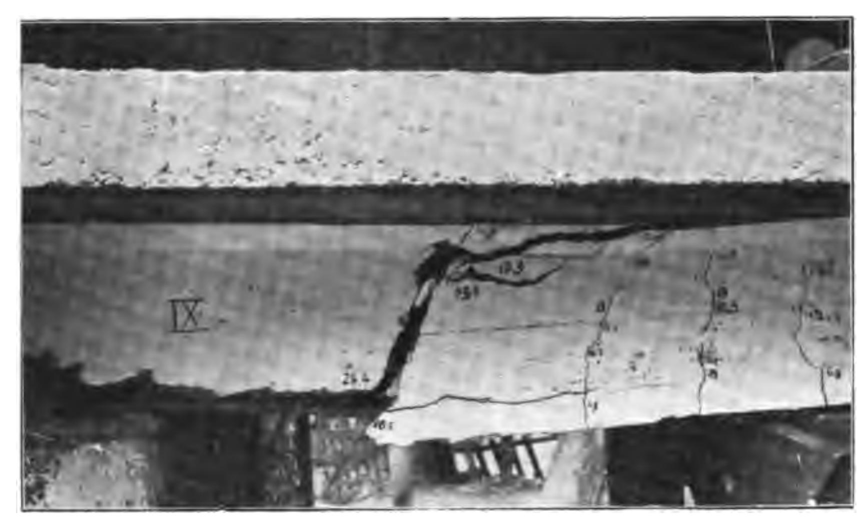


Abb. 156. **Balken IX unter der Bruchlast, 2. Träger.**

und es wäre noch durch besondere Versuche festzustellen, wieviel sie dann noch besser wirkt als eine Armierung mit nur geraden Eisen und derselben Bügelanordnung.

Die dritte Gruppe der Probebalken wurde für eine konzentrierte Belastung in der Mitte vorgesehen. Da die gleiche Eisenmenge wie bei der zweiten Gruppe beibehalten wurde, so ist klar, daß die Wirkung der Querkraft gegen die des Mittelmomentes zurücktrat. Tatsächlich erfolgte bei den Balken X—XII der Bruch in der Mitte durch Überwinden der Zugfestigkeit des Eisens.

Balken X (Abbildung 157). Armierung nach dem Trajektoriensystem durch vier Eisen von 16 mm Durchmesser, wovon drei abgebogen und eines gerade durchgehend; eine Hälfte des Balkens ohne, die andere mit Bügeln.

Für den ersten Dehnungsriß, der bei 7,5 t schon ziemlich hochgehend beobachtet wird, berechnet sich $\sigma_e = 1240$, $\tau_0 = 6{,}1$ und die Haftspannung nach der Formel

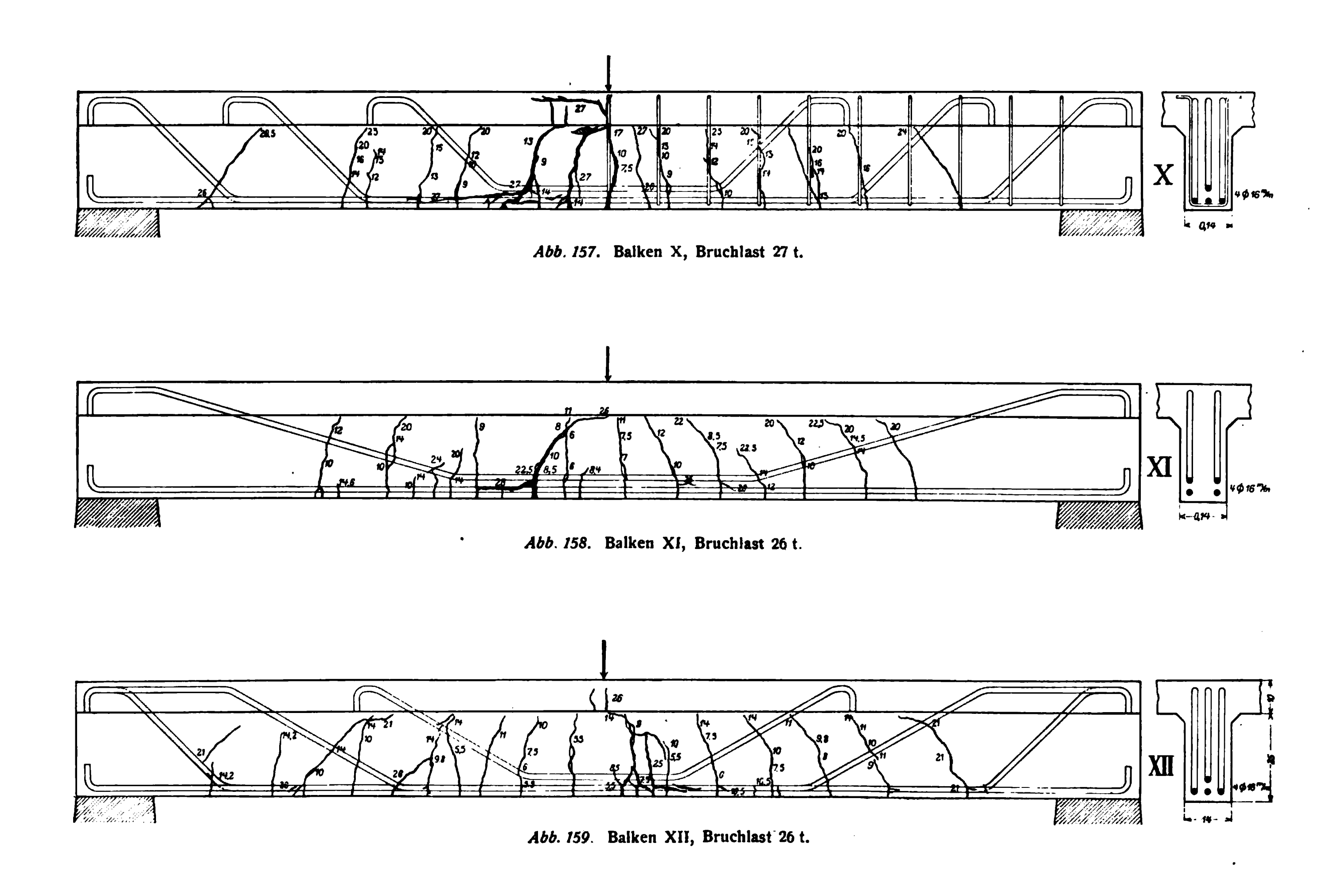


Abb. 157. Balken X, Bruchlast 27 t.

Abb. 158. Balken XI, Bruchlast 26 t.

Abb. 159. Balken XII, Bruchlast 26 t.

$$\tau_1 = \frac{Q}{2z \,.\, U}$$

berechnet zu $\tau_1 = 8{,}5$ kg/qcm. Mit zunehmender Last entsteht eine ganze Anzahl Zugrisse, ohne daß sich ein wesentlicher Unterschied zwischen beiden Balkenhälften zeigt. Der Bruch erfolgt bei 27 t durch Öffnen des mittleren Risses und Zerdrücken des Betons an der Oberseite der Platte, vergl. Abbildung 160. Rechnungsmäßig ist $\sigma_b = 77{,}5$, $\sigma_e = 4050$, $\tau_0 = 18{,}1$, $\tau_1 = 25{,}4$ kg qcm.

In diesem Fall ergibt die Rechnung für σ_e etwas Unbrauchbares, da infolge der großen Eisendehnungen die Druckzone, die rechnungsmäßig 7 cm hoch sein soll, bis auf etwa 2 cm zusammen-



Abb. 160. **Balken X unter der Bruchlast.**

geschrumpft ist, indem die Risse sich so weit nach oben verlängerten. Rechnet man nun mit dem neuen Hebelarm zwischen Zug und Druck von 30,2 cm, so wird $Z = D = 31\,300$ kg und

$$\sigma_e = \frac{31\,300}{8{,}4} = 3880 \text{ kg qcm}, \quad \sigma_b = \frac{2 \,.\, 31\,300}{120 \,.\, 2} = 262 \text{ kg/qcm}.$$

Die Würfelfestigkeit wurde im Mittel zu 182 kg qcm senkrecht zur Stampfrichtung ermittelt.

Balken XI (Abbildung 158) besitzt Eiseneinlagen in Form eines Hängwerkes, jedoch fehlen Bügel auf der ganzen Länge des Balkens. Bei 6 t erscheinen die ersten sehr feinen Zugrisse ziemlich hochgehend in der Mitte, entsprechend $\sigma_e = 1045$, $\tau_0 = 5{,}3$, $\tau_1 = 7{,}42$ kg qcm. Das weitere Verhalten ist ganz ähnlich wie bei X. Der Bruch erfolgt auch in gleicher Weise bei 26 t nachdem von 22,5 t ab der betreffende Riß in der Mitte sich zu erweitern begonnen hat. Es ergibt sich $\sigma_b = 4000$, $\sigma_b = 83$, $\tau_0 = 17{,}9$, $\tau_1 = 25{,}1$ kg qcm. Hier ist σ_e in ähnlicher Weise zu verbessern, wie beim vorhergehenden Körper, so daß auch etwa 3800 kg qcm Eisenspannung erreicht wurden.

Balken Nr.	Erste Zugrisse			Beginn der geneigten Risse, die später zum Bruch führen					Bruchstadium. Die fettgedruckten Zahlen sind die Bruchursache					Schubspannung τ am seitlichen Anschluß der Platte an den Steg	Balken Nr.
	Last Q in t	σ_e kg/qcm	σ_z kg/qcm	Last Q	σ_e kg/qcm	τ_1 kg/qcm	τ_0 am Aufl. kg/qcm	τ_0 am oberen Rißende kg/qcm	Last Q in t	σ_b kg/qcm	σ_e kg/qcm	τ_1 kg/qcm	τ_0 kg/qcm		
I	7,0	668	22,7	15	1260	8,65	10,5	**7,4**	25,7	38,0	2060	13,9	**16,9**	10,4	I
II	13,7	1200	26,8	30	2410	16,5	10,0	**7,0**	40,0	58,0	3150	21,2	**12,9**	13,9	II
III	5,8	710	19,8	13	1370	7,25	9,3	**6,0**	19,5	28,0	1960	10,3	**13,2**	8,1	III
IV	9,0	810	27,1	33	2570	**26,8**	21,7		42	62,0	3260	(33,5)	27	16,7	IV
V	7,0	702	22,2	14	1260	14,4	10,3	**7,6**	31	48,3	2600	29,4	**21**	13,0	V
VI	6,0	590	20,1	19		**16,3**	13,1		37,8	56,0	2950	**30,4**	24,5	15,2	VI
VII	7,5	862	29,2						34	65	**3420**	31,5	22,4	13,8	VII
VIII	5,1	648	25,1	9,8	1115	10,7	10,7	**9,7**	23,4	47,6	2450	22,8	**22,8**	14,7	VIII
IX	5,9	735	24,2	14,5	1580	15,0	9,9	**9,0**	25,6	52,2	2690	24,8	**17,7**	11,0	IX
X	7,5	1240	41,0						27,0	(77,5)	4050 **3880**	25,4	18,1	11,2	X
XI	6,0	1045	33,9						26,0	(83)	4000 **3800**	25,1	17,9	11,1	XI
XII	5,5	940	31,6						26,0	(74,6)	3900 **3740**	24,5	17,5	10,8	XII

Balken XII (Abbildung 159). Eiseneinlage vier Eisen von 16 mm Durchmesser, davon ein Stück unter 45°, die beiden mittleren unter 30° abgebogen, ein Rundeisen geht gerade bis zu den Auflagern durch. Der Verlauf der Probebelastung ist ganz ähnlich wie bei X. Den ersten Zugrissen bei 5,5 t entspricht $\sigma_e = 940$ kg/qcm. Bei 26 t ist die Tragfähigkeit erschöpft, die Rechnung ergibt hierfür $\sigma_b = 74{,}6$, $\sigma_e = 3900$, $\tau_0 = 17{,}5$, $\tau_1 = 24{,}5$ kg/qcm. Mit dem der Wirklichkeit entsprechenden Hebelarm von 30,2 cm ergibt sich

$$Z = D = 30\,100 \text{ und } \sigma_e = \frac{30\,100}{8{,}04} = 3740 \text{ kg/qcm.}$$

Die Balken der letzten Gruppe ergaben also keinen Aufschluß über die Wirkung der Schubkräfte und hätten zu diesem Zweck mit stärkeren Eisen ausgeführt werden müssen. Dagegen sind beim Bruch Eisenbeanspruchungen nachgewiesen worden, die erheblich über der Streckgrenze des Eisens liegen. Dies dürfte gegenüber anderen Versuchen seinen Grund darin haben, daß die Deckenplatte ziemlich breit war, so daß die Zerstörung des Betons trotz des Kantendruckes verhältnismäßig spät erfolgte.

Der leichteren Übersicht wegen sind die Zahlenwerte dieser 12 Versuche in der vorstehenden Tabelle zusammengestellt, wo auch noch die nach Stadium I mit $n = 15$ ermittelten Zugspannungen σ_z des Betons beim Auftreten der ersten Risse und die Schubspannungen in den seitlichen Anschlußfugen zwischen Deckenplatte und Steg beim Bruch beigefügt sind.

Versuche der Materialprüfungsanstalt Stuttgart*).

Diese im Auftrage der Eisenbetonkommission der Jubiläumsstiftung der Deutschen Industrie angestellten Versuche erstreckten sich auf Balken von rechteckigem und T-förmigem Querschnitt und sollten Aufschluß über den Wert von τ_1 bei Biegung geben. Bei der Ausarbeitung des Programms mußte also darauf Rücksicht genommen werden, daß der Bruch der Körper nicht vorher in anderer Weise eintrat, ehe der Gleitwiderstand der Eisen erschöpft war.

Die 2,16 m langen rechteckigen Balken lagen mit einer Spannweite von 2,0 m frei auf und wurden mit zwei symmetrischen Lasten, die 1,0 m voneinander entfernt waren, belastet. Die geraden Eisenstangen ohne Haken waren an den Enden sichtbar, so daß die geringste Verschiebung gemessen werden konnte, außerdem war die über das Auflager hinausreichende Eisenlänge fast ganz durch Aussparen eines schmalen Hohlraums vom Beton isoliert. Die Zerstörung erfolgte bei allen Balken durch Überwinden des Gleitwiderstandes, dessen berechneter Wert in der folgenden Tabelle angegeben ist.

*) *C. v. Bach*, Versuche mit Eisenbetonbalken, Berlin 1907. Mitteilungen über Forschungsarbeiten, Heft 45 bis 47.

Nr.	Querschnitt	Eiseneinlagen	Nach den Leitsätzen beim Bruch berechnete Werte von τ_0 kg/qcm	τ_1 kg/qcm	Alter	Bemerkungen
1	30/30 cm	1 Φ 25 mm glatt bearbeitet	2,7 3,8	10,3 14,5	50 Tg. 6 Mon.	Nur ein vertikaler Riß unter einer Last. Vertikaler Bruchriß
2	30/30 cm	1 Φ 25 mm mit Walzhaut	4,7 5,7	17,9 22,0	50 Tg. 6 Mon.	Bruchrisse sehr wenig geneigt
3	20/30 cm	1 Φ 18 mm mit Walzhaut	6,0	21,1	6 Mon.	Bruchrisse zum Teil etwas geneigt
4	15/30 cm	1 Φ 22 mm mit Walzhaut	8,8	19,1	6 Mon.	Bruchrisse teilweise deutlich geneigt
5	30/30 cm	1 Φ 32 mm mit Walzhaut	6,6	19,8	6 Mon.	Bruchrisse fast vertikal

Bei den 50 Tage alten Körpern Nr. 1 erfolgte mit dem ersten Riß unter einer Last sofort der Bruch, während bei allen übrigen der Gleitwiderstand so groß war, daß vorher auch noch andere Risse sichtbar wurden und der Bruchriß mit zunehmender Last allmählich an Höhenausdehnung gewann. Bei allen Körpern bildete sich an der Unterfläche unter dem Eisen beim Beginn des Gleitens ein Längsriß, der auf das schon früher besprochene Herunterdrücken der Eiseneinlage bei etwas schiefem Verlauf der Risse zurückzuführen ist. Die Zugrisse traten innerhalb der zwei Lasten, also auf der Strecke mit konstantem Moment ziemlich gleichmäßig verteilt auf. Die Tragfähigkeit dieser Balken war erschöpft mit dem Eintritt des Gleitens.

Parallel zu den Balken Nr. 4 wurden noch solche mit Bügeln hergestellt, die, aus Φ 7 mm gebildet, das Eisen umschlossen und in Abständen von 8 cm zwischen den Auflagern und den Lasten verteilt waren. Der mittlere Teil zwischen den Lasten, wo die Querkraft Null war, blieb ohne Bügel. Beim Versuch konnte festgestellt werden, daß die ersten Zugrisse etwas früher und zwar beim innersten Bügel eintraten, was der Verschwächung des Betonquerschnitts zuzuschreiben ist. Im übrigen war der Verlauf der Rißbildung ganz ähnlich wie bei den entsprechenden Balken ohne Bügel. Die Bruchrisse, die wie dort von unten schräg gegen den Angriffspunkt der Last ansteigen, sind eher noch mehr geneigt (Abbildung 161).

Für den Bruch berechnet sich der Gleitwiderstand als Mittel aus drei Versuchen zu

$$\tau_1 = 23{,}3 \text{ kg/qcm},$$

während die entsprechenden Balken ohne Bügel nur 19,1 ergaben. Das Mehr ist also dem Widerstand zu verdanken, den die Bügel dem Herunterdrücken des Eisens entgegensetzten. Nach der früher unter der Voraussetzung schiefer Zugrisse gemachten Annahme, daß die

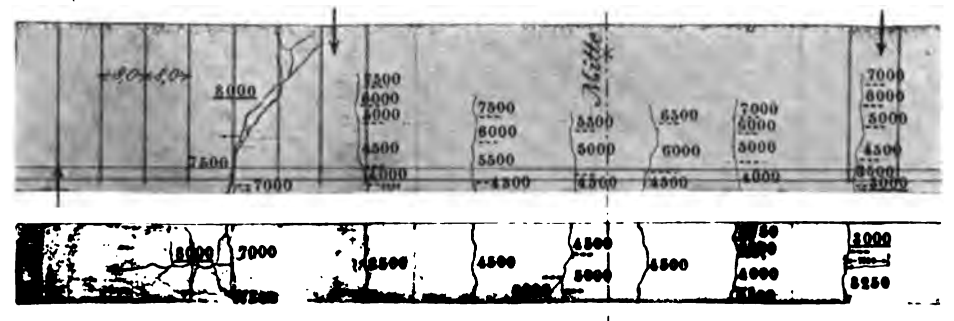
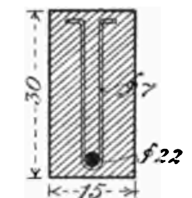


Abb. 161. Seitenfläche, Untersicht und Querschnitt eines rechteckigen Balkens mit geradem Eisen und Bügeln.

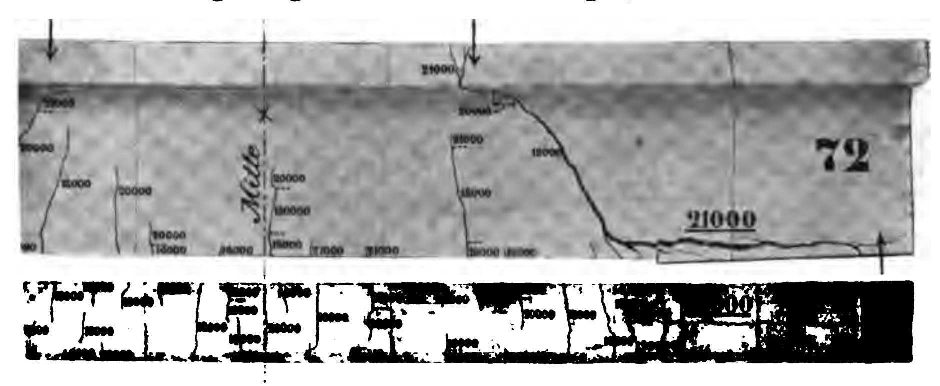


Bügel auf einer Länge gleich dem Hebelarm *z* zwischen Zug- und Druckmittelpunkt die Querkraft aufnehmen müssen, erhält man hier die Zugbeanspruchung der Bügel beim Beginn des Gleitens zu 1680 kg/qcm. Die Beanspruchung von $\tau_1 = 23{,}3$ kg/qcm läßt sich gut mit den Resultaten der direkten Haftfestigkeitsversuche in Einklang bringen. Die Zusammensetzung des Betons war die gleiche, nämlich 1 Teil Portlandzement zu 4 Teilen Rheinkiessand mit 15 % Wasserzusatz. Die Zugfestigkeit des Betons wurde zu 12,6 kg/qcm durchschnittlich ermittelt, deshalb ist die Neigung der Bruchrisse bei den viel kleineren Werten von τ_0 gering.

Die Balken T-förmigen Querschnitts waren 3 m weit gespannt und wurden ebenfalls durch zwei symmetrische Lasten, die 1 m voneinander entfernt waren, belastet. Von den drei Gruppen, die nur gerade Hauptarmierung, 2 Φ 24 + 1 Φ 32 mm, besaßen, enthielt die erste keine Bügel, während die zweite auf der Strecke mit konstanter Querkraft 7 mm starke Umschließungsbügel in 9 cm Abstand und die dritte in 14 cm Entfernung je drei Einzelbügel (*Hennebique*) von 30/2 mm aufwiesen.

Bei der Gruppe ohne Bügel bildete sich, nachdem die ersten Kantenrisse bei 14 und 16 t Belastung erschienen waren, unter der Belastung von 18 t ein gegen den Lastangriffspunkt gerichteter schiefer Riß, der gleich sehr hoch ging und an Ausdehnung die mittleren Zugrisse weit übertraf (Abbildung 162). Der weitere Verlauf und die Brucherscheinung sind dieselben, wie sie bei den Plattenbalkenversuchen der Firma *Wayß & Freytag* für Körper I—III beschrieben sind. Bei 18 t Belastung ist $\tau_0 = 10{,}3$ kg/qcm.

Die zweite Gruppe mit 7 mm starken Umschließungsbügeln zeigt nach Abbildung 163 ganz ähnliche Rißbildungen, nur traten die schiefen,



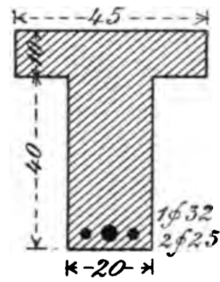
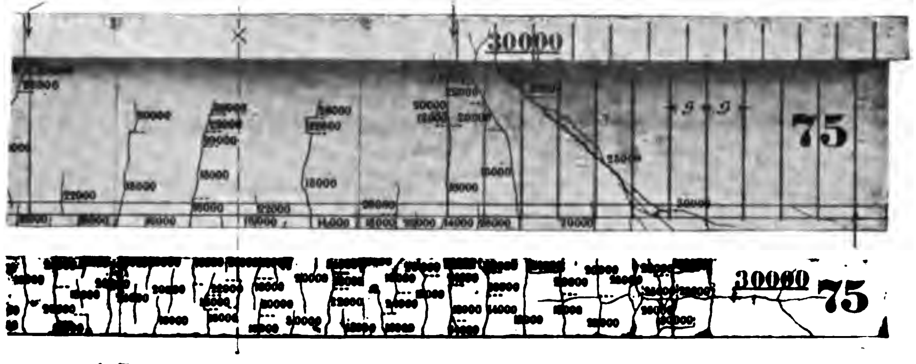


Abb. 162. Seitenfläche, Untersicht und Querschnitt eines T-förmigen Balkens mit geraden Eisen ohne Haken und ohne Bügel.

fast genau unter 45° verlaufenden Risse später auf.

Bei den mit *Hennebique*-Bügeln versehenen Balken (Abbildung 164) folgten die Risse zwischen der Last und den Auflagern in ihrem unteren Teil zunächst den Bügeln und nahmen erst in ihrem oberen Teil eine nach dem Lastangriffspunkt geneigte Richtung an. Vor dem Bruch entstanden dann zahlreiche schiefe Risse nach dem Auflager hin.

Von den gleichen Abmessungen wurden noch weitere Balken hergestellt, deren Hauptarmierung aus einem geraden Rundeisen 32 mm



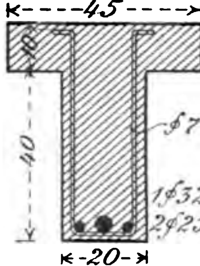
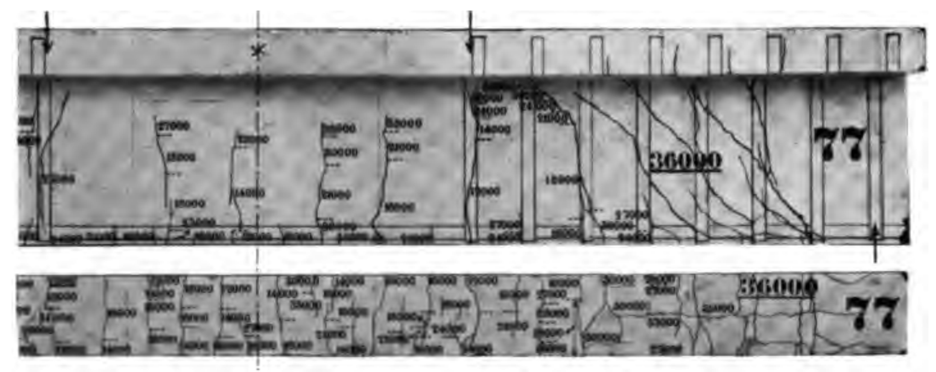


Abb. 163. Seitenfläche, Untersicht und Querschnitt eines T-förmigen Balkens mit geraden Eisen und Bügeln.

und vier abgebogenen Rundeisen 18 mm bestand. Die Neigung der letzteren war etwas flacher als 45°. Drei Körper blieben ohne Bügel, sechs erhielten 7 mm starke Umschließungsbügel von 9 cm Abstand in den äußeren Dritteln. Bei der Hälfte von diesen Balken war das untere Eisen ganz gerade, während es bei

den anderen an den Enden mit rechtwinkligen Haken versehen war. Der Verlauf der Risse war ganz ähnlich wie bei den Körpern mit nur



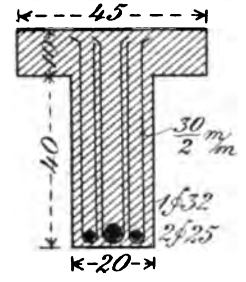
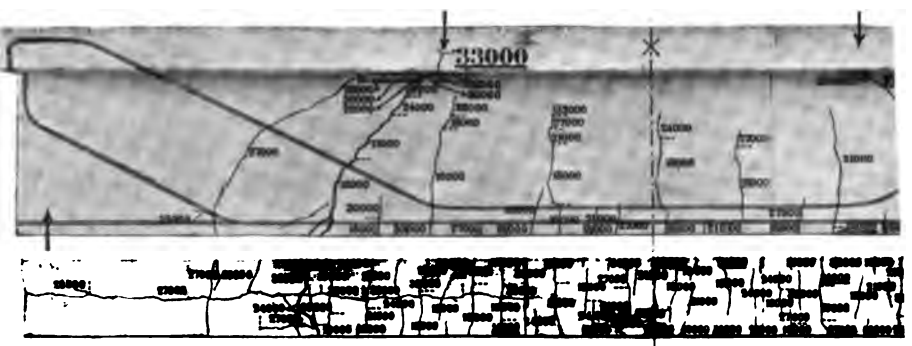


Abb. 164. **Seitenfläche, Untersicht und Querschnitt eines T-förmigen Balkens mit geraden Eisen und Bügeln.**

geraden Eisen und Bügeln und ist aus den entsprechenden Abbildungen 165—167 ersichtlich.

Der besseren Übersicht wegen sind die Ergebnisse in der folgenden Tabelle zusammengestellt, an deren Schluß noch die 2 m weit gespannten Balken ohne Bügel mit Abbiegungen unter 45° aufgenommen sind (Abbildung 168).

Zu der Tabelle ist noch folgendes zu bemerken: Bei den mit gerader Hauptarmierung versehenen Balken tritt der Beginn des Gleitens und der Bruch umso später ein, je mehr Bügel vorhanden sind. Wir erklären diese Tatsache durch den Umstand, daß die Bügel nach Auf-



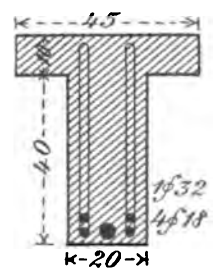
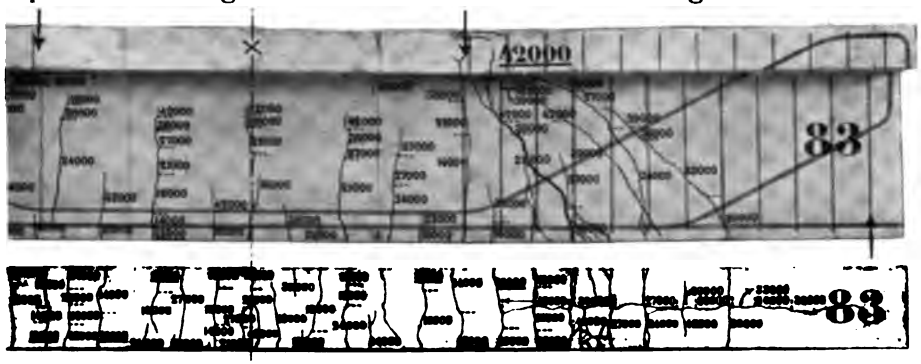


Abb. 165. **Seitenfläche, Untersicht und Querschnitt eines T-förmigen Balkens mit 1 geraden und 4 abgebogenen Eisen ohne Bügel.**

treten der schiefen Risse das Herunterdrücken der Eisenstangen nach dem Auflager hin durch ihre Zugfestigkeit erschweren. Im gleichen Maße als die Zugspannung in den Bügeln wächst, drücken diese von unten und der Beton schief von oben gegen die Eisenstangen, wodurch ein beträchtlicher Reibungs-

Balken nach Abbildung	Beginn des Gleitens							Bruch							Beanspruchung der abgebogenen Eisen, wenn sie alle schiefen Zugspannungen $= \tau_1$ aufnehmen	
	P	σ_b	σ_e	τ_0	τ_1 nach der Formel $\frac{Q}{2z.U}$	τ_1 nach der Formel $\frac{Q}{z.U}$	τ_1 bei Berücksichtigung aller Eisen	P_{max}	σ_b	σ_e	τ_0	τ_1 nach der Formel $\frac{Q}{2z.U}$	τ_1 nach der Formel $\frac{Q}{z.U}$	τ_1 bei Berücksichtigung aller Eisen	beim Beginn des Gleitens	beim Bruch
	t	kg/qcm	kg/qcm	kg/qcm	kg/qcm	kg/qcm	kg/qcm	t	kg/qcm	kg/qcm	kg/qcm	kg/qcm	kg/qcm	kg/qcm	kg/qcm	kg/qcm
162 3 m weit; gerade Eisen ohne Bügel und Haken	21,7	69,9	1394	12,4	—	11,1	—	23,0	74,2	1480	13,1	—	11,8	—	—	—
163 3 m weit; gerade Eisen mit Bügel	25,0	79,3	1601	14,2	—	12,8	—	30,5	96,6	1952	17,2	—	15,6	—	—	—
164 3 m weit; gerade Eisen mit Bügel	28,7	90,9	1840	16,3	—	14,7	—	37,7	119,5	2419	21,4	—	19,3	—	—	—
165 1 gerades Eisen, 4 abgebogene Eisen ohne Bügel	24,7	79,6	1534	14,2	14,4	28,7	8,7	33,3	107,6	2073	19,2	19,4	38,8	11,8	1950	2650
166 1 gerades Eisen, 4 abgebogene Eisen mit Bügel	30,0	98,7	1910	17,4	17,5	35,0	10,6	41,0	134,9	2611	23,8	23,9	47,9	14,5	2400	3280
167 1 gerades Eisen, 4 abgebogene Eisen mit Bügel, gerades Eisen mit Haken	33,0	108,9	2075	19,1	19,2	38,4	11,6	46,5	154,6	2958	27,1	27,3	54,6	16,5	2640	3730
168 2 m weit; 1 gerades Eisen, 4 abgebogene Eisen ohne Bügel	32,0	52,0	1004	18,3	18,4	36,7	11,1	—	—	—	—	—	—	—	1270	—

widerstand entsteht, der es erklärlich macht, warum der Bruch erst später als der Beginn des Gleitens stattfand. Aus den gleichen Gründen



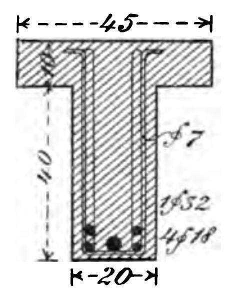


Abb. 166. Seitenfläche, Untersicht und Querschnitt eines T-förmigen Balkens mit 1 geraden, 4 abgebogenen Eisen und Bügeln.

ergab sich wohl bei den mit abgebogenen Eisen versehenen Balken beim Vorhandensein von Bügeln ein größerer Gleitwiderstand, als wenn diese fehlten. Die Wirkung des Hakens am Ende des geraden Eisens besteht in einer Erhöhung der Bruchlast von 41,0 auf 46,5 t. In Abbildung 167 ist die vom Strecken des Hakens herrührende Zerstörung des Betons an der Stirnfläche der Balken zu sehen.

Berechnet man für die Balken mit gerader Hauptarmierung die Zugbeanspruchung der Bügel unter der Annahme, daß sie nach Eintreten der schiefen Risse auf einer Länge gleich z, dem Abstand von

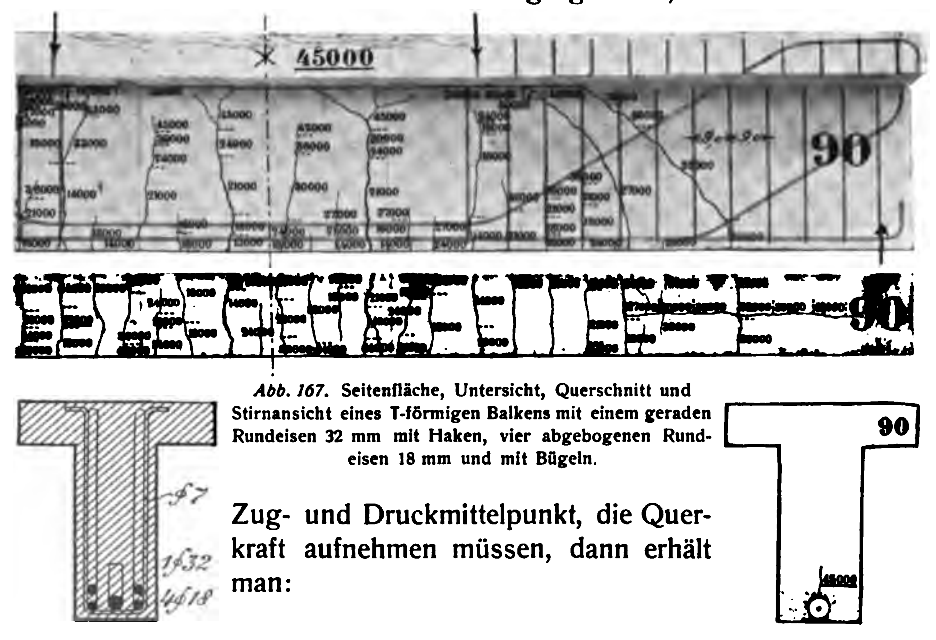


Abb. 167. Seitenfläche, Untersicht, Querschnitt und Stirnansicht eines T-förmigen Balkens mit einem geraden Rundeisen 32 mm mit Haken, vier abgebogenen Rundeisen 18 mm und mit Bügeln.

Zug- und Druckmittelpunkt, die Querkraft aufnehmen müssen, dann erhält man:

Balken nach Abb.	Bügelbeanspruchung zu Beginn des Gleitens	beim Bruch
163	3450 kg/qcm	4200 kg/qcm
164	1340 „	1750 „

Die Balken nach Abbildung 167 waren hinsichtlich ihrer Enden so widerstandsfähig konstruiert, daß der Bruch innerhalb der Lasten eintrat, indem gleichzeitig der Beton oben zerdrückt wurde. Bei den übrigen Balken mit abgebogenen Eisen ist der Bruch so zu denken, daß nach dem Gleiten des geraden Eisens die nächsten abgebogenen stärker beansprucht wurden, so daß der Bruchriß sich zwischen den beiden Abbiegestellen ausbilden mußte. Die nächst abgebogenen Eisen vertraten dann die Stelle der Zuggurtung des Balkens. Infolge der großen Dehnung der Eisen wurde dann die Druckzone in der Platte immer niedriger, bis am oberen Rand der Beton zerdrückt wurde, vergl. Abbildung 166.

Aus dem Vergleich der Abbildungen 162—167 kann man ersehen, daß die schiefen Risse, die bei dem Balken mit geraden Eisen ohne Bügel sehr hochgehend bei einer Belastung erscheinen, für die sich τ_0

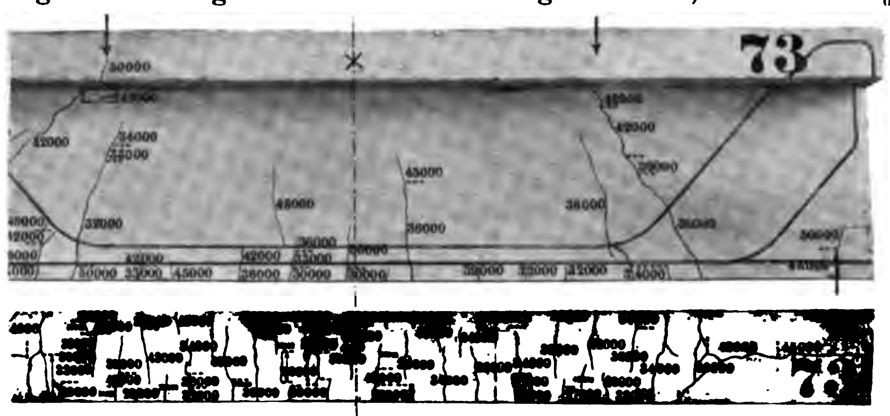


Abb. 168. Seitenfläche und Untersicht eines 2 m weit gespannten T-förmigen Balkens mit einem geraden Rundeisen 32 mm, 4 abgebogenen Rundeisen 18 mm ohne Bügel.

annähernd gleich der Zugfestigkeit berechnet, später auftreten, wenn Bügel oder abgebogene Eisen oder beide zusammen vorhanden sind. Je mehr Eisen die Richtung der Risse durchschneidet, umso später werden sie sichtbar.

Schlußfolgerungen aus den Versuchen.

Soweit es die Verhältnisse der vorliegenden Versuche gestatten, können daraus für einfache frei aufliegende Plattenbalken die folgenden Schlüsse gezogen werden:

1. Bei den armierten Betonbalken tritt am Auflager weder ein Abscheren in vertikaler noch in horizontaler Richtung ein, sondern die Wirkung der Schubkräfte kommt in schief gerichteten

Rissen in der Nähe des Auflagers zum Ausdruck. In diesen Rissen wird die Zugfestigkeit des Betons infolge der schiefen Hauptspannungen überwunden und es hängt von den Belastungs-, Spannweite- und Armierungsverhältnissen ab, ob der Bruch in der Balkenmitte infolge des größten Biegungsmoments oder am Auflager infolge der größten Querkraft eintritt. Die übrigen Risse haben einen den Spannungstrajektorien ähnlichen Verlauf. Durch Einlage von Bügeln und Anordnung von abgebogenen Eisen wird die Richtung der Risse nicht wesentlich geändert, dagegen treten die geneigten Risse in der Nähe des Auflagers später auf, ein Beweis, daß diese Eisen die schiefen Zugspannungen des Betons vermindern. Die Scherfestigkeit des Betons spielt für die Sicherheit gegen eine Zerstörung durch die Schubkräfte keine Rolle, vielmehr ist die horizontale und vertikale »Schubspannung« bei den der Biegung ausgesetzten Eisenbetonbalken als eine supponierte Spannung zu betrachten, die angibt, daß das betreffende Flächenelement nicht senkrecht zur Richtung von Zug und Druck liegt.

2. Die Tragfähigkeit derjenigen Balken, bei denen der Bruch am Auflager infolge der Querkraft eintreten würde, wenn nur gerade Eisen vorhanden wären, wird erhöht durch Anordnung von Bügeln und von abgebogenen Eisen. Insbesondere erscheint die Anwendung der letzteren angezeigt, da sie ohne besonderen Materialaufwand eine größere Bruchlast gewährleisten.

Sehr wichtig ist, daß die geraden Eisen an den Auflagern nicht gleiten, denn sowohl die Versuche von *Wayß & Freytag* als der Materialprüfungsanstalt Stuttgart ergaben eine sehr günstige Wirkung der Endhaken auf die Erhöhung der Bruchlast. Statt der bisher allgemein üblichen Umbiegung der Enden um einen rechten oder stumpfen Winkel erscheint die Anwendung der von *Considère* vorgeschlagenen Hakenform Abbildung 127 von großem Vorteil, da sie die Berechnung der Haftspannung als überflüssig erscheinen läßt.

Aus den Versuchsbalken der Firma *Wayß & Freytag* geht hervor, daß man die besten Resultate erhält, wenn man die Abbiegungen der Eisen so anordnet, daß sie die unter 45° gerichteten Zugspannungen gleich τ_0 aufnehmen können, und dabei an der Unterseite die zur Aufnahme des Moments notwendige Eisenmenge vorsieht. Der Eisenbetonbalken von konstanter Höhe kann dann mit einem Fachwerksbalken von einfachem, doppeltem oder mehrfachem Strebensystem verglichen werden (Abbildung 143 und 144), dessen Zug- und Druckstreben gegen die Mitte um 45° fallen bezw. ansteigen. Von vornherein kann man annehmen, daß das doppelte Strebensystem besser wirken wird als das einfache, weil dann das Eisen gleichmäßiger im Betonsteg verteilt ist. Eine etwas flachere Neigung der abgebogenen Strecken erscheint unschädlich, gegen die Mitte hin ist sie sogar bei großen Spannweiten aus konstruktiven Gründen zu empfehlen. An den oberen

Enden der abgebogenen Eisen muß die Kraft der Zugstrebe in die senkrecht dazu gerichtete Kraft der Druckstrebe und in eine Komponente in der Richtung der oberen Gurtung zerlegt werden. Diese Zerlegung geht in der Rundung der oberen Abbiegestelle von selbst vor sich, sofern sich daran noch ein gerades Stück und an dieses ein wirksamer Haken anschließt, der die in die Gurtung fallende Kraft auf den Beton überträgt. In gleicher Weise muß die in der abgebogenen Strecke wirkende Zugkraft an der unteren Abbiegestelle in die Richtungen der dort eintreffenden Druckstrebe und der unteren Gurtung zerlegt werden, was in der einfachsten und zweckmäßigsten Weise dadurch geschieht, daß eines der unten infolge der Momentenabnahme entbehrlich gewordenen Eisen unter einem gewissen Radius r nach oben abgebogen wird. Allerdings wird auch noch die Haftung der anderen Eisen in Anspruch genommen werden.

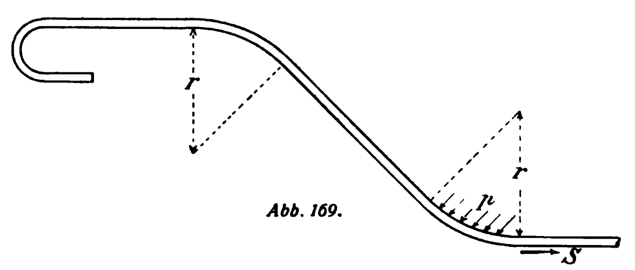


Abb. 169.

Wie die Balken IV und VI der *Wayß & Freytag*schen Versuche zeigten, ist der in der Rundung der Abbiegung auftretende Leibungsdruck des Betons entsprechend nieder zu halten. Rechnen wir diesen Druck p auf die Einheit der Projektion der Leibung, wie es bei den Nieten gebräuchlich ist, dann ist ungefähr, wenn d den Durchmesser bedeutet,

$$p \cdot d \cdot r = S = \sigma_e \cdot \pi \cdot \frac{d^2}{4},$$

somit

$$r = \frac{\sigma_e \cdot \pi \cdot d}{4\,p}.$$

Mit $\sigma_e = 1000$, $p = 60$ kg/qcm wird $r = 13\,d$ rund erhalten. Wenn man die Eisen kalt abbiegt, ist es leicht, ihnen einen genügend großen Radius zu geben.

Es empfiehlt sich, die infolge Abnahme des Moments nach den Auflagern hin entbehrlich gewordenen Eisen, in der beschriebenen Weise nach oben abzubiegen und in der Druckzone zu verankern, denn nach früheren Versuchen der Firma *Wayß & Freytag* (vergl. 2. Auflage dieses Buches) entstehen dort, wo man die Eisen einfach mit Haken unten endigen läßt, sehr bald Risse, die von dem plötzlichen Sprung in den Beanspruchungen herrühren.

3. Die Bügel erhöhen ebenfalls die Tragfähigkeit, indem sie durch ihre Zugfestigkeit einer Zerstörung der Enden entgegenwirken. Nach den Versuchen der Materialprüfungsanstalt Stuttgart bewirken sie auf diese Weise eine Erhöhung der Haftfestigkeit an den geraden Eisen. Wenn man indessen die Hauptarmierung wie vorstehend beschrieben ausbildet, werden die Bügel nur eine untergeordnete statische Funktion

haben und können als ein weiterer Sicherheitsfaktor betrachtet werden, der in Wirksamkeit tritt, wenn andere Konstruktionselemente ihren Dienst versagen. Die Bügel sind indessen auch statisch notwendig im mittleren Teil des Balkens, wo bei halbseitiger Belastung auch Querkräfte auftreten, die bei den statischen Berechnungen gewöhnlich nicht berücksichtigt werden. Dort müssen dann die Bügel als zugfähige Vertikalen nach Abbildung 141 wirken oder, wenn man ein späteres Belastungsstadium voraussetzt, als Armierung der zwischen Rissen befindlichen Stücke des Betonstegs. Übrigens zeigt ein Versuch von Professor *F. Schüle* (Tafel VII, Heft X der Eidgenössischen Materialprüfungsanstalt Zürich) mit einem starkarmierten, gleichmäßig belasteten T-förmigen Balken (Nr. 13), dessen Enden durch zweckmäßige Abbiegungen gegen die Scherkräfte geschützt waren, daß bei Steigerung der Last die charakteristischen schiefen Bruchrisse im mittleren Teil, der weder durch Bügel noch abgebogene Eisen gegen die Schubkräfte gesichert war, auftraten und die früher gebildeten fast senkrechten Zugrisse durchkreuzten. Die Bügel hätten also, wenn sie vorhanden gewesen wären, im mittleren Teil ähnlich günstig gewirkt, wie sonst an den Trägerenden.

Wie man sieht, ist es nicht ratsam, die Bügel einfach wegzulassen. Sie sichern außerdem den Zusammenhang des Stegs mit der Deckenplatte für den Fall, daß Unterbrechungen beim Betonieren vorkommen. Ferner glaube ich, daß ein mit Bügeln durchzogener Träger auch dynamischen Einwirkungen besser widersteht, als ein solcher ohne Bügel. Die Berechnung der Bügel kann unter der Annahme erfolgen, daß alle in einem unter 45^0 durch den Steg gelegten Schnitt getroffenen Bügelquerschnitte die betreffende Querkraft aufzunehmen haben. In der Mitte des Balkens, wo abgebogene Eisen nicht zur Verfügung sind, müssen also die Bügel für die ganze Querkraft gerechnet werden, nach den Auflagern hin können die Schubspannungen entweder ganz auf die abgebogenen Eisen gerechnet werden, oder man kann noch einen Teil den Bügeln zuweisen.

Wenn wir darauf ausgehen, einem Eisenbetonbalken in allen Teilen eine gewisse Bruchsicherheit zu geben, dann kann die Spannungsverteilung unter der zulässigen Last nicht als maßgebend betrachtet werden. Es ist dann der Zustand in der Nähe des Bruches in Betracht zu ziehen. Aus diesem Grunde kann auch für die Berechnung der schiefen Eisen und der Bügel nicht von der Zugfestigkeit des Betons Gebrauch gemacht werden, wenn diese schon vor dem Bruch des Balkens überwunden würde. In der Mitte des Trägers kann auch nicht mit einer schief gerichteten Zugspannung des Betons gerechnet werden, weil dort schon frühzeitig die Risse infolge der normalen Zugspannungen eintreten.

Nehmen wir die Zugfestigkeit des Betons zu 8 kg/qcm an, so wären demnach alle Vorkehrungen gegen die Schubkräfte am Auflager überflüssig, wenn τ_0 nicht über 2 kg/qcm betragen würde. Dieser

Fall trifft gewöhnlich beim rechteckigen Querschnitt, also den Platten zu, immerhin biegt man auch hier gegen die Enden einen Teil der Eisen in flacher Richtung auf. Die Bügel werden bei den Platten als entbehrlich erachtet, denn der Bruch erfolgt hier bei gewöhnlichen Verhältnissen in der Mitte, das Stadium I ist in der Nähe der Auflager auch beim Bruch immer noch vorhanden, und wenn hier die Risse eine geneigte Richtung annehmen sollten, so ist der Widerstand, den die Eisen gegen das Herunterdrücken im Beton leisten, viel größer als bei den schmalen Rippen der Plattenbalken.

Die Stellung der Bügel normal zu den unteren Eisen ist als die zweckmäßigste zu betrachten. Vereinzelt wurde eine unter 45° geneigte Stellung vorgeschlagen, damit sie die schiefen Zugspannungen aufnehmen könnten. In dieser Lage nehmen die Bügel tatsächlich Zugkräfte auf, aber die Schwierigkeit besteht in deren Übertragung in die unteren Eisen. Die Bügel suchen an den Eisen zu gleiten und sprengen unter höherer Belastung die untere Betonumhüllung an den Rippen ab, wie dies bei früheren Versuchen der Firma *Wayß & Freytag* bemerkt wurde (Abbildung 170). Eine solide Befestigung der schrägliegenden Bügel an den unteren Eisen wäre sehr umständlich, auch praktisch kaum durchführbar, und eine aufrechtere Stellung, etwa unter dem Reibungswinkel geneigt, wird sich wenig von der senkrechten entfernen.



Abb. 170. Sprengende Wirkung schrägliegender Bügel.

4. Die Notwendigkeit, beim Entwerfen die Haftspannung an den unten liegenden Eisen zu berücksichtigen, erscheint durch die vorgeführten Versuche klar erwiesen. Bei allen Balken, wo ein Gleiten der geraden Stangen beobachtet wurde, erfolgte zwar nicht sofort der Bruch, vielmehr übernahmen die übrigen Konstruktionselemente, Bügel und abgebogene Eisen erhöhte Spannungen, bis sie an der Grenze ihrer Leistungsfähigkeit angelangt waren. Insbesondere können die nächsten abgebogenen Eisen die Funktion der unteren Gurtung übernehmen, wodurch dann in statischem Sinn ein Balken von veränderlicher Höhe entsteht. Je mehr das gerade Eisen am Gleiten gehindert ist, umso größer ist die Tragfähigkeit (vergl. Balken Abbildung 147 mit 148, Balken Abbildung 166 mit 167).

Damit also der Balken wie ein solcher mit konstanter Höhe wirke und alle Elemente die ihnen zugewiesenen Funktionen bis zum Bruch erfüllen, ist es notwendig, auch den geraden Stangen die nötige Sicherheit gegen Gleiten zu verleihen. Am wirksamsten scheint zunächst eine gute Ausbildung des Endhakens, etwa nach Abbildung 127, und als weitere Sicherheit eine entsprechend niedere Haftspannung τ_1 an

den Enden der geraden Stangen. — Über den zulässigen Wert von τ_1 waren die Meinungen bisher geteilt. In den »Leitsätzen« ist dafür die Zahl von 7,5 kg/qcm angegeben, während die preußischen Bestimmungen nur 4,5 kg/qcm zulassen. In beiden Vorschriften ist die Formel

$$\tau_1 = \frac{b \cdot \tau_0}{\text{Umfang der Eiseneinlagen}}$$

angegeben, aber im entsprechenden Beispiel der Leitsätze ist unter dem Umfang der Eiseneinlagen nur derjenige der geraden Stangen verstanden, während nach den älteren preußischen Bestimmungen alle Eisen gezählt werden durften. Dieser Umstand wurde von denjenigen nicht beachtet, die den Leitsätzen und dem Verfasser den Vorwurf der Leichtfertigkeit machten.

Was zunächst die Frage anbelangt, an welchen Eisen die Haftspannung zu ermitteln sei, so folgt aus den Versuchen ohne weiteres, daß hierzu nur die geraden Stangen in Betracht kommen, denn an diesen wurde zuerst und allein ein Gleiten beobachtet, das allmählich eine den Bruch befördernde Änderung in der Kräfteverteilung herbeiführte. Die abgebogenen Eisen, die um drei Ecken gebogen sind, können doch unmöglich gleiten. Wohl wird man Dehnungen und örtliche Verschiebungen gegen den Beton an den schiefen Strecken feststellen können, aber die nach Abbildung 169 ausgeführte Verankerung in der Druckzone wird doch ein eigentliches Gleiten verhindern. Man hat versucht, die Rechnungsweise, die für τ_1 nur den Umfang der geraden Stangen berücksichtigt, als falsch hinzustellen, indem man nachwies, daß auch Balken mit nur abgebogenen Eisen eine gute Tragfähigkeit besaßen, obgleich sich dann $\tau_1 = \infty$ ergeben müßte. Dies hat natürlich keine Beweiskraft, denn ein derartiger Balken ist kein gerader Balken mehr, sondern ist als solcher mit gebogener Zuggurtung zu berechnen.

Nachdem die Versuche an den rechteckigen Balken mit geraden Eisen unter Anwendung der Formel $\tau_1 = \frac{b \cdot \tau_0}{U}$ eine sehr gute Übereinstimmung mit den Werten der direkten Haftfestigkeitsversuche ergaben, muß beachtet werden, daß diese Formel bei Vorhandensein von abgebogenen Eisen nicht ohne weiteres anwendbar sein wird. Hier stehen nun zwei Wege offen: entweder nimmt man die Formel $\tau_1 = \frac{b_0 \cdot \tau_0}{U}$ einfach an und berechnet aus den Versuchen die entsprechenden Werte, die dann nicht notwendig mit den Zahlen der direkten Gleitversuche übereinstimmen müssen, vielmehr nur Vergleichszahlen vorstellen, ähnlich wie die nach der *Navier*schen Biegungsformel ermittelten Biegungsfestigkeiten des Betons. Oder man setzt voraus, daß sich bei Biegung die gleiche Haftfestigkeit wie beim

direkten Versuch ergeben müsse, und stellt sich die Aufgabe, eine passende Formel für τ_1 zu finden. Beide Wege führen für die praktischen Zwecke des Konstrukteurs zum gleichen Ziel, denn man rechnet sicher, wenn man den Wert der zulässigen Beanspruchung aus dem Versuch mit der gleichen Methode ableitet, die man nachher beim Dimensionieren benützt (vergl. auch Seite 97).

In der nachstehenden Tabelle sind die Versuchswerte τ_1 beim Beginn des Gleitens nochmals zusammengestellt.

Balken		$\tau_1 = \frac{b_0 \cdot \tau_0}{U}$	$\tau_1 = \frac{b_0 \cdot \tau_0}{2\,U}$	τ_1 bei Berücksichtigung aller Eisen	Armierungsweise
Wayß & Freytag	IV	53,6	26,8	15,3	abgebogene Eisen, mit Haken, ohne Bügel
	VI	32,6	16,3	9,3	abgebogene Eisen, ohne Haken, mit Bügel
Stuttgart Tabelle Seite 183	Nr. 2	22,0	—	22,0	nur gerade Eisen, ohne Haken, ohne Bügel
	„ 3	21,1	—	21,1	
	„ 4	19,1	—	19,1	
	„ 5	19,8	—	19,8	
Stuttgart nach Abbildung	161	23,3	—	23,3	gerade Eisen, ohne Haken, mit Bügel
	162	11,1	—	11,1	gerade Eisen, ohne Haken, ohne Bügel
	163	12,8	—	12,8	gerade Eisen, ohne Haken, mit Bügel
	164	14,7	—	14,7	gerade Eisen, ohne Haken, mit Bügel
	165	28,7	14,4	8,7	abgebogene Eisen, ohne Haken, ohne Bügel
	166	35,0	17,5	10,6	abgebogene Eisen, ohne Haken, mit Bügel
	167	38,4	19,2	11,6	abgebogene Eisen, mit Haken, mit Bügel
	168	36,7	18,4	11,1	abgebogene Eisen, ohne Haken, ohne Bügel

Für die Balken mit abgebogenen Eisen stimmen die τ_1 der ersten Spalte mit den früher für rasch durchgeführte direkte Versuche angegebenen Zahlen ziemlich überein. Da es sich aber hier um langsame Versuchsdurchführung handelt, sind die Werte zu hoch berechnet. In vorzüglicher Weise stimmen aber die in der nächsten Spalte nach der Formel $\tau_1 = \frac{Q}{2\,z\,.\,U}$ unter Voraussetzung des Strebenfachwerks berechneten Werte sowohl mit denjenigen überein, die an den rechteckigen Balken ermittelt wurden, als auch mit denjenigen langsam

durchgeführter direkter Versuche. Die T-förmigen Balken ohne abgebogene Eisen gaben etwas niedrigere Zahlen, weil die Eisen leichter nach unten gedrückt werden konnten.

Nach Versuchen der Materialprüfungsanstalt Stuttgart*) betragen die Gleitwiderstände bei einer einbetonierten Länge von 10—30 cm im Mittel 15,3—25,1 kg/qcm.

Aus der dritten Spalte für τ_1 ersieht man, wie widersinnig es ist, auch den Umfang der abgebogenen Eisen zu berücksichtigen. Denn die Balken mit abgebogenen Eisen ergeben dann kleinere Haftfestigkeiten als die Balken mit nur geraden Stangen, so daß man schließlich dazu geführt würde, eine Verschlechterung der Haftung infolge der Abbiegungen anzunehmen, was wohl niemand glauben wird. Man begreift leicht, daß man mit einer zulässigen Haftspannung von 4,5 kg/qcm und bei Berücksichtigung aller Eisen unter Umständen nur eine zweifache Sicherheit gegen das Gleiten der geraden Stangen erhalten kann.

Nach den Versuchen kann die zulässige Haftspannung für die Platten oder Balken ohne abgebogene Eisen bei einer vierfachen Sicherheit gegen Gleiten etwa zu 5 kg/qcm angenommen werden, wenn eine Zerstörung durch die Schubspannungen τ_0 nicht zu befürchten ist. Ist man in dieser Hinsicht nicht sicher, so sollten 3,5 kg/qcm genügen. Die Sicherheit gegen die schiefen Zugrisse und ihre schädlichen Folgen wird aber dadurch nicht erhöht.

Verwendet man aber abgebogene Eisen in solchem Maße, daß sie die schiefen Zugspannungen aufnehmen können, dann kann man bei vierfacher Sicherheit mit

7,5 kg/qcm nach der Formel $\tau_1 = \frac{b_0 \cdot \tau_0}{U}$

oder mit 3,75 „ „ „ „ $\tau_1 = \frac{b_0 \cdot \tau_0}{2\,U}$

rechnen, wobei unter U der Umfang der geraden auf das Auflager hinausgehenden Stangen verstanden ist. Die immer in der Praxis angewendeten Endhaken und die Bügel vergrößern dann die Sicherheit bis über die fünffache.

Sind die abgebogenen Eisen nicht allein im stande, die schiefen Zugspannungen τ_0 aufzunehmen, dann kann ein Teil der Querkraft durch die Bügel übertragen werden. Für diesen Teil berechne man dann τ_1 nach der ersten Formel, für den Rest nach der zweiten und wähle die zulässige Beanspruchung zwischen 3,75 und 5 kg/qcm nach Maßgabe der Verteilung von Q auf die abgebogenen Eisen und die Bügel.

---

*) Versuche über den Gleitwiderstand einbetonierter Eisen von *C. v. Bach*, Berlin 1905, oder auch Heft 22 der Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens.

Es empfiehlt sich indessen, die schiefen Zugspannungen τ_0 wenigstens in der Nähe des Auflagers durch die abgebogenen Eisen ganz aufzunehmen, trotzdem Bügel auf die ganze Länge einzulegen und die Endhaken der geraden Stangen wirksam auszugestalten.

5. Mit Berücksichtigung der im vorhergehenden zum Ausdruck gebrachten Anschauungen kann man daher beim Entwerfen eines Plattenbalkens nach den in den Abbildungen 171 und 172 dargestellten Methoden verfahren.

In Abbildung 171 ist ein doppeltes Strebenfachwerk vorausgesetzt worden, bei dem die abgebogenen Strecken S_1, S_2 und S_3 die schiefen

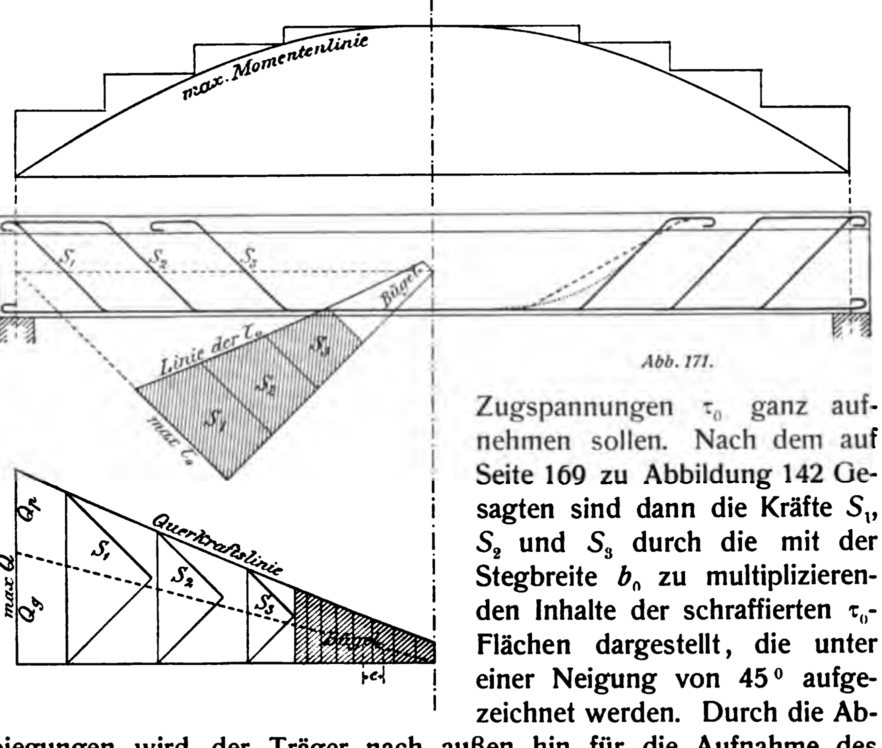


Abb. 171.

Zugspannungen τ_0 ganz aufnehmen sollen. Nach dem auf Seite 169 zu Abbildung 142 Gesagten sind dann die Kräfte S_1, S_2 und S_3 durch die mit der Stegbreite b_0 zu multiplizierenden Inhalte der schraffierten τ_0-Flächen dargestellt, die unter einer Neigung von 45° aufgezeichnet werden. Durch die Abbiegungen wird der Träger nach außen hin für die Aufnahme des Biegungsmoments schwächer und man hat daher an Hand der Maximalmomentenlinie zu prüfen, ob überall noch eine hinreichende Tragfähigkeit vorhanden ist. Dies geschieht am übersichtlichsten dadurch, daß man bei der Maximalmomentenfläche zum Vergleich die Fläche derjenigen Momente aufzeichnet, die der Balken an den verschiedenen Stellen aufnehmen könnte, sofern die untere Eisenmenge bis zur zulässigen Grenze beansprucht wäre. Man rechnet zu ungünstig, also sicher, wenn man die abgebogenen Eisen schon von der unteren Ecke an als für das Moment nicht weiter in Betracht kommend voraussetzt. Die einspringenden Ecken des so entstehenden Polygons müssen außerhalb der Maximalmomentenfläche liegen. Auf das Auf-

lager müssen noch so viel gerade Eisen hinausgehen, daß dort τ_1 unter 7,5 bezw, 3,75 kg/qcm bleibt.

Wenn man die Abbiegungen so anordnet, daß sie die gezogenen Diagonalen eines doppelten Strebenfachwerks bilden, so können die Kräfte S_1, S_2 und S_3 auch durch Zerlegung der Querkräfte der betreffenden Felder nach den zwei unter 45° verlaufenden Richtungen gefunden werden, wie es in Abbildung 171 unten dargestellt ist. Beim einfachen Strebensystem würde $S = Q \,.\, \sqrt{2}$ zu nehmen sein.

Rechnet man mit partieller Nutzlast, was wohl in allen Fällen zu tun ist, dann ist die Querkraft in der Mitte nicht Null und man müßte

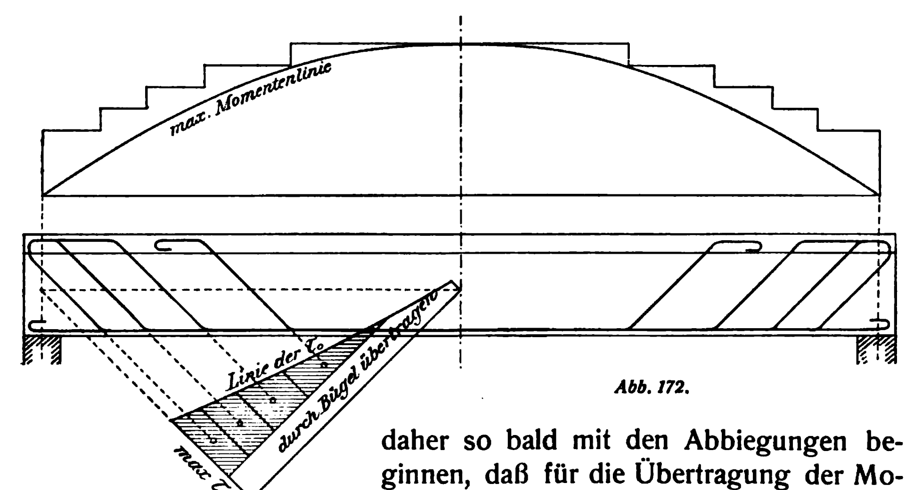


Abb. 172.

daher so bald mit den Abbiegungen beginnen, daß für die Übertragung der Momente zu viel Eisen verloren ginge. Obgleich hier eine gewisse gewölbeartige Wirkung die Schubspannungen vermindert, erscheint es doch angezeigt, zu konstruktiven Maßregeln zu greifen. Als solche kommen zunächst die Bügel in Betracht, die unter der Annahme gerechnet werden können, daß sie auf einer Länge $= z$ zusammen die Querkraft aufnehmen. Ist e der Bügelabstand, so entfällt auf einen Bügel die Kraft

$$B = \frac{Q \,.\, e}{z}.$$

Aus den früher angegebenen allgemeinen Gründen wird man indessen einen gewissen Bügelabstand (20—30 cm) nicht überschreiten und auch Bügel dort einlegen, wo die Eisen abgebogen sind. Als weitere Maßnahme kann eine flachere Neigung der innersten Abbiegung oder eine große Ausrundung derselben betrachtet werden, wie sie auf der rechten Trägerhälfte gestrichelt und punktiert angedeutet sind.

In Abbildung 172 sind die Abbiegungen enger gelegt, ferner ist ein Teil der Querkraft auf die ganze Balkenlänge den Bügeln zugewiesen, so daß von der Fläche der τ_0 unten ein Streifen von gewisser Breite abgeschnitten wird. Ist die von einem Bügel aufzunehmende Zugkraft

$= B$, so ist die Breite dieses Flächenstreifens $= \frac{B}{e \cdot b_0}$. Die Abbiegungen entsprechen gleichen Teilen der schraffierten τ_0-Fläche, wenn die abgebogenen Eisen alle gleich stark sind.

Der Deutsche Ausschuß für Eisenbeton hat in seinem Arbeitsplan auch Versuche zur Klarstellung der Wirkungen der Schubkräfte vorgesehen. Es wird sich also nach Durchführung dieser Versuche Gelegenheit geben, die hier vorgeführten Anschauungen und Methoden noch weiter auf ihre Brauchbarkeit zu prüfen.

6. Die Rissesicherheit der Plattenbalken. Während wir auf Grund der Biegungsversuche mit Eisenbetonbalken rechteckigen Querschnitts schließen konnten, daß bei ihnen noch genügende Sicherheit gegen das Auftreten der ersten Zugrisse vorhanden ist, wenn die Dimensionierung nach den »Leitsätzen« erfolgt, läßt sich diese Tatsache bei den Balken T-förmigen Querschnitts nicht feststellen. Hier ist die Eisenmenge im Verhältnis zum gezogenen Beton viel größer, so daß dessen Zugspannungen nicht hinreichen, die rechnungsmäßige Dehnung des Eisens so weit zu verringern, daß Dehnungsrisse im Beton vermieden werden. Die Rissesicherheit sinkt also mit steigendem Armierungsverhältnis des Stegs. Nach den Versuchen von *Wayß & Freytag*, Tabelle Seite 181, waren bei den Balken I, III, IV, V, VI mit einer Eisenmenge von 2,18 % der Stegfläche die ersten Risse bei einer (nach Stadium IIb) gerechneten Eisenspannung von rund 700 kg/qcm beobachtet worden. Bei Balken II mit 1,09 % Eisenquerschnitt stieg die rechnungsmäßige Eisenspannung auf 1200 kg/qcm. Die nach Stadium I mit $n = 15$ gerechneten Zugspannungen des Betons sind bei Beschreibung der einzelnen Versuche angegeben und schwanken zwischen 20 und 27 kg/qcm. Die Versuche der Materialprüfungsanstalt Stuttgart sind in der nachstehenden Tabelle bezüglich des Auftretens der ersten Risse zusammengestellt. Die Armierungsprozente der T-förmigen Querschnitte sind dabei auf die von Balkenunterkante bis Plattenoberkante reichende Betonfläche von der Breite des Stegs bezogen.

Balken nach Abbildung	Armierung %	Erste Risse beobachtet zwischen den Eisenspannungen nach Stadium II b	Erste Risse beobachtet zwischen den Betonzugspannungen nach Stadium I, mit $n = 15$
162 ohne Bügel	1,79	773—839	33,3—36,0
163 mit „	1,79	747—812	32,3—35,2
164 „ „	1,79	642—728	27,7—31,4
165 ohne „	1,82	725—808	32,3—36,0
166 mit „	1,82	680—744	29,6—32,3
167 „ „	1,82	699—762	30,5—33,3
168 „ „	1,82	753—785	33,2—34,6

Die direkt gemessene Zugfestigkeit des Betons betrug etwa 13 kg/qcm.

Ähnliche Beanspruchungen der Eisen zwischen 600 und 700 kg/qcm wurden auch von Prof. *F. Schüle*, Heft X der Mitteilungen der Eidgenössischen Materialprüfungsanstalt Zürich, gefunden.

Die ersten Dehnungsrisse des Betons, die so fein sind, daß man sie an den rauhen, unangestrichenen Betonflächen nicht entdecken kann, haben nur dann etwas Beängstigendes, wenn man sich in der Rechnung auf die Zugfestigkeit des Betons verlassen hat. Dies wird aber kaum jemand tun. Wenn die unter den gewöhnlichen Verhältnissen unsichtbaren Risse von der nötigen Eisenmenge in richtiger Anordnung gekreuzt werden, so haben sie nicht das geringste zu bedeuten, das beweist die große Anzahl der guten ausgeführten Eisenbetonbauten, die zum Teil sehr ungünstigen Einflüssen ausgesetzt sind. Nicht einmal die Rostgefahr scheint mir ernstlich in Betracht zu kommen, da der Rostschutz nicht vom porösen Beton, sondern von der das Eisen unmittelbar umgebenden Zementhaut gebildet wird. Außerdem reichen die ersten Kantenrisse auch nicht gleich an das Eisen heran.

Will man trotzdem die Plattenbalken ganz frei von Rissen berechnen, so hat man breite Betonstege oder geringe Eisenspannungen einzuhalten. Dadurch wird aber bei manchen Bauteilen die Lösung mit Plattenbalken in wirtschaftlicher Hinsicht unmöglich gemacht und man wird dann zweckmäßiger gewölbte Konstruktionen anwenden. Bei den gewöhnlichen Hochbauten ist eine Rostgefahr überhaupt ausgeschlossen, so daß eine übertriebene Vorsicht nicht am Platze ist.

Schubspannungen bei veränderlicher Balkenhöhe.

In der Anwendung des Eisenbetons kommt oft der Fall vor, daß die Balkenhöhe nach derjenigen Seite zunimmt, wo das Biegungsmoment größer wird. Die Abbildungen 173—176 zeigen die möglichen Anordnungen bei positiven und negativen Biegungsmomenten.

Die Richtung des für die Spannungsberechnung zu führenden Schnitts ist nicht ohne weiteres bestimmt, denn die Druckspannungen wirken in der Nähe des Randes parallel zu diesem, während die Eisenspannungen natürlich in der Richtung der Stangen wirken. Zur Vereinfachung der abzuleitenden Formeln für τ_0 wählen wir aber alle Schnitte vertikal, da sie andernfalls von der Querkraft getroffen würden und dann streng genommen mit Biegung und Axialdruck zu rechnen wäre. Für alle in den Abbildungen 173—176 dargestellten Fälle ist, wenn nur vertikale Lasten vorausgesetzt werden,

$$D = Z = \frac{M}{z},$$

somit die Zunahme von Z im benachbarten Querschnitt

$$dZ = \frac{z \, . \, dM - M \, . \, dz}{z^2}$$

oder

$$\frac{dZ}{dl} = \frac{1}{z} \cdot \frac{dM}{dl} - \frac{M}{z^2} \cdot \frac{dz}{dl},$$

ferner ist in allen Fällen

$$\frac{dM}{dl} = Q$$

$$b \, . \, \tau_0 \, . \, dl = U \, . \, \tau_1 \, . \, dl = dZ.$$

In den Abbildungen 175 und 176 ist zunächst

$$U \, . \, \tau_1 \cdot \frac{dl}{\cos \alpha} = \frac{dZ}{\cos \alpha}.$$

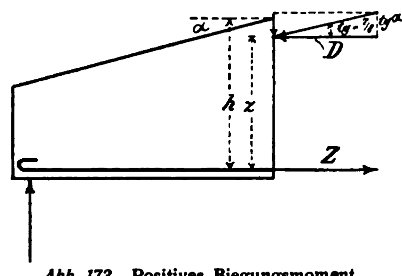




Abb. 173. Positives Biegungsmoment.

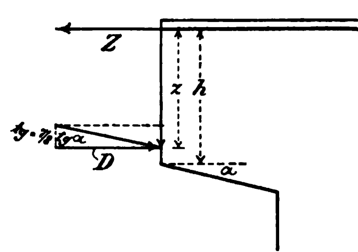


Abb. 174. Negatives Biegungsmoment.

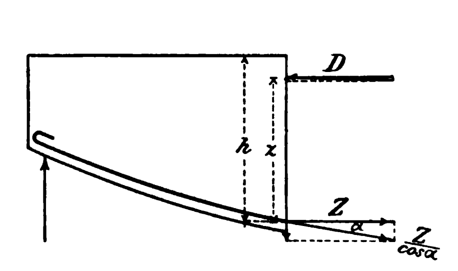


Abb. 175. Positives Biegungsmoment.

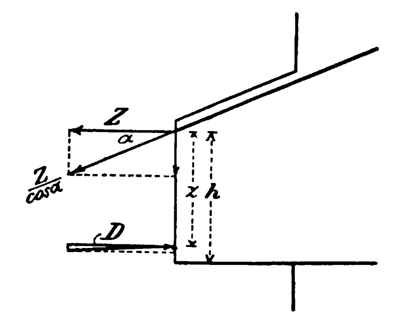


Abb. 176. Negatives Biegungsmoment.

Der Hebelarm z zwischen Zug und Druck kann für praktische Zwecke hinreichend genau $= \frac{7}{8} h$ gesetzt werden, damit erhält man mit $\frac{dz}{dl} = \frac{7}{8} \frac{dh}{dl} = \frac{7}{8} \, tg \, \alpha$

$$b \, . \, \tau_0 = U \, . \, \tau_1 = \frac{Q}{z} - \frac{M}{z^2} \cdot \frac{7}{8} \, tg \, \alpha,$$

d. h. einen kleineren Wert als bei konstanter Höhe, da das zweite Glied von $\frac{Q}{z}$ abzuziehen ist. Schreibt man die Formel so:

$$b \cdot \tau_0 = \frac{Q - \frac{M}{z} \cdot \frac{7}{8} \, tg\,\alpha}{z} = \frac{Q - Z \cdot \frac{7}{8} \, tg\,\alpha}{z} = \frac{Q - D \cdot \frac{7}{8} \, tg\,\alpha}{z}$$

so sieht man, daß im Vergleich zum Balken mit konstanter Höhe an Stelle der ganzen Querkraft der um $D \cdot \frac{7}{8} \, tg\,\alpha$ verminderte Betrag zur Ermittelung von τ_0 in Rechnung zu nehmen ist.

Nimmt man in Abbildung 173 und 174 die Druckresultierende im Querschnitt geneigt an in der Richtung der Verbindungslinie der Druckmittelpunkte benachbarter Querschnitte, so ist, da D ihre horizontale Komponente sein muß, der Abzug $D \cdot \frac{7}{8} \, tg\,\alpha$ nichts anderes als ihre vertikale Komponente. Da die Druckspannungen am Rande parallel zu diesem wirken, so ist dieses Ergebnis ganz plausibel. In den Abbildungen 175 und 176 kann man ebenfalls die Druckresultierende in der Verbindungslinie der oberen bezw. unteren Achtelspunkte annehmen und man erhält dann in der Größe $Z \cdot \frac{7}{8} \, tg\,\alpha$ die Differenz der Vertikalkomponenten dieser nach oben geneigten Druckkraft und der nach unten geneigten Zugkraft.

Aus der Gleichung für $b \cdot \tau_0$ erkennt man sofort den günstigen Einfluß der Vouten bei den Mittelstützen kontinuierlicher Eisenbetonträger. Würde das Moment mit wachsendem h abnehmen, dann wäre in der Formel das $-$Zeichen durch ein $+$Zeichen zu ersetzen.

Die Einsenkungen.

Die auf Seite 102 u. f. beschriebenen Biegungsversuche haben ergeben, daß der Beton infolge seiner Zugfestigkeit das Eisen wesentlich entlastet, und daß diese Entlastung auch im Stadium IIb auf eine größere Strecke der Eisen noch anhält. Aus diesem Grunde ist die Durchbiegung von Eisenbetonkonstruktionen im allgemeinen sehr gering. Es kommt noch weiter in Betracht, daß infolge der festen Verbindung aller Teile eines armierten Betonbaues an der Lastaufnahme mehr Konstruktionsglieder teilnehmen, als dies gewöhnlich in der Rechnung angenommen wird.

Bei den Untersuchungen der eisernen Brücken spielt zur Zeit die Einsenkung eine große Rolle und dies nach meiner Ansicht mit Unrecht, denn die Einsenkung ist das Ergebnis unendlich vieler und sehr kleiner elastischer Verschiebungen der einzelnen Punkte und Querschnitte; es ist also nicht notwendig, daß ein oder mehrere Mängel in dem Querschnitt eines Stabes, ein schlechter Nietanschluß u. s. w.

sich in der Einsenkung bemerkbar machen, die meist geringer ist als der berechnete Wert, vielmehr kann eine genaue Untersuchung des ganzen Bauwerkes neben der rechnerischen Kontrolle nicht entbehrt werden.

Der Betrag der Einsenkung ist als Qualitätsmaßstab noch wertloser bei den armierten Betonkonstruktionen, weil ungenügende Abmessungen mit Rücksicht auf Schub- und Haftspannungen die Einsenkung nicht beeinflussen, und weil die Lastverteilung innerhalb der Konstruktion nicht mathematisch genau verfolgt werden kann. Wenn man sich daher nicht auf die Sachkenntnis der ausführenden Firma allein verlassen will, bleibt nichts anderes übrig, als sich mit den Einzelheiten der Konstruktion und der Berechnung vertraut zu machen, um die nötige Überwachung während der Herstellung ausüben zu können.

Die Größe der tatsächlich bei der Probebelastung auftretenden Spannungen in Eisen und Beton kann am besten mit geeigneten Dehnungsmessern (Rabut-Manet) unmittelbar gemessen werden, so daß man gar nicht auf den zweifelhaften Umweg über die Einsenkungen angewiesen ist, wenn man durchaus den experimentellen Nachweis über die Sicherheit der Konstruktion erbringen will.

Wir geben in Abbildung 177 die Durchbiegungsdiagramme der früher beschriebenen Probebalken (Seite 102, Abbildung 88). Als Abszissen sind die konstanten Biegungsmomente des mittleren Teils,

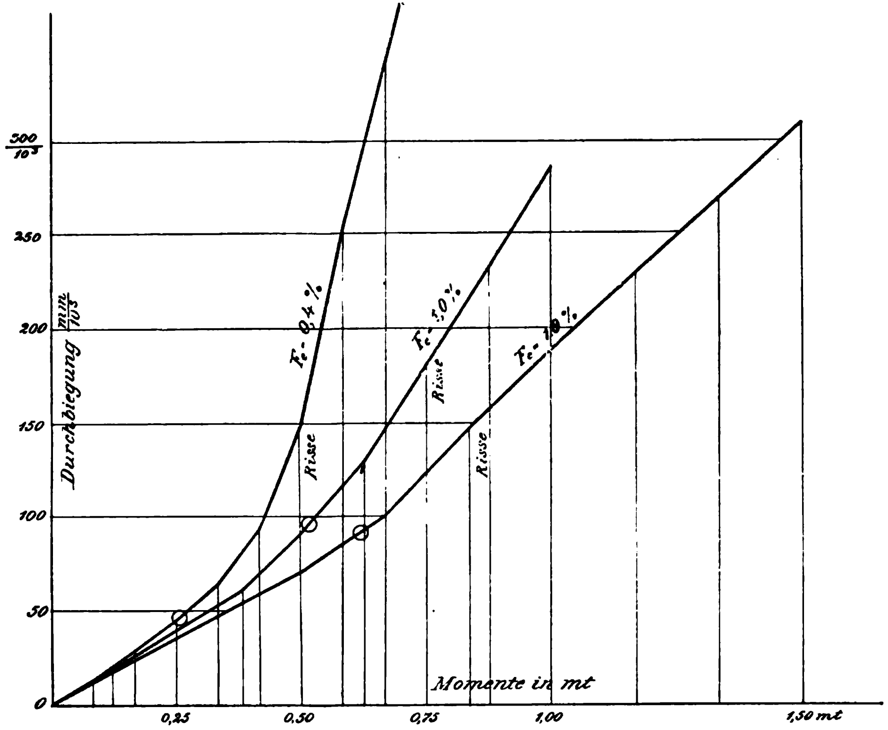


Abb. 177. Durchbiegungsdiagramme der Probekörper. S. 106 u. 107.

als Ordinaten die Einsenkungen aufgetragen. Der Kreis auf jeder Kurve zeigt die nach den Leitsätzen zulässige Belastung an.

Der Verlauf der Kurven ist bis zu diesem Punkt fast geradlinig, vor dem Auftreten der Risse erfolgt eine Abbiegung nach oben, d. h. eine raschere Zunahme der Einsenkung, so daß der Schluß nahe liegt, daß bei Eisenbetonplatten nach diesem Punkt die Risse zu erwarten sind. Bei den Plattenbalken ist der Verlauf des Diagramms ein ähnlicher.

Nach der in den vorangehenden Abschnitten dargelegten Wirkungsweise der auf Biegung beanspruchten Eisenbetonbalken ist die aus zwei geraden Stücken mit entsprechendem Übergang dazwischen bestehende Form des Durchbiegungsdiagramms leicht zu erklären. Der erste vom Ursprung ausgehende gerade Teil entspricht den Spannungen im Stadium I, wo der Beton noch voll auf Zug mitwirkt. Die gekrümmte Übergangsstrecke entspricht dem Stadium IIa, wo die Zugfestigkeit des Betons ausgenutzt ist, und fernerhin dem Beginn des Stadiums IIb, wo an einzelnen Orten die Zugfestigkeit überwunden wird und feine Risse auftreten. Der weitere annähernd wieder geradlinige Verlauf entspricht dem Stadium IIb mit ausgedehnter Rißbildung, wo das Eisen nur noch durch die nahezu konstant bleibenden Gleitwiderstände der Betonumhüllung an seiner vollen Dehnung gehindert wird. Deshalb sind hier die Einsenkungen den Lasten nicht mehr proportional.

Eine rechnerische Ermittlung der Einsenkungen muß also diesen verschiedenen Zuständen angepaßt sein. Für das Stadium I könnte man demnach die Berechnung nach der gewöhnlichen Biegungslehre durchführen, indem man im Ausdruck für das Trägheitsmoment die Eisenquerschnitte durch n-fache Betonflächen ersetzt. Die Einsenkung im Stadium IIb erscheint der Berechnung noch unzugänglich, denn man müßte zur Bestimmung der mittleren Eisendehnung den mittleren Abstand der Zugrisse und den Gleitwiderstand einführen. Auch eine Berechnung nach Stadium IIa, die den Spannungszustand (vermittelt auch noch nach Auftreten der ersten Risse) gut trifft, scheint ebenfalls ausgeschlossen, denn aus den umständlichen Formeln (Seite 145) für x und σ_b folgt, daß es nicht möglich ist, einen brauchbaren Ausdruck für den Drehungswinkel zwischen zwei benachbarten Querschnitten aufzustellen, wenn man berücksichtigt, daß β erst durch Versuchsrechnungen annähernd bestimmt werden kann.

Berechnung der äußeren Kraftwirkungen, Schnittkräfte und Schnittmomente.

Im vorhergehenden ist gezeigt worden, in welcher Weise bei bekannten Momenten und Normalkräften die Spannungen in einem Querschnitt berechnet und die Konstruktionsteile dimensioniert werden können.

Im folgenden wollen wir noch ganz allgemein die Berechnung der Schnittkräfte und Schnittmomente berühren.

Während es bei einem eisernen Balken von konstantem Querschnitt, also bei allen Walzprofilen, und in gewissem Grade auch bei den Blechträgern genügt, nur den Wert des größten überhaupt innerhalb der Spannweite vorkommenden Moments zu kennen, ist es zum Entwerfen eines wirtschaftlich konstruierten Eisenbetonträgers erforderlich, daß für eine größere Anzahl Querschnitte die beiden Grenzwerte der Momente bekannt sind. Es ist vor allem notwendig, zu wissen, in welchem Sinne das Biegungsmoment wirkt, da hiervon die Lage des Eisens im Balken überhaupt abhängt. Wie gezeigt wurde, spielen auch die Querkräfte bezw. die Schubspannungen eine größere Rolle bei der Querschnittsberechnung der Eisenbetonträger. Eine weitere Vermehrung der Rechnungsarbeit besteht darin, daß die zulässige Beanspruchung von zwei verschiedenen Materialien nicht überschritten werden darf; dem steht auf der anderen Seite wieder eine Vereinfachung der Querschnittsform gegenüber.

Für alle statisch bestimmten Eisenbetonkonstruktionen sind die Biegungsmomente nach den Regeln der Statik aus den äußeren Kräften zu berechnen. Dagegen scheint es fraglich, ob für die statisch unbestimmten Eisenbetonkonstruktionen, also eingespannte und kontinuierliche Träger, Gewölbe ohne Gelenke u. s. w. die Schnittkräfte in gleicher Weise berechnet werden dürfen, wie für homogene Materialien.

Von Oberingenieur *J. A. Spitzer* wurde in der Zeitschrift des »Österreichischen Ingenieur- und Architektenvereins« für das Moniergewölbe der Purkersdorfer Gewölbeversuche nachgewiesen, daß seine Berechnung ebenso wie für homogenes Material nach der Elastizitätstheorie erfolgen kann, wenn man den Querschnitt der Eiseneinlage durch den n-fachen Betonquerschnitt in den Ausdrücken für die Querschnittsfläche F und das Trägheitsmoment J ersetzt. Nach dem bei der Biegung mit Axialdruck Gesagten ist dies vorauszusehen, da bei einem Gewölbe ja die Zugfestigkeit in den meisten Querschnitten nicht in Anspruch genommen wird und daher die Wirkungen des Momentes und der Axialkraft sich in gleicher Weise addieren, wie bei einem homogenen Querschnitt.

Betrachten wir nun einen eingespannten oder kontinuierlichen Plattenbalken, bei dem keine Axialkräfte wirksam sind. Solange der Drehungswinkel zwischen zwei benachbarten Querschnitten proportional dem Biegungsmoment ist, wird die Berechnung nach der Theorie des eingespannten, bezw. kontinuierlichen Trägers zu erfolgen haben. Nach den Durchbiegungsdiagrammen reicht diese Proportionalität zwischen Moment und Deformation bei rechteckigen Querschnitten bis zu der zulässigen Belastung. Aber selbst wenn die Proportionalität bei höherer

Belastung aufhört, wird sich die Lastverteilung nicht viel ändern, wie folgende einfachen Fälle zeigen.

Als extremen Fall wollen wir voraussetzen, daß der Drehungswinkel zwischen zwei benachbarten Querschnitten proportional der dritten Potenz des Moments sei (dann müßte das Durchbiegungsdiagramm Abbildung 177 eine kubische Parabel sein), also

$$d\varphi = C \,.\, M^3 \,.\, dx,$$

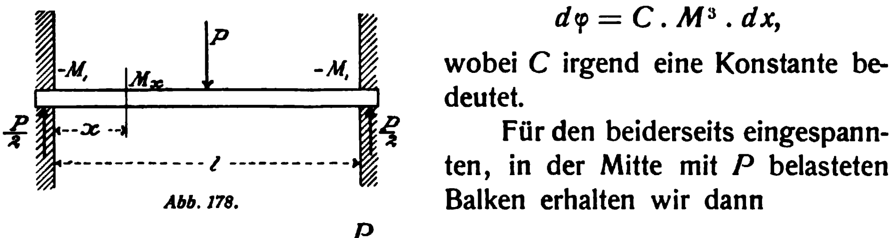


Abb. 178.

wobei C irgend eine Konstante bedeutet.

Für den beiderseits eingespannten, in der Mitte mit P belasteten Balken erhalten wir dann

$$M_x = -M_1 + \frac{P}{2}\,x$$

$$d\varphi = C \,.\, M_x^3 \,.\, d_x = C\left(-M_1 + \frac{P}{2}\cdot x\right)^3 \cdot dx.$$

Es muß sein

$$0 = \int_0^{\frac{l}{2}} d\varphi = \int_0^{\frac{l}{2}} \left(-M_1 + \frac{P}{2}\,x\right)^3 \cdot dx.$$

Die Auflösung ergibt das bekannte Moment

$$M_1 = \frac{Pl}{8}.$$

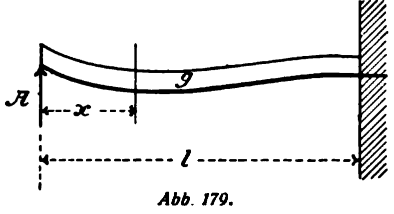


Abb. 179.

Wählen wir noch einen unsymmetrischen Fall, den einerseits eingespannten, anderseits frei aufliegenden Träger, Abbildung 179,

$$M_x = A \,.\, x - \frac{g}{2}\cdot x^2$$

$$d\varphi = C\left(A \,.\, x - \frac{g}{2}\cdot x^2\right)^3 \cdot dx.$$

Da das Trägerende bei A keine Verschiebung in vertikalem Sinn erfahren soll, so muß sein

$$0 = \int_0^{l} x \,.\, d\varphi$$

oder

$$0 = \int_0^{l} x \cdot \left(A \,.\, x - \frac{g}{2}\cdot x^2\right)^3 \cdot dx,$$

die nach der Integration erhaltene Gleichung wird mit $A = \frac{3}{8}\,gl$, dem bekannten Wert, bis auf ein ganz verschwindendes Restglied befriedigt.

Aus diesen zwei Fällen könnte schon geschlossen werden, daß eine von der Proportionalität abweichende Beziehung zwischen Moment und Deformation keine Änderungen von praktischer Bedeutung in den nach der Elastizitätslehre ermittelten Reaktionen zu bewirken vermag. Die Berechtigung, kontinuierliche Eisenbetonträger als solche zu berechnen, wird aber noch weiter durch die im Anschluß beschriebenen Versuche der Firma *Wayß & Freytag* mit kontinuierlichen Eisenbetonbalken nachgewiesen werden. Voraussetzung für das Gelingen der Ausführung ist dann natürlich, daß die Armierung tatsächlich auch der Einspannung und Kontinuität angepaßt und nicht einfach nach der Schablone eines »Systems« ausgeführt wird. Man vergißt oft, daß die Elastizitätsbedingungen bei homogenen Materialien nur bis zur Proportionalitätsgrenze gültig sind, daß also dort hinsichtlich der Kräfteverteilung im Bruchzustand eine ähnliche Unsicherheit herrscht, wie beim Eisenbeton.

Mit demselben Recht, mit dem die eisernen kontinuierlichen Träger unter der Voraussetzung eines konstanten Trägheitsmoments berechnet

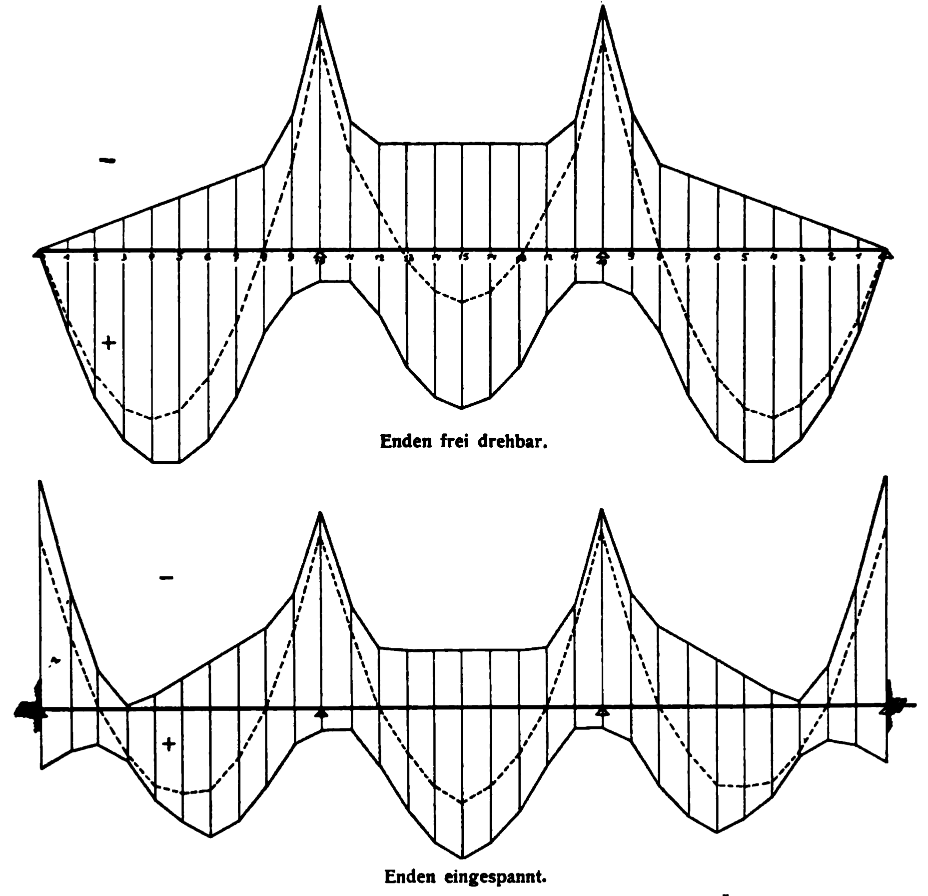


Abb. 180. **Maximalmomentenlinie für kontinuierliche Träger mit drei Öffnungen.**

werden, obgleich der Querschnitt sich ändert, d. h. den Grenzwerten der Momente anpepaßt wird, können dann auch die Eisenbetonträger

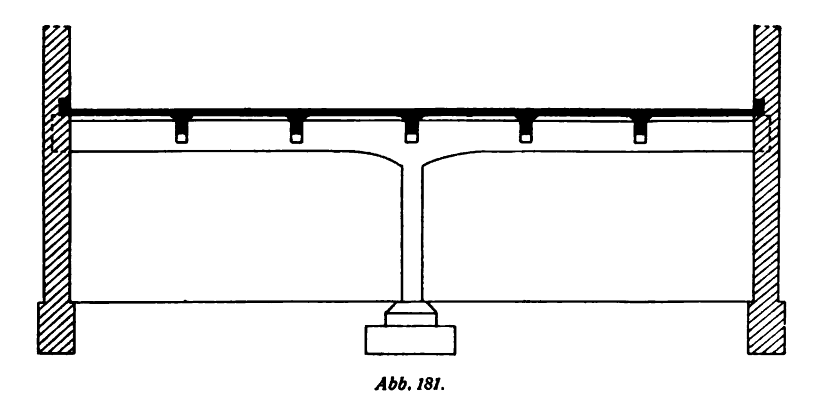


Abb. 181.

und -platten nach den Formeln für kontinuierliche Träger konstanten Querschnitts berechnet werden.

Man wird etwas zu ungünstig rechnen, wenn man die Decken auf den Balkenrippen und die Balken über den Zwischensäulen, der

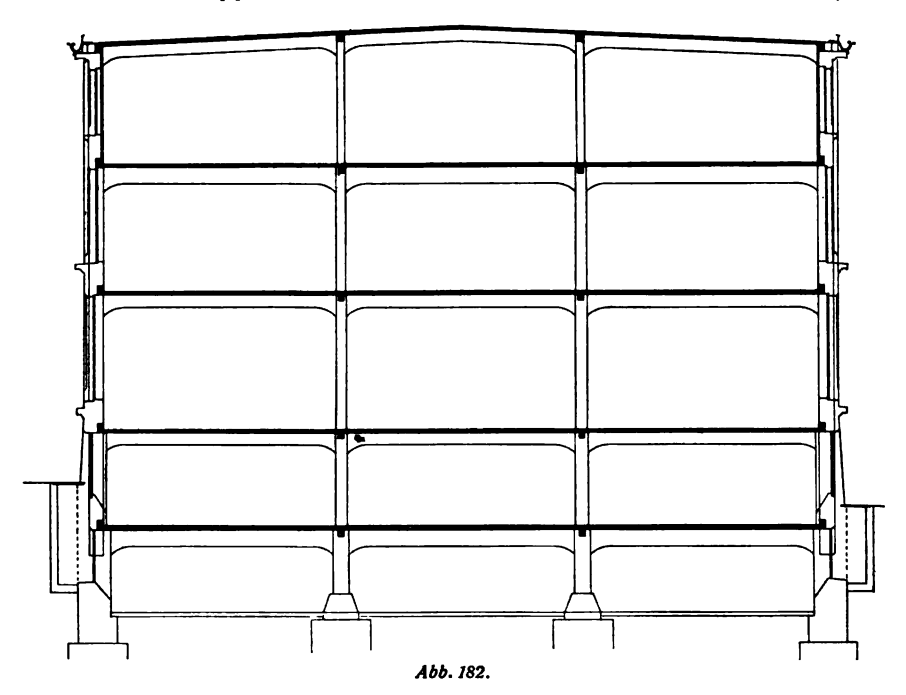


Abb. 182.

Einfachheit wegen, als freiaufliegend, jedoch kontinuierlich, annimmt und vom Drehungswiderstand der Balken, bezw. der Einspannung durch die Säulen absieht. Die Ersparnis, welche die genaue Berechnung liefern würde, könnte nur unbedeutend sein. Die Einspannung der Deckenendfelder an den Umfassungswänden kann nur in den wenigsten

Fällen durch konstruktive Maßregeln erreicht werden und bleibt am besten unberücksichtigt oder man trägt derselben Rechnung durch Abbiegen einiger Eisen in der Nähe des Auflagers. Noch weniger ist Einspannung vorhanden an den Enden von Plattenbalken, die in Mauern auflagern. Sind jedoch an den Trägerenden Wandpfeiler aus Eisenbeton angeordnet, so wird auch eine gewisse Einspannung in Wirksamkeit treten und unter Umständen rechnerisch zu berücksichtigen sein. Jedenfalls empfiehlt es sich, die Wandsäulen biegungsfest auszubilden.

Der Hauptträger der in Abbildung 181 dargestellten Eisenbetondecke bildet somit einen kontinuierlichen Träger von zwei Öffnungen, dessen Enden frei aufliegen. Als kontinuierliche Träger von drei Öffnungen mit teilweiser Einspannung der Trägerenden sind die Hauptträger des aus Abbildung 182 ersichtlichen Eisenbetonbaues zu berechnen, bei welchem Wandpfeiler innerhalb der Umfassungswände emporgeführt sind und die Trägerlasten aufnehmen.

Die Berechnung erfolgt für gleichmäßig verteilte Last am einfachsten nach den Ordinatenwerten der Maximalmomentenlinien für kontinuierliche Träger, wie sie z. B. in »Vorträge über Brückenbau«, I. Heft, von *Winkler* angegeben sind. Wir lassen diese Tabellen, welche für eine eingehende Berechnung der kontinuierlichen Träger von großem Werte sind, im Anhang folgen. Die Maximalmomentenlinien für drei Öffnungen sind in Abbildung 180 dargestellt. Sehr gute Dienste leisten auch die interpolierbaren Tabellen zum raschen Auftragen der Einflußlinien für Momente und Querkräfte bei kontinuierlichen Trägern von *Gustav Griot,* Zürich. Ein weiteres Eingehen auf die Berechnung der Schnittmomente wollen wir unterlassen, da die verschiedenen Methoden in den Lehrbüchern über Statik der Baukonstruktionen zu finden sind.

Von mancher Seite wird den remanenten Spannungen in den armierten Betonkonstruktionen ein großer Wert beigelegt. Sie rühren davon her, daß der Beton namentlich auf der gezogenen Seite nach der ersten Beanspruchung neben der rein elastischen noch eine gewisse bleibende Deformation erleidet, die in Verbindung mit Eisen zu gewissen bleibenden Spannungen in beiden Materialien führt. Diese bleibenden Spannungen können bei wiederholter Belastung die oberen Grenzwerte der Beanspruchungen kaum ändern, denn für wiederholte Beanspruchung ist der Beton mit entsprechend geändertem Elastizitätskoeffizienten wirksam, der nicht der erstmaligen gesamten, sondern der federnden Deformation entspricht. Wenn man also sagt, daß in einem der Biegung ausgesetzt gewesenen Eisenbetonbalken nach Entlastung der Beton an der Unterseite infolge seiner bleibenden Dehnungen und der Zugspannung im Eisen auf Druck beansprucht sei, so muß man beachten, daß bei der Wiederholung der Belastung allerdings dieser Druck im Beton zunächst überwunden werden muß, ehe dort

Zugspannungen auftreten, daß aber der Beton jetzt nicht mehr so leicht dehnbar ist wie das erste Mal, daß also die Zugspannungen schneller wachsen, um schließlich wieder den annähernd gleichen Endbetrag zu erreichen wie zuerst. Abgesehen von dieser Tatsache hätten die bleibenden Betonspannungen für den Konstrukteur auch dann wenig Bedeutung, wenn sie einen Einfluß auf die Grenzwerte der Beanspruchungen im belasteten Zustand besäßen, weil er sich bei seinen Berechnungen einen viel späteren Belastungszustand (Stadium IIb mit gerissenem Beton) vor Augen halten muß, damit seine Konstruktionen die nötige Sicherheit erhalten. Auf diesen Zustand haben aber bleibende Dehnungen und Spannungen des Betons kaum noch einen Einfluß.

Die ängstliche Ermittlung der tatsächlichen Spannungen in Eisen und Beton unter der zulässigen Last entspricht zwar den seitherigen Gepflogenheiten bei den Eisenkonstruktionen, dies ist aber kein Grund, diesen Standpunkt auch beim Eisenbeton zu vertreten. Es ist in den vorhergehenden Kapiteln zu verschiedenen Malen gezeigt worden, daß diese schulmäßig überlieferte Methode beim Eisenbeton zu ganz falschen Ergebnissen führen würde; auch die reinen Eisenkonstruktionen wären oft der Verbesserung fähig, wenn man nicht bei der »zulässigen Spannung« stehen bleiben würde. (Ich denke hier z. B. an das von Professor *Schüle*, Zürich, nachgewiesene seitliche Ausknicken der oberen Gurtungen von auf Biegung beanspruchten I-Trägern.) Nur dadurch, daß die Konstrukteure beim Eisenbeton von Anfang an die Sicherheit der Bauwerke im Auge behielten und sich fast nicht um die tatsächlichen Spannungen unter der zulässigen Last kümmerten, war es ihnen möglich, dem Eisenbeton zu seiner heutigen Entwicklung zu verhelfen.

Das Schwinden des Betons erzeugt ebenfalls Nebenspannungen in den Eisenbetonkonstruktionen. Über das Maß des Schwindens der verschiedenen Mischungsverhältnisse fehlen noch zuverlässige Zahlen. Bei langen Bauwerken muß dem Schwinden und der Längenänderung durch Temperaturwechsel durch Schwindfugen in gewissen Abständen (20—40 m) Rechnung getragen werden. Bei Hochbauten können die Schwindfugen durch die Mitten von Trägern und Säulen oder durch die Feldermitten geführt werden. Die letztere Anordnung führt dann zu Konsolausladungen an Decke und Trägern. Die Dilatationsfugen können ohne jeden Zwischenraum hergestellt werden, da sie durch das Schwinden des Betons nur auseinander gehen. Die mit solchen Schwindfugen versehenen Bauten bleiben tatsächlich rissefrei, während andernfalls die Gefahr von Rissen an ungewollten Stellen immer vorhanden ist.

Versuche mit kontinuierlichen Plattenbalken.

Da Versuche mit richtig konstruierten kontinuierlichen Plattenbalken noch nicht bekannt geworden waren, sah sich die Firma

Wayß & Freytag in Anbetracht der Wichtigkeit dieser Sache veranlaßt, nach den von mir gelieferten Plänen Versuche mit drei kontinuierlichen Balken T-förmigen Querschnitts anzustellen. Die Probebalken sind in den Abbildungen 183—185 dargestellt. Es handelt sich um kontinuierliche Träger mit zwei Öffnungen von je 5,90 m lichter Weite, der Querschnitt zeigt eine 14 cm breite und 25 cm hohe Rippe, mit einer darüber liegenden Platte von 1,0 m Breite und 10 cm Dicke. Auf den Pfeilern sind zur Sicherung der seitlichen Stabilität Querrippen angebracht worden. Der Verlauf der Eiseneinlage ist der Momentenlinie für gleichmäßig verteilte Belastung auf beiden Öffnungen angepaßt. Das Alter der Balken betrug bei der Probe nur 5 Wochen.

Balken I zeigt die gewöhnliche Anordnung der kontinuierlichen Eisenbetonträger mit Vouten an der Mittelstütze. Da das Eigengewicht pro laufenden Meter 325 kg beträgt, ergibt sich mit einer Nutzlast von 325 kg die gesamte Belastung pro laufenden Meter zu 650 kg und bei voller Belastung somit der Auflagerdruck links $Q = 650 \,.\, 6{,}15 \,.\, \frac{3}{8}$ $= 1500$ kg, somit $\tau_0 = 3{,}6$ kg/qcm. Da die abgebogenen Eisen dort reichlich genügen, um die schiefen Zugspannungen aufzunehmen, kann die Haftspannung nach der Formel $\tau_1 = \frac{Q}{2z\,.\,U}$ gerechnet werden und ergibt sich demnach zu $\tau_1 = 2{,}85$ kg/qcm, so daß an den Enden eine reichliche Sicherheit vorhanden ist.

Bei 0,4 l ist unter derselben Last das Biegungsmoment

$$M = 0{,}07 \,.\, 650 \,.\, 6{,}15^2 \,.\, 100 = 172090 \text{ cmkg},$$

also $\sigma_e = 1000$ kg/qcm, $\sigma_b = 17{,}4$ kg/qcm. Über dem Mittelpfeiler berechnet sich entsprechend $\sigma_e = 990$, $\sigma_b = 45{,}7$ kg/qcm.

Bei 6 t Belastung auf beiden Öffnungen zusammen waren die ersten Risse in der Gegend des größten positiven Moments schon vorhanden, bei 14 t erschienen sie an der Stelle der negativen Momente. Entsprechend der zunehmenden Belastung folgten weitere, etwas geneigte Risse in den äußeren Zonen der positiven und negativen Momente. Zwischen beiden Zonen, in der Gegend von $^3/_4\, l$, wo das Biegungsmoment Null ist, blieb ein ausgedehntes Stück des Trägers selbst bis zur Bruchlast ohne jede Risse. Dort wirken in der Hauptsache nur Schubspannungen, denen durch die abgebogenen Eisen daselbst Rechnung getragen ist. Aus der Verteilung der Risse, die in Abbildung 183 nur für die eine Öffnung angegeben sind, folgt deutlich, daß ein kontinuierlich armierter und konstruierter Eisenbetonbalken auch tatsächlich kontinuierlich wirkt.

Der Bruch erfolgte bei einer Belastung von 34,4 t dadurch, daß der Beton an der Unterseite der Voute zerdrückt wurde. Dies geschah an einer Stelle, wo sich beim Einstampfen des Betons die Bügel

verschoben hatten, denn der Bügelabstand betrug dort 24 cm statt 15 cm. Die 2 Rundeisen von 10 mm knickten infolgedessen aus, wie aus der Photographie Abbildung 186 zu ersehen ist. Eine Druckarmierung erscheint demnach nur dann von Wert zu sein, wenn sie durch eng gestellte Bügel am Ausknicken gehindert wird, da sie andernfalls eher schädlich wirken kann. Gleichzeitig mit dem Bruch beim Mittelpfeiler erfolgte auch der Bruch bei 0,4 l, denn mit dem Nachgeben der Voute vergrößerten sich natürlich die positiven Momente, so daß der Bruch dort gleich nachfolgen mußte.

Für die Bruchlast von 34,4 t berechnet sich mit Berücksichtigung des eigenen Gewichts am Endauflager:

$$\tau_0 = 17{,}3 \text{ kg/qcm}, \quad \tau_1 = 13{,}7 \text{ kg/qcm}.$$

Bei 0,4 l wird, nach Stadium IIb gerechnet,

$$\sigma_e = 4800 \text{ kg/qcm}, \quad \sigma_b = 83{,}5 \text{ kg/qcm}.$$

Rechnet man die Eisenbeanspruchung mit dem beim Bruch tatsächlich vorhandenen Hebelarm von 32 cm, so ergibt sie sich zu 4450 kg/qcm.



Abb. 186. Balken I. Risse und Bruch in der Nähe des Mittelpfeilers.

An der Stelle, wo an der Voute der Beton zerdrückt wurde, ist das Moment des kontinuierlichen Trägers (für konstanten Querschnitt gerechnet) = 7,0 mt; hierfür erhält man

$$\sigma_e = 3700 \text{ kg/qcm}, \quad \sigma_b = 171 \text{ kg/qcm},$$

so daß das Zerdrücken des Betons an dieser Stelle hinreichend erklärt ist. Nimmt man indessen noch weiter an, daß die Druckspannungen parallel zur Unterkante wirken, so ist die für den vertikalen Schnitt gerechnete Randspannung noch durch $\cos^2 \alpha$ zu dividieren und man erhält dann 184 kg/qcm Betonpressung. Die Schubspannung ergibt sich im Bruchquerschnitt der Voute nach der Formel:

$$b \cdot \tau_0 = \frac{Q}{z} - \frac{M}{z^2} \cdot \frac{7}{8} \operatorname{tg} \alpha$$

zu $\tau_0 = 9{,}9$ kg/qcm.

Bemerkenswert ist der horizontale Riß an der Bruchstelle, der schon bei 28,6 t vorhanden war und der einem Abscheren des Betons entspricht. Am vorderen Ende der Voute wirkt die Druckkraft im Beton an der Unterseite horizontal, infolge des plötzlichen Richtungswechsels der Unterkante kann aber der Beton der Voute nur durch horizontale Scherspannungen zur Aufnahme der Druckkräfte herangezogen werden. Weil der Übergang unstetig ist, können sich Hauptspannungen dort nicht ausbilden, vielmehr muß zur Übertragung der horizontalen Druckkraft ein ähnlicher Verzahnungsschnitt angenommen werden, wie im Fall der reinen Abscherung (Abbildung 33). Die Gefahr dieser horizontalen Scherrisse ist umso größer, je steiler die Voute ist, flache und insbesondere ausgerundete Übergänge sind daher vorzuziehen.

Balken II hat keine Vouten, die obere Eiseneinlage am Mittelpfeiler ist daher gegenüber Balken I behufs Erreichung der gleichen Tragfähigkeit vermehrt und zur Verstärkung der Unterseite gegen



Abb. 187. **Balken II. Risse und Bruch in der Nähe des Mittelpfeilers.**

Druck ist dort eine Spirale aus 10 mm Rundeisen mit 10 cm Durchmesser und 3 cm Ganghöhe eingebaut. Da die Schubspannungen am Mittelpfeiler infolge Fehlens der Voute groß werden, sind noch zwei besondere »Schubeisen« angeordnet (Abbildung 184).

Der Verlauf der Risse bei Belastung ist zunächst ganz ähnlich wie beim vorigen Balken, nur scheint der Momentennullpunkt etwas mehr gegen den Mittelpfeiler verschoben, was auch mit der Theorie im Einklang stehen würde, indem die stärkeren Querschnitte in der Nähe des Mittelpfeilers bei Balken I den Nullpunkt etwas weiter in die Öffnung hinein verschieben. Für den bei 31,9 t Belastung durch Zerdrücken des Betons an der Unterseite beim Mittelpfeiler erfolgten Bruch berechnet sich für den Querschnitt mit dem positiven Maximalmoment:

$$\sigma_e = 4250 \text{ kg/qcm}, \quad \sigma_b = 76{,}6 \text{ kg/qcm}.$$

Da gleichzeitig mit dem Zerdrücken des Betons beim Mittelpfeiler auch in diesem Querschnitt der Bruch erfolgte, so gilt bezüglich σ_e das gleiche, was bei Balken I gesagt wurde. Wenn man für die etwa 0,3 m von der Achse des Mittelpfeilers entfernte Bruchstelle das Biegungsmoment und daraus die Spannungen berechnet, erhält man für den Zustand des Bruches $\sigma_e = 3315$ kg/qcm, $\sigma_b = 311$ kg/qcm. Infolge des 50 cm breiten Auflagers ergibt sich hier eine gewisse Unsicherheit, immerhin sind diese Zahlen eher zu klein als zu groß.

Die schiefen Risse, welche die Schubeisen kreuzten, erschienen schon bei 16 t Belastung, entsprechend einer Schubspannung $\tau_o = 15{,}5$ kg/qcm. Hier wirkten noch die vertikalen Pressungen zwischen den Balkenfasern infolge des Auflagerwiderstandes verzögernd auf das Erscheinen der ersten Schubrisse, außerdem natürlich die Schubeisen und die Bügel. Die Haftspannung muß hier auf den Umfang der oberen Eisen gerechnet werden und ergibt sich nach der Formel $\tau_1 = \frac{Q}{2z \cdot U}$ zu 6,1 kg/qcm beim Bruch. Da bei kontinuierlichen Trägern über der Mittelstütze immer viele Eisen vorhanden sind, ergibt sich dort die Haftspannung immer klein.

Balken III ist ganz ähnlich ausgebildet wie Balken II, dagegen sind die 2 Schubeisen 14 mm weggelassen und das obere Rundeisen 14 mm ist dafür auf 20 mm verstärkt.

Der Verlauf der Risse ist nach Abbildung 185 ganz ähnlich denjenigen bei Balken II. Der Bruch wurde wieder durch das Zerdrücken des unteren Betons beim Mittelauflager eingeleitet; nachdem dort die Tragfähigkeit des Balkens erschöpft war, trat auch an der Stelle des größten positiven Moments der Bruch ein. Mit dem Zerdrücken des Betons an der Unterkante traten auch Erscheinungen ein, die auf ein Abscheren des Betons in horizontaler Richtung über den Spiralen hindeuteten (Abbildung 188). Da die Bruchlast nur 25,4 t betrug, so

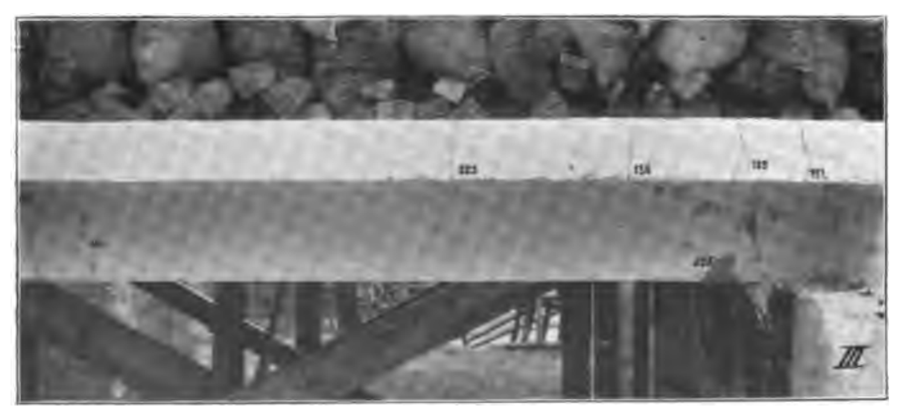


Abb. 188. Balken III. Risse und Bruch in der Nähe des Mittelpfeilers.

kann man im Vergleich mit dem Balken II auf die Nützlichkeit der besonderen Schubeisen schließen. Diese wären entbehrlich, wenn man die Hauptarmierung an den betreffenden Stellen abbiegen könnte, ohne dadurch die für die negativen Momente oben erforderliche Eisenmenge zu vermindern.

Die Versuche mit kontinuierlichen Trägern sind schwieriger durchzuführen als solche mit einfachen Balken, weil eine Ungleichmäßigkeit in der Last den Vergleich der Ergebnisse erschwert. Die Firma *Wayß & Freytag* wird diese Versuche nochmals mit etwas stärkerer Armierung in den Feldern durchführen und dabei auch zwei weitere Balken ohne Spiralen und ohne Vouten herstellen.

Aus den vorliegenden Ergebnissen kann man indessen schon deutlich den Nutzen der Vouten bei kontinuierlichen Eisenbetonbalken erkennen, ihren wirtschaftlichen Vorteil zeigt aber die nachfolgende Tabelle, welche die für die Hauptarmierung der Rippen einschließlich der Spiralen, jedoch ohne die Bügel, verwendeten Eisenmengen enthält:

Balken	Bruchlast	Eisenmenge
I	34,4 t	75,3 kg
II	31,9 t	90,0 kg
III	25,4 t	91,0 kg

Durch die vorstehenden Versuche, insbesondere soweit sie sich auf Balken I beziehen, ist der Beweis erbracht, daß man die Eisenbetonträger tatsächlich kontinuierlich konstruieren kann. Nach meiner Ansicht muß man sie sogar kontinuierlich konstruieren, wenn man sie, wie dies bei den Hochbauten der Fall ist, in einem Stück mit den übrigen Bauteilen durchführt. Insbesondere gilt dies auch von den durch Eisenbetonbalken getragenen Deckenplatten, die den negativen Momenten über den Trägern standhalten müssen, damit sie als Druckgurtungen der letzteren wirken können und nicht an der Oberseite des Anschlusses an die Träger Risse bekommen.

Anwendungen des Eisenbetons.

Geschichtliches.

Als Erfinder des Eisenbetons wird gewöhnlich *Joseph Monier* bezeichnet, der um das Jahr 1868 die ersten Anwendungen gemacht hat.

Wir finden indessen Spuren dieser Bauweise schon früher. So war z. B. auf der Pariser Ausstellung im Jahre 1855 von *Lambot* ein Boot aus Eisenbeton ausgestellt. Auf der Weltausstellung 1867 ist neben dem bekannten *Monier* auch *François Coignet* vertreten, der von 1860 an Decken, Gewölbe und Röhren vorschlug, in deren Konstruktion man die Grundregeln des Eisenbetonbaues erkennt.

Monier gebührt aber das Verdienst, daß er sich der Anwendung der neuen Bauweise mit Ausdauer und Erfolg gewidmet hat.

Anfänglich Besitzer einer bedeutenden Gärtnerei in Paris, beabsichtigte er ursprünglich nur große Blumenkübel herzustellen, welche dauerhafter als solche von Holz und leichter transportabel als solche von Zement sein sollten. Er versuchte dies durch Eiseneinlagen von geringer Stärke in die Zementwand der Kübel zu erreichen und dehnte sodann diese Bauweise auf die Herstellung größerer Wasserbehälter aus. Im Jahre 1867 nahm er sein erstes französisches Patent, dem er noch eine größere Reihe anderer Patente über Behälter, Decken, gerade und gebogene Balken, Balken in Verbindung mit Decken u. s. w. folgen ließ. In seinen Patentzeichnungen begegnen wir schon allen jenen Elementen, welche in den verschiedenen Systemen heute noch bei den einzelnen Konstruktionsteilen angewandt werden.

Es ist leicht einzusehen, daß die Erfindung *Moniers,* die zunächst wenig bekannt und auf rein empirischer Grundlage aufgebaut war, in den Händen der Ingenieure sich ganz anders entwickeln mußte.

Ende 1884 wurden die sogen. Monierpatente von der Firma *Freytag & Heidschuch* in Neustadt a. d. Haardt und der Firma *Martenstein & Josseaux* in Offenbach a. M. gekauft und zwar von ersterer für ganz Süddeutschland mit Ausnahme von Frankfurt a. M. nebst Umkreis, welches Gebiet die letztgenannte Firma sich vorbehalten hatte. Beide

Firmen zusammen erwarben aber gleichzeitig von *Monier* das Vorkaufsrecht für ganz Deutschland, das sie dann ein Jahr später an Ingenieur *Wayß* abtraten. Dieser führte nun in Gemeinschaft mit den oben genannten Firmen in Berlin Belastungsproben aus, deren Ergebnisse in der Broschüre: »Das System *Monier*, Eisengerippe mit Zementumhüllung« 1887 veröffentlicht wurden und auf Grund deren es ihm gelang, der Monierbauweise bei öffentlichen und privaten Bauten Eingang zu verschaffen.

In dieser Broschüre ist von Ingenieur *Wayß* erstmals bestimmt ausgesprochen, daß das Eisen in den Eisenbetonkonstruktionen dahin zu legen ist, wo die Zugspannungen auftreten; er hatte erkannt, daß infolge der außerordentlichen Adhäsion des Zementbetons am Eisen diese beiden Elemente statisch zusammen arbeiten müssen und fand dies durch seine zahlreichen Versuche bestätigt. Die *Wayß*schen Versuche erstreckten sich aber nicht allein auf Festigkeitsproben aller Art von Bauteilen, sondern wurden auch auf Proben über Feuersicherheit, Rostschutz des umhüllten Eisens, sowie über Adhäsion des Eisens am Beton ausgedehnt.

An Beispielen wird in der genannten Broschüre die wirtschaftliche Zweckmäßigkeit der neuen Bauweise gegenüber den althergebrachten dargelegt; auch die große Widerstandsfähigkeit der Monierplatten gegen Stöße wurde schon damals nachgewiesen. Den Versuchen wohnten Vertreter der Behörden, private Ingenieure und Architekten bei. Regierungsbaumeister *Koenen*, jetzt Direktor der Aktiengesellschaft für Beton- und Monierbauten in Berlin, stellte im Auftrage von *G. A. Wayß* auf Grund dieser Versuche Berechnungsmethoden auf, welche in jener Broschüre und auch im Jahrgang 1886 des Zentralblattes der Bauverwaltung erschienen sind.

Von da an war eine theoretische Grundlage geschaffen, nach welcher die Dimensionierung der Monierkonstruktionen erfolgen konnte, und die Bauweise erlangte durch diese bahnbrechenden Arbeiten eine große Verbreitung in Deutschland und Österreich. Einen besonderen Wendepunkt in der Entwicklung bedeuten auch die Pariser Weltausstellung vom Jahre 1900 und die über die Vertretung des Eisenbetons auf derselben veröffentlichten Berichte des Herrn *v. Emperger.*

Durch die wissenschaftliche Behandlung, welche der Eisenbeton seit den letzten Jahren erfahren hat, kam er in Deutschland sehr in Aufschwung, ganz besonders förderlich haben sich die 1904 erschienenen, unter Mitwirkung von Fachmännern und Praktikern entstandenen »Leitsätze« des Verbands Deutscher Architekten- und Ingenieurvereine und des Deutschen Betonvereins, sowie die Bestimmungen der preußischen Regierung erwiesen, indem sie viele beschränkende Vorschriften aus dem Wege räumten und die weitesten Kreise mit Vertrauen für die neue Bauweise erfüllten.

Gegenwärtig sind fast in allen Ländern Kommissionen an der Arbeit, um den Eisenbeton wissenschaftlich zu erforschen. Die französische Kommission hat ihre Arbeiten bereits beendet und ihre Versuchsergebnisse in einer besonderen Schrift veröffentlicht. Der Deutsche Ausschuß für Eisenbeton hat ein umfangreiches Arbeitsprogramm aufgestellt, dessen Ausführung in mehreren Materialprüfungsanstalten schon in Angriff genommen wurde. Außer dem Deutschen Ausschuß ist auch noch die Eisenbetonkommission der Jubiläumsstiftung der deutschen Industrie in Tätigkeit geblieben, deren wichtige Versuchsergebnisse im vorhergehenden Abschnitt besprochen worden sind. Die schweizerische Kommission wird im nächsten Jahre ihre Arbeiten beenden und Vorschläge zu endgültigen Vorschriften für Ausführung und Berechnung von Eisenbetonbauten machen.

In den Vereinigten Staaten wird armierter Beton schon längere Zeit angewendet, jedoch erschwerte die große Verschiedenheit der Systeme und der Mangel an Methode bei der Herstellung die rationelle Entwicklung. Die Systeme *Ransome, Wilson*, das Streckmetall etc. finden daselbst im Hochbau zahlreiche Anwendung. Das Melansystem wurde durch *F. v. Emperger* in Amerika eingeführt und zu großem Aufschwung im Brückenbau gebracht.

Außer dem System *Monier*, welches sich auch in seinem Ursprungslande Frankreich weiter entwickelte, kam dort eine große Anzahl anderer Systeme auf, von denen wir nur die Namen *Cottancin, Bordenave, Coignet, Bonna, Matrai* etc. nennen. Das bekannteste System

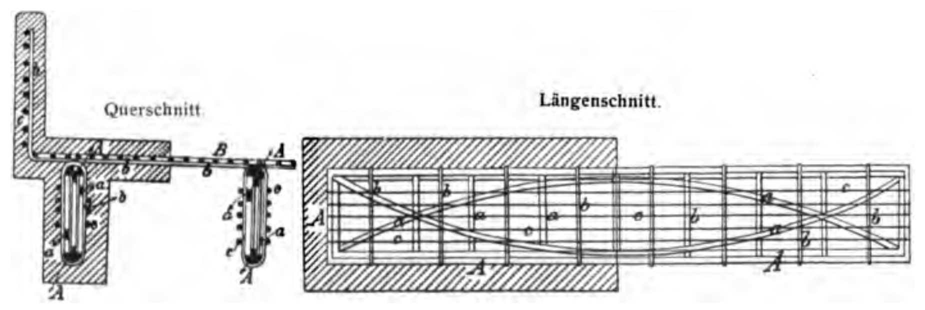


Abb. 189. Patentzeichnung *Moniers* für Eisenbetonbalken vom Jahre 1878.

ist das von *Hennebique*, der anfangs, wie die englischen und amerikanischen Fachgenossen, zunächst nur die Feuersicherheit im Auge hatte. Es ist am verbreitetsten in Frankreich, Belgien und Italien. Die Konstruktionsgedanken *Hennebiques* waren nicht etwa neu, sondern sind teilweise schon in den Patentbeschreibungen *Moniers* enthalten gewesen. So finden wir daselbst schon die mit starken Rundeisen und Drahtbügeln armierten Balken, die abgebogenen Eisen in Decken und Balken etc. Die ersten Eisenbetonbalken in Verbindung mit der Decke wurden schon 1886 beim Bau der Bibliothek in Amsterdam aus-

geführt. In chronologischer Folge kommen dann *Coignet, Sanders, Ransome* und dann *Hennebique* seit 1892.

Von den bekannteren Systemen für Deckenplatten und Träger seien folgende mit ihren unterscheidenden Merkmalen aufgezählt: Das System *Monier* (Abbildung 190) verwendet zahlreiche Verteilungsstäbe senkrecht zu den Tragstäben, an den Kreuzungsstellen werden beide durch Bindedraht verbunden. Früher wurde in den die Tragstäbe kreuzenden Verteilungsstäben ein Mittel gesehen, um das Gleiten des Betons längs der Tragstäbe zu verhindern; nachdem man aber erkannt hatte, daß die Haftfestigkeit hierfür ausreichend ist, wurden die Verteilungsstäbe in größeren Abständen angeordnet. Das Moniersystem oder das gewöhnliche Rundeisengeflecht mit 6—10 cm Maschenweite hat eine umfangreiche Anwendung bei Flüssigkeitsbehältern aller Art gefunden.

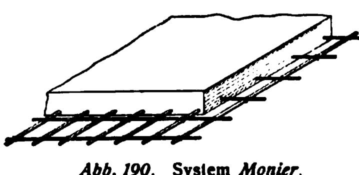


Abb. 190. System *Monier.*

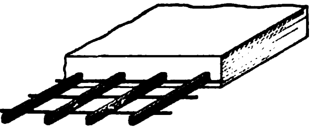


Abb. 191. System *Hyatt.*

Hyatt (Abbildung 191) bildete die Tragstäbe als aufrechtstehende Flacheisen aus, die mit Löchern versehen waren, durch welche die aus schwachen Rundeisen bestehenden Verteilungsstäbe hindurchgesteckt wurden.

Das in Amerika zu einer Bedeutung gelangte System *Ransome* (Abbildung 192) unterdrückt die Verteilungsstäbe vollständig und bildet die Tragstäbe als schraubenförmig gewundene Quadrateisen aus, um ein Gleiten derselben im Beton zu verhindern. — Andere Konstrukteure, wie *Cottancin* (Abbildung 193), haben die Trag- und Verteilungsstäbe zu einem regelrechten Netzwerk verflochten.

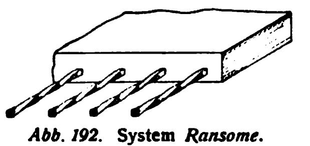


Abb. 192. System *Ransome.*

Die gebogenen Eisen für kontinuierliche, über Eisenbalken fortlaufende Decken sind verwendet bei dem System *Klett* (Abbildung 195) als Flacheisen mit aufgenieteten Winkeleisenstückchen und bei den Systemen *Wilson* und *Koenen* (Abbildung 194). Bei den zwei letztgenannten Systemen ist die Platte an den Trägern verstärkt, wie es die großen Stützenmomente einer kontinuierlichen Platte verlangen. Für wechselnde Belastung ist jedoch eine einzige Armierung als ungenügend zu betrachten.

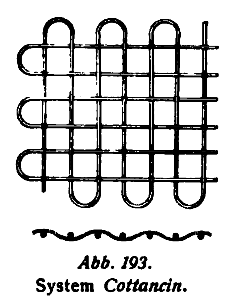


Abb. 193. System *Cottancin.*

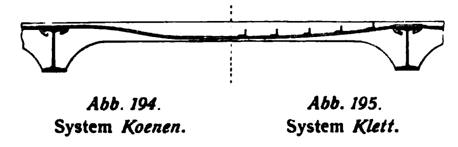


Abb. 194. System *Koenen.*

Abb. 195. System *Klett.*

Das System *Matrai* kleidet in die Betonmasse ein Netz von sich kreuzenden Drähten, die kettenförmig zwischen ein Viereck bildenden Eisenträgern aufgehängt sind.

Beim System *Hennebique* (Abbildung 196 u. 197) besteht die Armierung der Platten und Träger aus zwei Serien von Eisenstäben. Der eine Teil ist gerade und liegt im unteren Teil des Betonquerschnitts, die anderen abgebogenen Eisen befinden sich über den Stützen in der oberen Querschnittszone, sind gegen die Mitte der Öffnung abgebogen und kommen dann neben die geraden Stäbe zu liegen.

Hennebique sieht richtigerweise in den abgebogenen Eisen ein Mittel gegen die Schubspannungen und wendet sie auch bei nicht eingespannten Platten und Trägern an. Ferner verwendet er Flacheisen-

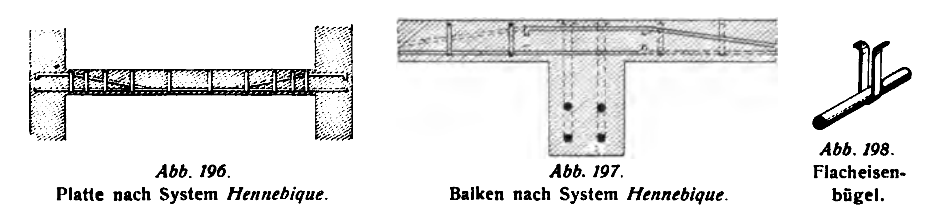


Abb. 196. Platte nach System *Hennebique*.

Abb. 197. Balken nach System *Hennebique*.

Abb. 198. Flacheisenbügel.

bügel in den Platten und Trägern von der in Abbildung 198 dargestellten Form.

Hennebique gebührt das Verdienst, die Eisenbetonbalken und -säulen in großem Maßstab im Bauwesen eingeführt und dem armierten Beton neue Anwendungsgebiete eröffnet zu haben.

Die bei den Deckenplatten vorkommenden Systeme *Klett* und *Wilson*, bei denen die Armierungen ausschließlich aus aufgehängten gebogenen Flacheisen bestehen, haben ihr Gegenstück bei den Balkenkonstruktionen in dem System *Möller* (Abbildung 199), das schon bei

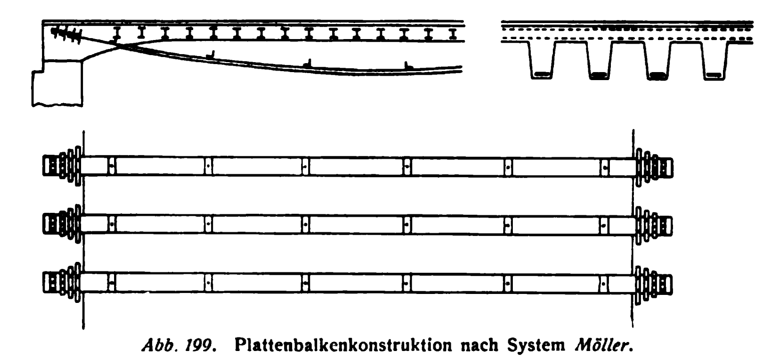


Abb. 199. Plattenbalkenkonstruktion nach System *Möller*.

Brücken bis 20 m Spannweite angewendet worden ist. Die Rippen sind hier an ihrem unteren Teil durch ein aufgehängtes gekrümmtes Flacheisen begrenzt, das über den Auflagern verankert ist und auf dem **L**-Eisenstückchen aufgenietet sind. Die Rippen haben Fischbauchform und folgen genau dem Verlauf der hängenden Flacheisen; ihre Höhe nimmt

gegen die Auflager ab, während die Deckenstärke dort zunimmt. Die Decke hat den Horizontalzug der hängenden Rippeneisen aufzunehmen, sie ist senkrecht zu den Tragrippen durch I-Trägerchen oder einfache Winkeleisen armiert.

Das Bestreben, die Konstruktionsteile aus Eisenbeton an einer Fabrikationsstelle herzustellen und sie dann fertig im Bau zu verlegen, zeigt eine Anzahl Deckensysteme. Die erfolgreichsten in dieser Hinsicht sind die Hohlbalken nach System *Siegwart,* welche, dicht nebeneinander verlegt, die Decke bilden, und die Träger nach System *Visintini**), die in ähnlicher Weise verwendet werden und aus oberer und unterer Gurtplatte mit Füllungsgliedern dazwischen bestehen.

Die Theorie der Eisenbetonkonstruktionen hat mancherlei Wandlungen durchgemacht. Die ersten Vorschläge zu der heute durchgedrungenen Berechnungsweise der »Leitsätze« finden sich in einer Veröffentlichung von *Ed. Coignet* und *de Tedesco* 1894, wo z. B. die quadratische Gleichung zur Bestimmung der Entfernung der neutralen Schicht vom oberen Plattenrand angegeben ist. Diese Veröffentlichung ist wenig bekannt geworden und es wurde daher diese Formel von mehreren Autoren neu erfunden, so z. B. von Professor *Ritter*-Zürich 1899 und von *F. v. Emperger.* Auch war der Druckmittelpunkt unrichtigerweise in der Mitte der Druckzone anstatt in zwei Drittel ihrer Höhe angenommen.

In der ersten Auflage des Werkes von *Christophe,* »*Annales des Travaux publics de Belgique*« 1899, ist dann die heute in die »Leitsätze« aufgenommene Theorie in vollständiger Weise abgeleitet worden unter der Voraussetzung, daß der Beton keine Zugspannungen aufnehmen kann.

Von Professor *Autenrieth*-Stuttgart erschien in Band XXXI, 1887, der Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure eine graphische »Berechnung der Anker, welche zur Befestigung von Platten an ebenen Flächen dienen«. Die dort gemachten Voraussetzungen sind identisch mit denjenigen, welche wir für die Berechnung der Eisenbetonkonstruktionen machen, so daß die gezeigten Verfahren für reine Biegung und für Biegung mit Axialdruck ohne Änderung auf den Eisenbeton übertragen werden können. Wir haben diese graphische Methode auf Seite 138 u. f. vorgeführt und für komplizierte Querschnittsformen empfohlen.

Hochbauten.

Im Hochbau kann der Eisenbeton entweder nur zu Decken zwischen eisernen Trägern, oder in monolithischer Bauweise auch zu den Stützen und Trägern verwendet werden.

*) Zeitschrift »Beton und Eisen«, Heft III, 1903.

Die Eisenbetondecken zwischen I-Trägern wurden früher als Monierplatten, entweder auf den Unterflanschen der Träger frei aufliegend oder über die Oberflanschen kontinuierlich weitergehend, ausgeführt. Die heute gebräuchliche Anordnung der kontinuierlichen Eisenbetondecke zwischen I-Trägern ist in Abbildung 3 dargestellt. Die Unterflanschen der Träger werden mit Drahtgewebe ummantelt zur Aufnahme des Deckenverputzes, der das Eisen auch einigermaßen vor der direkten Einwirkung des Feuers im Fall eines Brandes schützt. Unter der Zahl der Deckensysteme aus Eisenbeton zwischen I-Trägern nennen wir noch die folgenden:

Decken nach System *Holzer*, D. R.-P.*) (Abbildung 200). Sie gehören zu den einfachen Eisenbetonplatten mit freiaufliegenden Enden und besitzen eine aus 22 mm hohen I-Trägerchen bestehende Einlage. Der Zweck dieser besonderen Querschnittsform liegt aber nicht darin, die Tragfähigkeit im Vergleich zu ebenso starken Rundeiseneinlagen zu erhöhen, sondern es ist diese Form gewählt mit Rücksicht auf die

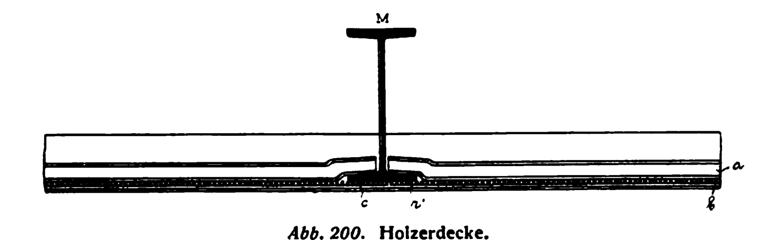


Abb. 200. Holzerdecke.

Herstellungsart dieser Decken, welche ohne Bretterverschalung ausgeführt werden. Die Unterlage für den Beton bilden nämlich auf einem Rundeisen aufliegende Rohrmatten, welche mit Bindedraht an den I-Trägerchen aufgehängt sind. Diese haben also während der Ausführung durch ihre Biegungsfestigkeit die Last der Decke zu tragen. Die Spannweite beträgt 1,0 bis höchstens 2,5 m.

Die *Zöllner*sche Zellendecke (Abbildung 201) eignet sich zum Überspannen größerer Weiten, etwa von 4,5—7 m. Sie besitzt bei geringem Eigengewicht eine große Konstruktionshöhe und erfordert daher,

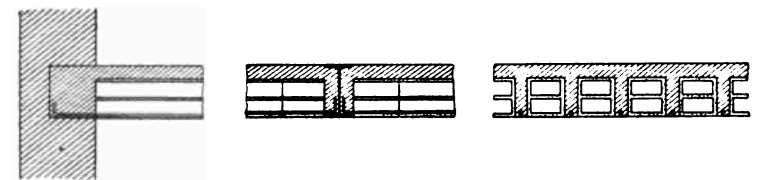


*Abb. 201. Zöllner*sche Zellendecke.

wenn sie zwischen die Unterflanschen der I-Träger eingesetzt wird, geringe Auffüllung. Die große Konstruktionshöhe und das geringe Gewicht

*) Patentinhaber: *Wayß & Freytag A.-G.*

wird erreicht durch reihenweises Einlegen von leichten Hohlsteinen aus gebranntem Ton (Abbildung 201). Die eigentliche Tragkonstruktion der Decke besteht also aus nebeneinanderliegenden T-Profilen aus Beton, welche im unteren Teil der Stege die Eiseneinlage enthalten. Statt der Hohlsteine kann auch leichter Schlackenbeton verwendet werden. Es ist auch möglich, die Zellendecke kontinuierlich zwischen I-Trägern oder Eisenbetonrippen auszuführen*).

Wir erwähnen noch die im Anfang des Eisenbetons im Hochbau vielfach verwendeten *Monier*-Gewölbe, die heute durch zweckmäßigere Konstruktionen ersetzt sind. Die Deckensysteme, die vorher fertiggestellte Eisenbetonkörper verwenden, sind sehr zahlreich, und ihre Aufzählung würde hier zu weit führen.

Eisenbetonbauten in monolithischer Bauweise. Wichtiger als die verschiedenen Ausbildungen der Deckenplatten zwischen eisernen Trägern sind heute die vollständigen Eisenbetonbauten, bei welchen alle tragenden Teile, Decken, Träger und Säulen, in armiertem Beton ausgeführt werden. Der Eisenbeton eignet sich hierbei am besten für weitgespannte und schwerbelastete Decken, ersetzt daher die hergebrachten Bauweisen vorzugsweise bei allen Fabrikbauten, Lagerhäusern, Magazinen, Warenhäusern etc.

Alle Teile werden an Ort und Stelle hergestellt, so daß das ganze tragende Gerippe einen vollständig starren monolithischen Charakter erhält. Die Säulen bilden mit den Trägern eine steife Verbindung, die durch die Ausrundung der Trägeranschlüsse noch besonders verstärkt ist. Hierdurch wird die Stabilität des ganzen Gebäudes gegen seitliche Kräfte selbst bei geringen Stärken der Umfassungsmauern bedeutend erhöht, gegenüber der Anordnung mit eisernen Trägern und Säulen, bei welchen an den Verbindungsstellen immer eine gewisse gelenkartige Beweglichkeit vorhanden ist. Die Auflagerung der Eisenbetonträger an den Außenmauern kann auf gewöhnlichem Mauerwerk, das aber dann, um Setzungen zu vermeiden, gut fundiert und mit Zementmörtel gemauert werden muß, erfolgen, oder es wird im Mauerwerk ein sogen. Wandpfeiler heruntergeführt, der die von den Hauptträgern übertragenen Deckenlasten aufnimmt. Werden alsdann die Wandpfeiler noch durch besondere Wandträger verbunden, die das Auflager für die Decken an der Außenwand bilden, so kann die tragende Eisenbetonkonstruktion unabhängig von der Mauerwerksarbeit für sich allein emporgeführt und fertiggestellt werden. Das vom Eigengewicht der Decken und ihren Nutzlasten völlig entlastete Mauerwerk der Umfassungswände ist in die Stelle einer einfachen Verkleidung zurückgedrängt, die nur dazu dient, dem neuartigen Bauwesen ein gewohntes Aussehen zu verleihen (Abbildung 202). Aber wenn dieses Verklei-

*) Zeitschrift »Beton und Eisen«, Heft III, 1903.



Abb. 202. Lagerhaus für die Kgl. Eisenbahndirektion Elberfeld in Opladen.

dungsmauerwerk, das nach außen nichts von der eigenartigen tragenden Innenkonstruktion erkennen läßt, auch ausgeführt wird, so kann es doch schwächer gehalten werden, als es sonst gemacht werden müßte oder als es gar baupolizeiliche Bestimmungen vorschreiben. Man kann dabei, was für Fabrikbauten von Wichtigkeit ist, große Lichtöffnungen anbringen und zu diesem Zweck die Höhe bis Deckenunterkante ausnützen, denn die Rippen der Wandträger und Fensterstürze lassen sich ebensowohl über als unter der Deckenplatte ausführen.

Die Wandpfeiler erleiden bei Belastungen der Hauptträger infolge ihrer starren Verbindung mit denselben Biegungsbeanspruchungen und



Abb. 203. Oberes Stockwerk der Baumwollspinnerei Speyer nach dem Brande.

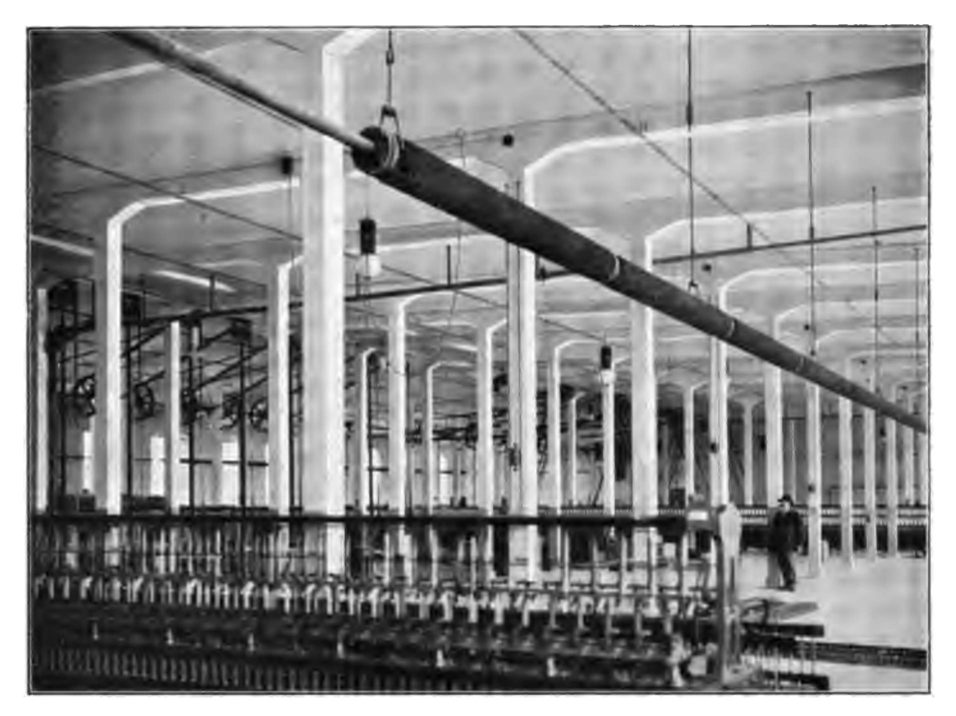


Abb. 204. **Eisenbetonkonstruktion der Decken und Säulen in der Baumwollspinnerei Speyer am Rhein.**

werden daher gewöhnlich mit rechteckigem Querschnitt ausgeführt, dessen lange Seite parallel dem anschließenden Hauptträger verläuft.

Schon längst werden eiserne Säulen und Träger nicht mehr als ein feuersicheres Baumaterial angesehen; die Säulen knicken bei 600 bis 800 ° C. aus und die Träger schlagen sich durch oder schieben durch ihre Verlängerung die Außenwände auseinander. Ein lehrreiches Bild über die Zerstörungen, welchen eine eiserne Tragkonstruktion im Brandfall ausgesetzt ist, bietet Abbildung 203, das oberste Stockwerk der Baumwollspinnerei Speyer nach der Feuersbrunst darstellend.

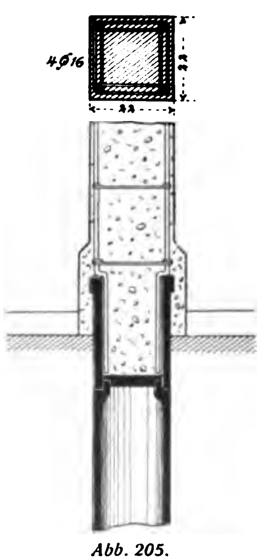


Abb. 205.

Das Innere des in Eisenbeton wieder aufgebauten Stockwerks ist aus Abbildung 204 ersichtlich. Die Säulen aus Eisenbeton stehen auf den gußeisernen Säulen des verschont gebliebenen unteren Geschosses auf (Abbildung 205). Die Deckenplatte ist zur besseren Isolierung und um das Gewicht auf die alten Säulen zu beschränken, aus Bimsbeton hergestellt, während zu dem Beton der Trägerrippen und der Säulen Rheinkies verwendet wurde.

Im Gegensatz zu den Eisenkonstruktionen sind die Hochbauten aus Eisenbeton durchaus feuersicher, denn bei ihnen spielt das Eisen keine so hervorragende Rolle und ist durch den umhüllenden Beton wirksam gegen die Einwirkung des Feuers geschützt. Hierüber gibt auch das nachstehend abgedruckte Zeugnis Aufschluß:

Zeugnis.

Der Firma *Wayß & Freytag A.-G.* wird hierdurch gerne bestätigt, daß die von ihr im Jahre 1901 in meiner Fabrik in Neidenfels ausgeführte Eisenbetonkonstruktion, bestehend aus Decke, Trägern und Säulen, bei dem am 5./6. September stattgehabten Fabrikbrand die Ausbreitung des Feuers auf die darunter gelegenen Fabrikräume verhindert hat.

Die Decke hat sich bei der nach dem Brand vorgenommenen Belastungsprobe in allen Teilen als vollständig standsicher erwiesen. Abgesehen von dem Glattstrich auf der Decke, welcher direkt dem Feuer und der Beschädigung durch herabfallende Trümmer ausgesetzt war, ist die Eisenbetonkonstruktion völlig intakt geblieben.

Ich kann die vorgenannte Konstruktion daher allen Interessenten als absolut feuersicher nur bestens empfehlen.

Neidenfels, den 15. September 1903.
(Rheinpfalz) gez. *Julius Glatz.*

Vorstehende Angaben der Firma *Julius Glatz,* Papierfabrik in Neidenfels, entsprechen den tatsächlichen Verhältnissen. Die Belastungsprobe eines Teiles der fraglichen Decke mit 1800 kg/qm hat den Beweis erbracht, daß die Eisenbetonkonstruktion durch den am 6. d. Mts. stattgehabten Brand, abgesehen vom Glattstriche, nicht gelitten hat, sondern vollständig intakt geblieben ist.

Neustadt a. d. H., 16. September 1903.
Der kgl. Brandversicherungsinspektor.

Charakteristische Beispiele ähnlicher Art sind in der Zeitschrift »Beton und Eisen« 1903, Heft II und III, aufgeführt, es wird dort auch die Überlegenheit der Monierumhüllung der eisernen Träger und Säulen zum Zweck der Feuersicherheit gegenüber den in Amerika gebräuchlichen Terrakotten hervorgehoben. Das Erdbeben und der nachfolgende Brand in San Francisco ließen die Monierumhüllungen von Trägern und Säulen, sowie Eisenbetonwände fast unversehrt, während die als Verkleidung dienenden Hohlsteine bei ungenügender Verankerung herunterfielen und dadurch dem Feuer freien Zutritt zur Eisenkonstruktion gestatteten. Über vollständige Eisenbetonbauten konnten keine Erfahrungen gesammelt werden, weil die dortige Bauordnung die Erstellung ganzer Gebäude aus Eisenbeton nicht zuließ. Vergl. »The San Francisco Earthquake and Fire« von Ziv.-Ing. Himmelwright, auch Deutsche Bauzeitung 1907, Nr. 28.

Wie nachstehende Abbildung einer Spinnerei in Finnland zeigt, lassen sich Transmissionslager an allen Punkten der Decke, Nebenträger, Hauptträger und Säulen anbringen. Es ist mit Rücksicht hierauf einer Decke mit Nebenträgern in 2—3,5 m Abstand der Vorzug zu geben vor einer solchen mit weiten Deckenfeldern, die unmittelbar zwischen die Hauptträger gespannt sind. In letzterem Fall müssen zur Verspannung zwischen den Säulen besondere Versteifungsträger ange-



Abb. 206. **Spinnerei in Tammerfors (Finnland).**

ordnet werden, auch empfehlen sich voutenförmige Anschlüsse der Decke an die Hauptträger (vergl. Abbildung 207).

Auch besondere von den Trägern herabreichende Säulenstücke, sogen. Hängesäulen, können für das Anbringen der Transmissionslager angeordnet werden. In Abbildung 208, das Innere des Neubaus der Baumwollspinnerei Speyer zeigend, sind einige dieser Hängesäulen zu erkennen. Die Erschütterungen sind selbst bei schnelllaufenden Maschinen kaum wahrnehmbar und es ist diese Unempfindlichkeit der Eisenbetonbauten gegen Stöße und Erschütterungen ein großer Vorzug derselben. Im allgemeinen kann die elastische Durchbiegung eines Eisenbetonträgers gleich $^1/_3$—$^1/_4$ derjenigen eines gleich starken Eisenträgers gesetzt werden; für die Beurteilung der Erschütterungen kommt aber in Betracht, daß noch mehr, als die an sich größere Steifigkeit der Eisenbetonträger, die bedeutende Masse von Decken und Trägern zusammen gegen die Einwirkung von Stößen oder lebendigen Kräften den Ausschlag gibt.



Abb. 207. Spinnerei der Baumwollmanufaktur Tammerfors (Finnland), Voutendecke zwischen Hauptträgern, Versteifungsträger zwischen den Säulen.



Abb. 208. Hängesäulen für das Anbringen der Transmissionslager in der Baumwollspinnerei Speyer am Rhein.

Die Verkleidung der tragenden Eisenbetonkonstruktion durch vorgesetztes Fassadengemäuer gestattet jedoch nicht, alle Vorteile des Eisenbetons auszunützen; vielmehr kommen diese erst ganz zur Geltung, wenn die Wandträger und Wandpfeiler außen sichtbar bleiben und die so gebildeten Felder durch Füllmauerwerk oder dünne Monierwände ausgefüllt werden. Es wird dann z. B. die Ausfüllung durch Backsteinmauerwerk von 1 Stein Stärke in allen Stockwerken genügen. Die Wandträger sind dann so stark zu machen, daß sie jeweils das Mauerwerk des nächstoberen Stockwerkes aufnehmen können. Diese



Abb. 209. **Bureaugebäude der Firma *Wayß & Freytag A.-G.*, Neustadt a. d. Haardt.**

folgerichtige Anwendung des Eisenbetons ist ebenso stabil wie diejenige mit vollständigem Verkleidungsmauerwerk, ergibt aber bedeutende Ersparnisse an Mauerwerksmasse und Fundierung und gestattet, den zur Verfügung stehenden Platz möglichst auszunützen, was bei den hohen Grundpreisen in Städten sehr ins Gewicht fällt. Bei den nicht unterkellerten Gebäuden kann dann das Mauerwerk des Erdgeschosses auf Gurtbögen oder Eisenbetonträgern, die zwischen die Einzelfundamente der Wandpfeiler gespannt sind, aufgelagert werden.

Ein Beispiel dieser Bauweise ist in Abbildung 209 dargestellt, sodann geben wir noch eine ausführliche Beschreibung mit Details der Eiseneinlagen vom Neubau der *Daimler*-Motorenfabrik in Untertürkheim*).

*) Deutsche Bauzeitung, Zementbeilage 1, 1904.

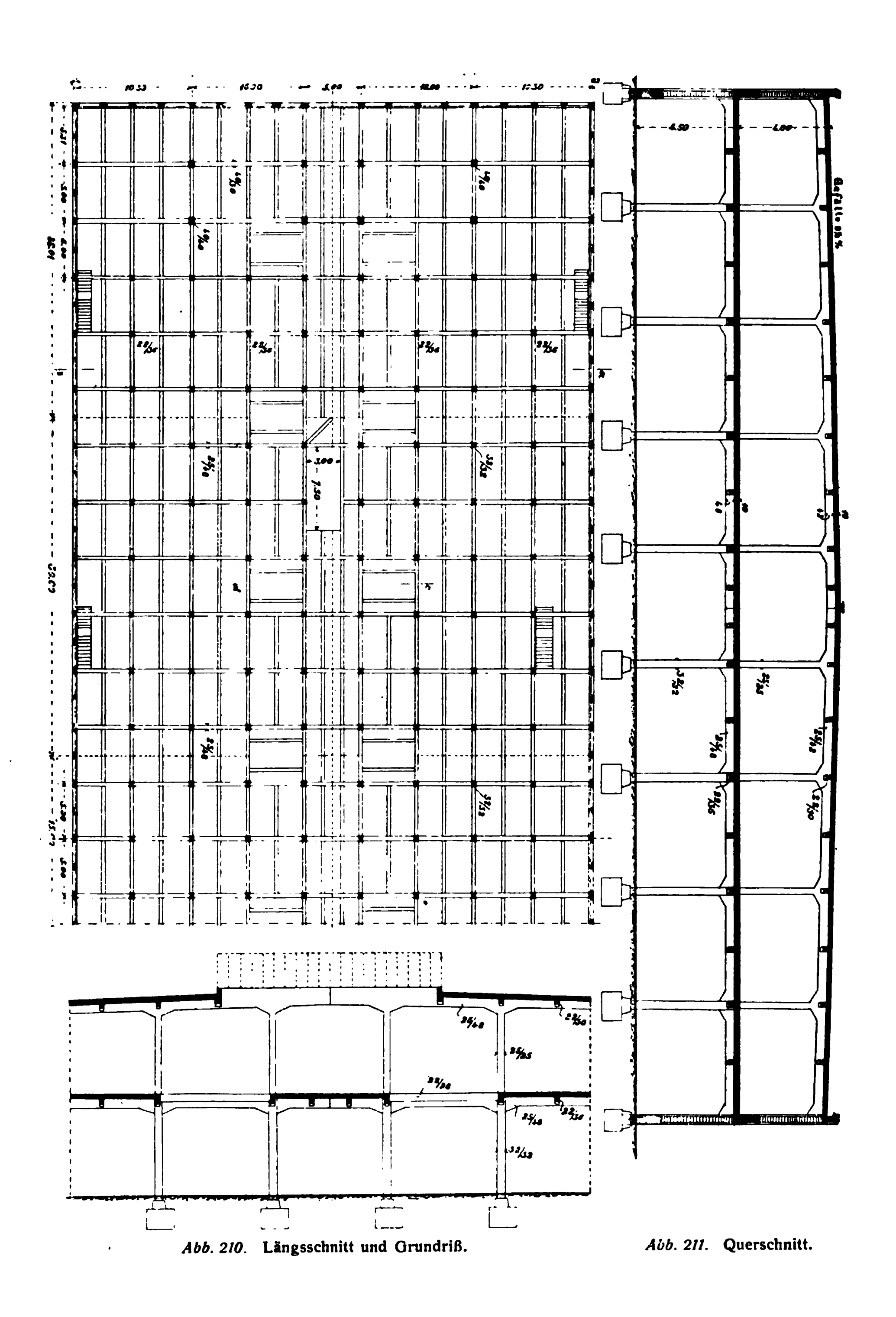


Abb. 210. Längsschnitt und Grundriß.

Abb. 211. Querschnitt.

Abbildung 210 zeigt einen Teil des Grundrisses der Erdgeschoßdecke, Abbildung 211 einen Querschnitt des Gebäudes, das eine Länge



Abb. 212. Erdgeschoß. *Daimler*-Motorenfabrik in Untertürkheim bei Stuttgart.

von 131 m und eine Breite von 46 m aufweist. Es ist im allgemeinen eine Säulenstellung von 5,5 m vorherrschend, wobei in der Querrich-



Abb. 213. Fabrikgebäude der *Daimler*-Motorenfabrik in Untertürkheim bei Stuttgart.

tung des Gebäudes die Hauptträger und senkrecht dazu in 2,5 m Abstand die Nebenträger, durch welche die Decke getragen wird, ver-

laufen. Nur an der einen Stirnseite des Gebäudes über dem Ausstellungsraum sind zwei Reihen 10 m langer Hauptträger angeordnet. An den Außenwänden finden die Träger ihre Unterstützung ebenfalls auf Eisenbetonsäulen und die Deckenfelder werden daselbst auch von Trägern gleicher Konstruktion getragen, welche zwischen diese Wandsäulen gespannt sind. Durch diese Anordnung werden an den Umfassungswänden rechteckige Felder geschaffen, welche bei der großen Tiefe des Gebäudes möglichst für die Unterbringung von Fenstern

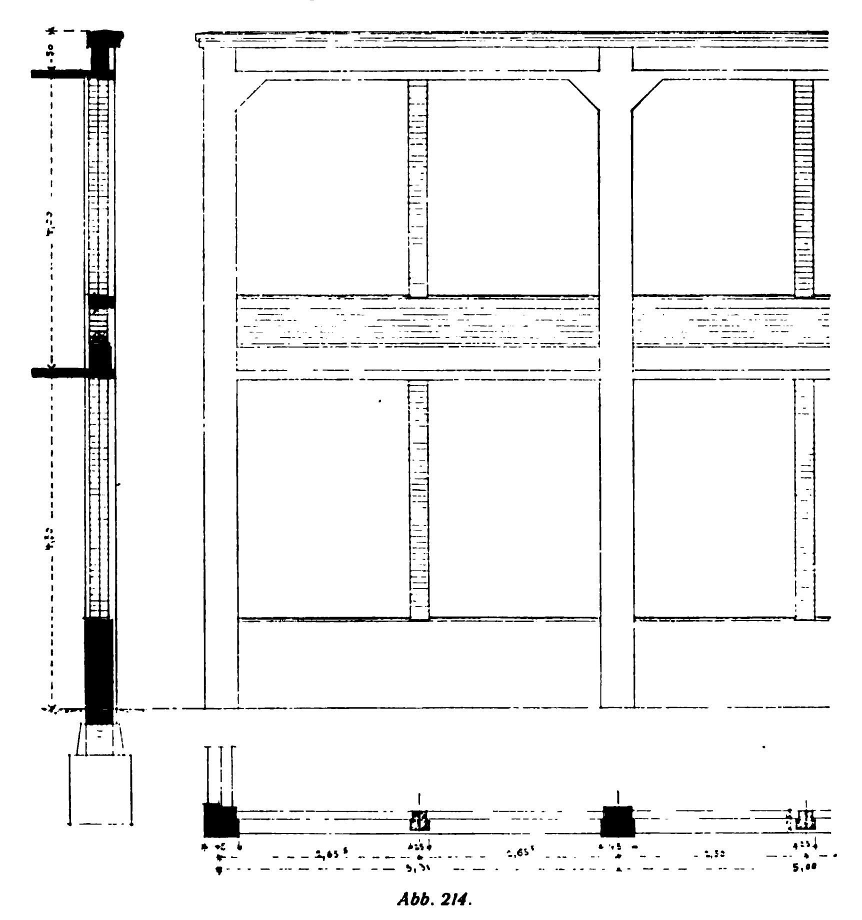


Abb. 214.

ausgenützt sind. Außer einer in Backstein gemauerten Fensterbrüstung, bezw. einem betonierten Sockel und einem schmalen Backsteinpfeiler in den Feldmitten ist in den Außenwänden kein Mauerwerk vorhanden. Die Rippen der Wandträger sind nicht, wie sonst üblich, unter die Deckenplatte, sondern über diese gelegt, so daß die Fenster bis Unterkante-Decke reichen (vergl. Abbildung 214). Die Erdgeschoßdecke zeigt eine Anzahl, den Dachoberlichten entsprechende, Durchbrechungen, die, mit Glas eingedeckt, zur besseren Beleuchtung des Erdgeschosses beitragen. Der Betonsockel im Erdgeschoß ist gewölbeartig zwischen

die Säulenfundamente gespannt. An den Stirnseiten des Gebäudes sind die Zwischenpfeiler gleichfalls als Eisenbetonsäulen ausgebildet, da sie dort die Last der Nebenträger aufzunehmen haben.

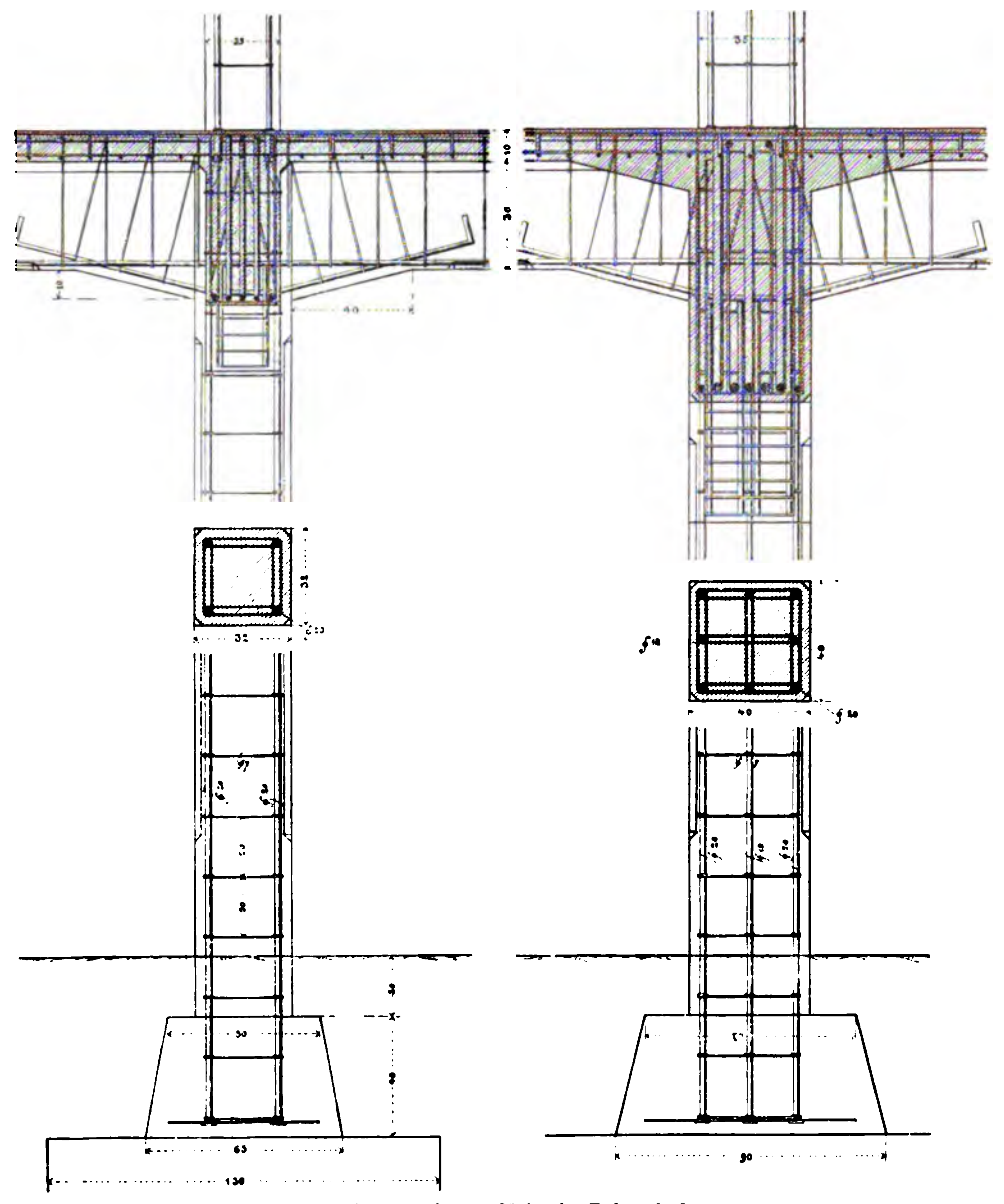


Abb. 215 und 216. **Säulen im Erdgeschoß.**

Die gestrichelten Linien im Grundriß Abbildung 210 bedeuten durch das ganze Gebäude, also durch die Decken und Träger, hindurchgehende Temperaturfugen. Das Gebäude wird demnach in der Längsachse halbiert und außerdem durch vier Querfugen in fünf Teile

geteilt. Diese Dilatationsfugen, die bei einem Bauwerk größeren Umfanges zur Vermeidung von Rissen und schädlichen Spannungen unbedingt notwendig werden, sind

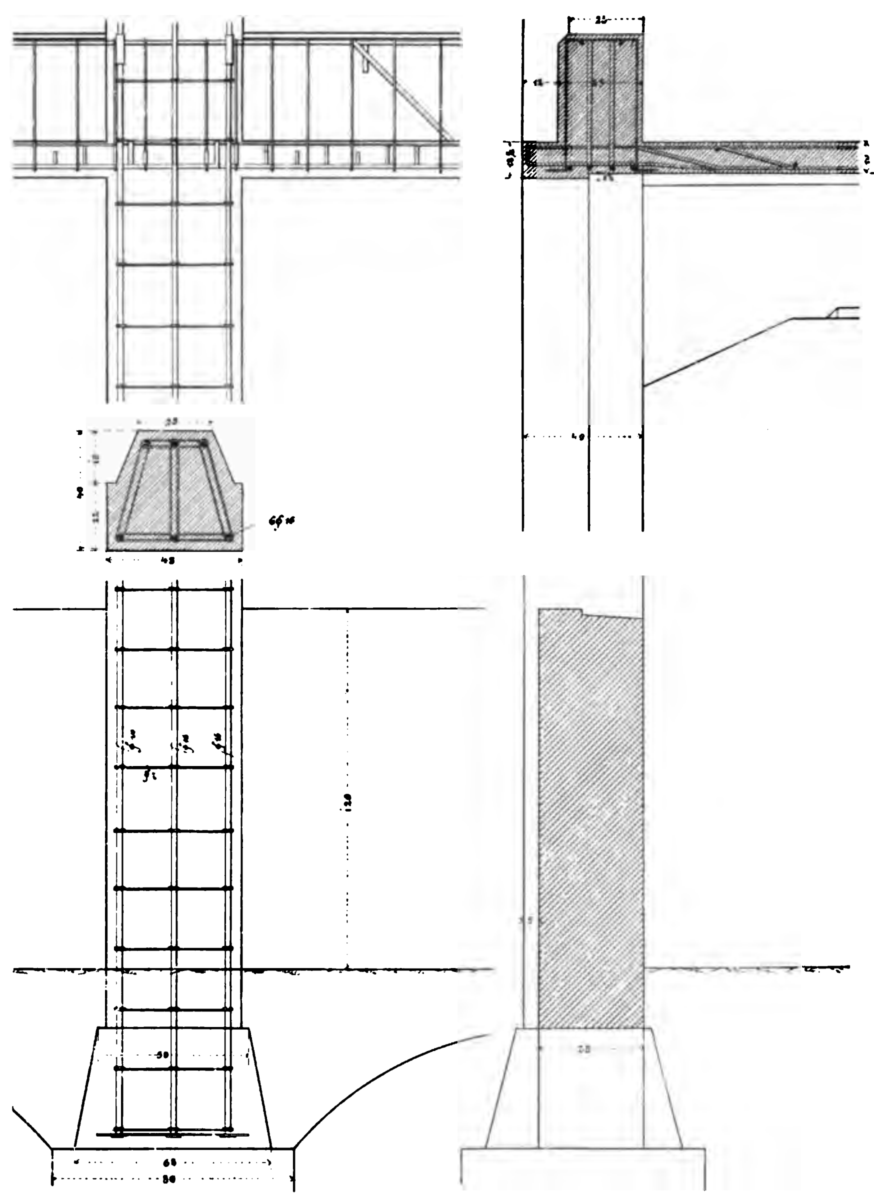


Abb. 217. Wandsäulen im Erdgeschoß.

unseres Wissens hier zum ersten Male durchgeführt worden. Es ist klar, daß die Anordnung derartiger Fugen nicht zur Vereinfachung der Konstruktion beiträgt, vielmehr die Entwurfsarbeit im einzelnen wesentlich vermehrt. Die Fugen, die dicht schließend hergestellt wurden,

haben sich später teilweise bis zu 6 mm geöffnet, wohl der beste Beweis für ihre Notwendigkeit und ihren praktischen Wert. Mit Rücksicht auf die Dilatationsfuge in der Längsachse ist der dorthin fallende Nebenträger durch zwei kleinere ersetzt, über welche die Deckenplatte konsolartig 85 cm weit auskragt. Neben dem Aufzug haben diese

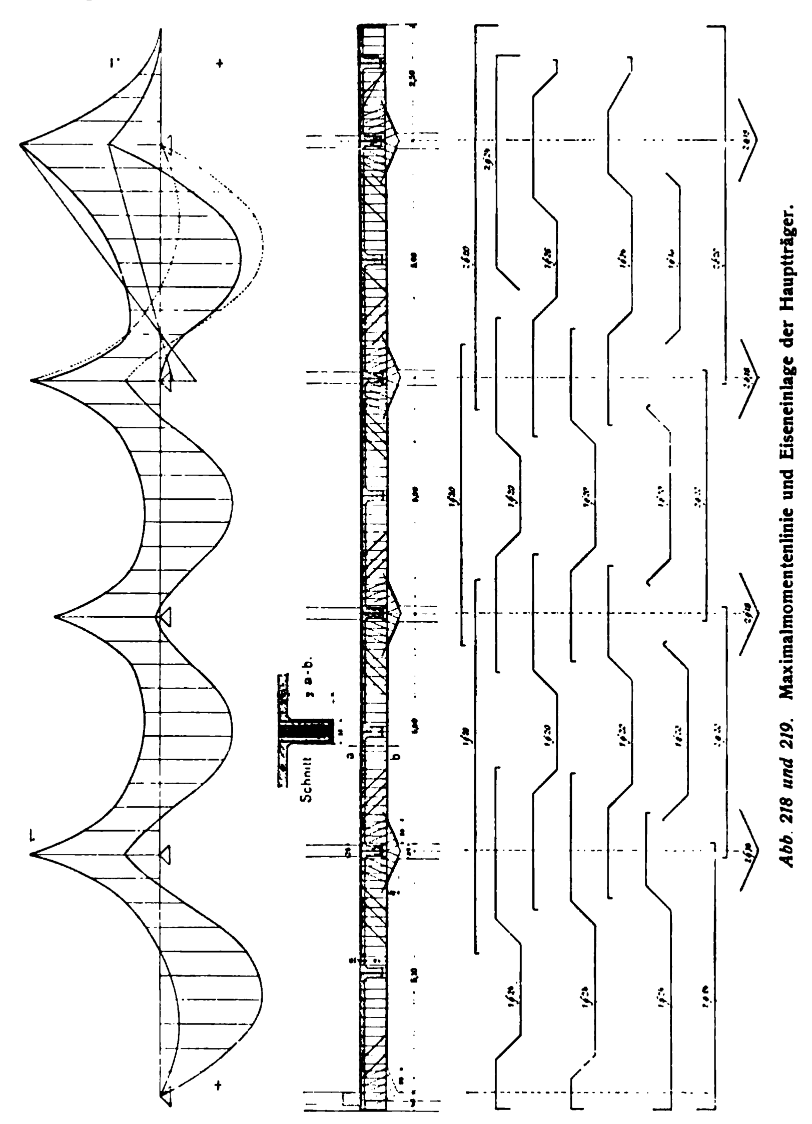


Abb. 218 und 219. Maximalmomentenlinie und Eiseneinlage der Hauptträger.

Fugen die Anordnung der unter 45° gerichteten Konsole notwendig gemacht und auf der Dachdecke mußten erhöhte Betonstreifen mit Zinkverwahrungen für die Abdeckung der Fugen vorgesehen werden, wie im Querschnitt, Abbildung 211, angedeutet ist.

Das Dach ist mit Holzzement und Kiesüberschüttung eingedeckt; die über die Dachdecke gelegten Wandträger, welche eine Kiesleiste

entbehrlich machen, sind mit einem Gesims aus Zementkunststein abgedeckt und die Zinkverwahrung greift in die Fuge unter dem Deckgesims ein. Aus den Abbildungen 215 und 216 sind die Einzelheiten der Säulen des Erdgeschosses mit allen Eiseneinlagen zu ersehen. Die Säulen unter den 5 m weit gespannten Hauptträgern haben einen Querschnitt von 32/32 cm mit einer Eiseneinlage von 4 Rundeisen von 20 mm, die unten auf einem Flacheisenrost aufstehen und in Höhenabständen von 0,20 m durch 7 mm starke Rundeisenbügel miteinander verbunden sind. Die Säulen unter den 10 m langen Hauptträgern haben einen Querschnitt von 40/40 cm und sind mit 4 Rundeisen 20 mm an den Ecken und 4 Rundeisen 18 mm zwischen diesen verstärkt. Der Querschnitt der Wandsäulen, Abbildung 217, ist mit Rücksicht auf den Anschluß der Fenster ausgebildet, die Eiseneinlage besteht aus 6 Rundeisen von 16 mm Durchmesser.

Abb. 220. Eiseneinlagen der Decke.

Die Nutzlast der Erdgeschoß-

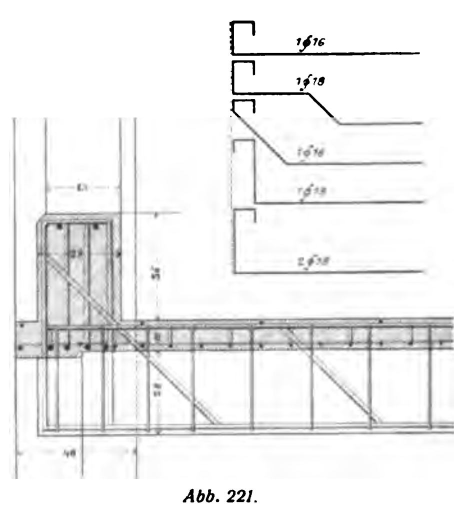


Abb. 221.

decke beträgt 600 kg auf den Quadratmeter, und es ist für die Berechnung der Decken, Nebenträger und Hauptträger jeweils die un-

günstigste Verteilung dieser Last in Rechnung gezogen worden. Hierbei wurde vorausgesetzt, daß die Deckenplatte auf den Nebenträgern, diese auf den Hauptträgern und die Hauptträger auf den Säulen frei aufliegen, daß also alle diese Konstruktionsteile kontinuierliche Träger mit einer mehr oder weniger großen Felderzahl bilden, die infolge der durchgehenden Dilatationsfugen noch frei auskragende Enden besitzen.

In Abbildung 218 sind die positiven und negativen Maximalmomentenlinien für einen Hauptträger von 4 Feldern und mit einem auskragenden Ende dargestellt; sie sind nach den von *Winkler* gegebenen Tabellenwerten berechnet und der Einfluß der Kragöffnung



Abb. 222. Innenansicht aus dem Warenhaus *Tietz* in München.

ist nur auf die nächst anliegende Zwischenöffnung berücksichtigt worden. Auf Grund dieser Maximalmomentenlinien ergab sich in jedem Querschnitt die oben und unten notwendige Eiseneinlage und die Armierung konnte in der aus der Abbildung 219 ersichtlichen Form und Anordnung gebildet werden. Bei den langen Übergreifungen der abgebogenen Eisen kommen die Querschnitte aller oberen Stäbe für die über den Stützen nötige Eisenmenge in Betracht. Von den kurzen Übergreifungen in gewissen »Systemen« kann dies nicht behauptet werden. In der Berechnung wurde die Einspannung der Träger an den Wandsäulen zunächst unberücksichtigt gelassen, infolge der durch die Querkräfte bedingten Abbiegung eines Teils der unteren Eiseneinlage

ergibt sich aber von selbst die für eine teilweise Einspannung nötige obere Armierung am Anschluß an die Wandsäulen.

Die Hauptträger schließen an die Säulen und die Nebenträger an die Hauptträger mit einer voutenartigen Verstärkung an, damit die zulässige Druckbeanspruchung des Betons an der Unterkante der Träger daselbst nicht überschritten wird. Dem gleichen Zweck dienen die



Abb. 223. Lichthof im Warenhaus *Tietz* in München.

2 Rundeisen von 18 mm Durchmesser, die über jeder Säule unten in die Hauptträger eingelegt sind. Nach denselben Grundsätzen ist die Armierung der Nebenträger und der Deckenfelder durchgeführt. Letztere ist in Abbildung 220 wiedergegeben. Aus Abbildung 221 sind noch die Einzelheiten ersichtlich, welche sich dadurch ergaben, daß die beiden mittleren Nebenträger an den Wandträgern der Querfassaden aufgehängt werden mußten.

Die ursprünglich geplanten 25 cm starken Scheidewände aus Backstein wurden als 8 cm starke Monierwände ausgeführt, da diese als

feuersichere Abschlußwände den ersteren baupolizeilich gleichgestellt werden.

Die Bauarbeiten wurden innerhalb 3 Monaten bewältigt und zwar betrug die durchschnittliche Tagesleistung beim Betonieren der Decken und Träger 500 qm.

Wir halten das beschriebene Bauwerk für ein bezeichnendes Beispiel, bei welchem alle Vorzüge der Bauweise in Eisenbeton ausgenützt



Abb. 224. **Warenhaus *Tietz* in München. Einlegen der Eisen.**

sind, so daß auch der wirtschaftliche Vorteil richtig zum Ausdruck kommt. Die kurze Bauzeit zeigt, daß mit dem nötigen geschulten



Abb. 225. **Lagerhaus in Ulm. Quadratische Deckenfelder und sich kreuzende Nebenträger.**

Personal und den erforderlichen Einrichtungen eine so rasche Herstellung der vollständigen Eisenbetonbauten möglich ist, wie sie eine andere Bauweise, einschließlich Entwurfsbearbeitung, wohl kaum zuläßt.

Ein Beispiel mit geschmackvoller Innenausgestaltung zeigen die Abbildungen 222 und 223, Innenansichten aus dem neuen Warenhaus



Abb. 226. Druckereigebäude in Heilbronn.

Tietz am Bahnhofplatz in München (Architekten *Heilmann & Littmann*). Die in allen Stockwerken vollständig gleichartige Eisenbetonkonstruk-



Abb. 227. Bau der dreistöckigen Sektkellerei *Deinhardt*, Koblenz.

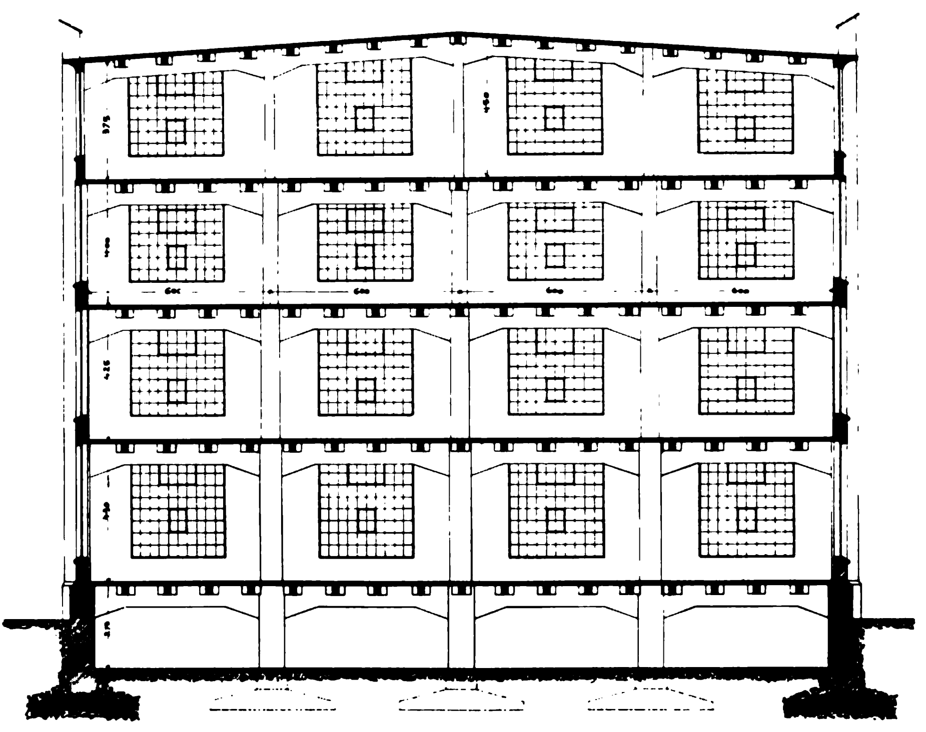


Abb. 228. Querschnitt des Gebäudes der Singer Manufacturing Co. in Wittenberge.



Abb. 229. Ansicht der Decken im Gebäude der Singer Manufacturing Co. Erbreiterung der Nebenträger am Anschluß an die Hauptträger. Säulen aus béton fretté.

tion besteht im wesentlichen aus quadratischen Feldern. Die kreuzweise armierten Deckenplatten, beidseitig über 5,15 m gespannt, schließen an allen vier Seiten mit Vouten an die Träger an, die in beiden Richtungen gleich dimensioniert sind. Mitten im Gebäude er-



Abb. 230. Lagerhaus Krefeld, flaches Dach mit sattelförmigen Oberlichtern.

hebt sich ein großer Lichthof über elliptischem Grundrisse. Unsere Abbildungen zeigen die Eisenbetonkonstruktionen in fertiger dekorativer Innenausgestaltung, den Lichthof mit Treppenaufgang sowie die zum Bezuge fertigen Verkaufsräumlichkeiten. Durch einfache Mittel



Abb. 231. Setzersaal der „Münchener Neuesten Nachrichten".



Abb. 232. Eisenbetondachstuhl im Gebäude der „Münchener Neuesten Nachrichten".

wurde eine sehr gediegene architektonische Wirkung des Gebäudeinnern erzielt. Vollständig weiß gehaltene Deckenuntersichten, leichte Kannelüren sowie sanft verlaufende Trägervouten und eine schmale, aus zwei braunen Linien bestehende Einfassung der Säulenabschlüsse unter den Vouten bilden die einzige Innenausschmückung der Verkaufsräume. Die Eisenbetonsäulen und Brüstungen des Lichthofes sind durch verschiedenfarbige, in feinem Einklang stehende echte Marmorplatten verkleidet und mit farbigen Glasmosaikeinlagen geschmückt.

Abbildung 224 zeigt das Einlegen der Eisen.

Die quadratische Armierung der Platten kann etwa bis 6,5 auf 6,5 m Weite ausgeführt werden, es ist aber auch möglich, die bei qua-



Abb. 233. Dachraum der Schmiede der *Daimler*-Motorenfabrik.

dratischer Säulenteilung entstehenden großen Felder durch sich kreuzende Nebenträger in kleinere zu teilen und diese ebenfalls als quadratische, am Umfang teilweise eingespannte Platten zu armieren. Eine derartige Decke ist in Abbildung 225 dargestellt. Die Träger liegen dabei frei auf dem Umfassungsmauerwerk auf.

Abbildung 227 zeigt die im Bau begriffenen Kellerdecken der Sektkellerei *Deinhardt* in Koblenz, eines mächtigen dreistöckigen Kellerbaues. Da eine sehr geringe Konstruktionshöhe zur Verfügung stand, außerdem große Spannweiten und beträchtliche Belastungen (1000 und 1500 kg/qm Nutzlast) gegeben waren, so mußten Nebenträger wegbleiben und die Deckenfelder unmittelbar auf 6,10 m Weite zwischen

die Hauptträger gespannt werden. Diese selbst mußten wegen der geringen Höhe sehr breit gemacht werden.

Die Decken sind nach dem Prinzip der *Zöllner*schen Zellendecke ausgebildet, indem im mittleren Teil der Felder Schwemmsteinreihen eingelegt wurden.

Es sei noch des großen Fabrikgebäudes Erwähnung getan, das zur Zeit für die Nähmaschinengesellschaft »*The Singer Manufacturing Co.*« in Wittenberge bei Hamburg zur Ausführung gelangt. Eine Bodenfläche von über 5000 qm bedeckend, repräsentiert dieses Gebäude mit seinen vier Stockwerken nutzbare Arbeitsräume von ca. 20000 qm. Die für sehr große Nutzlasten konstruierten Decken durften mit Rücksicht auf die anzubringenden Transmissionen nur niedrige Nebenträger erhalten und diese mußten aus dem gleichen Grund ohne vertikale Verstärkungen an die Hauptträger anschließen. Den großen Druckspannungen am unteren Rand beim Anschluß wurde dann durch eine Erbreiterung der Träger daselbst Rechnung getragen (Abbildung 228 und 229). Die Säulen dieses Gebäudes sind mit Spiralen armiert.

Die für Eisenbeton geeignetste Dachausbildung ist das flache Holzzementdach mit einem Seitengefälle von ungefähr $2\frac{1}{2}$ %. Die 10 cm starke Kiesschicht dieser Dächer ergibt in den meisten Fällen eine hinreichende Isolierung gegen Temperaturwechsel. Eindeckung mit doppelter Dachpappe kommt ebenfalls vor, sie hat den

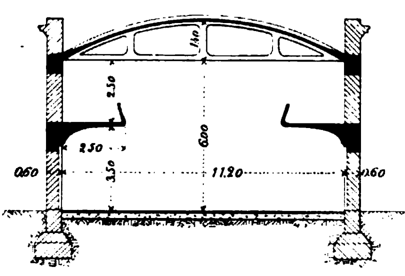


Abb. 234. Saalbau in Pfersee.

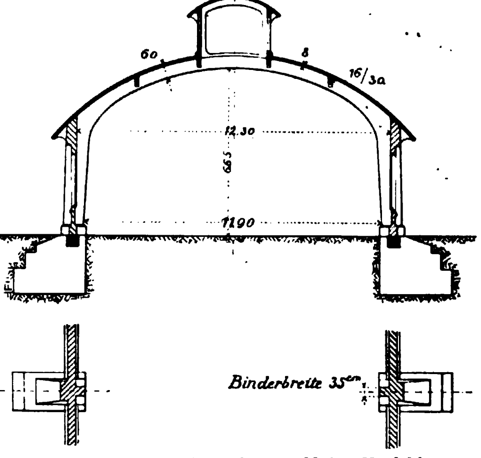


Abb. 235. Lokomotivremise am Hafen Krefeld.

Vorzug des geringen Gewichts und der Billigkeit und erfordert eine größere Dachneigung von etwa 15 %. Zinkblech wird durch den Zementbeton angegriffen und verlangt eine Zwischenlage von Dachpappe. Bei großem Grundriß werden im Dach einzelne Flächen ausgespart, die durch sattelförmige Oberlichte überdeckt werden (Abbildung 230). Aus architektonischen oder sonstigen Gründen werden auch steile Dächer ausgeführt, die mit Blech oder Ziegeln eingedeckt werden können (Abbildung 231). — Es sind auch



Abb. 236. Innenansicht der Lokomotivremise in Krefeld.

Dachkonstruktionen mit freitragenden Bindern möglich; so zeigen Abbildung 234 die Überdeckung eines Saalbaues in Pfersee mit Bindern



Abb. 237. Außenansicht der Lokomotivremise in Krefeld.

in Form von Bogensehnenträgern und die Abbildungen 235—237 eine Lokomotivremise am Hafen Krefeld, bei welcher die Binder eingespannte Bogenträger in Form von Rahmen vorstellen, deren Berechnung genau nach der Elastizitätslehre für die möglichen Belastungsfälle Eigengewicht, Schneelast und Winddruck durchgeführt wurde.

Die Einschalung der Decken mehrgeschossiger Eisenbetonbauten wird zweckmäßig so angeordnet, daß die Seitenwände der Träger nach genügender Erhärtung des Betons weggenommen werden können, während die Stützen mit den Schalbrettern der Balkenunterseite längere Zeit (4—6 Wochen) stehen bleiben müssen. Um das Ausschalen zu erleichtern, stellt man jede Holzstütze auf Keile. Für den Zeitpunkt des Ausschalens kommt außer der Witterung während der Erhärtungsdauer noch in Betracht, ob die betreffende Decke die Einschalungen darüber befindlicher Geschosse zu tragen hat.

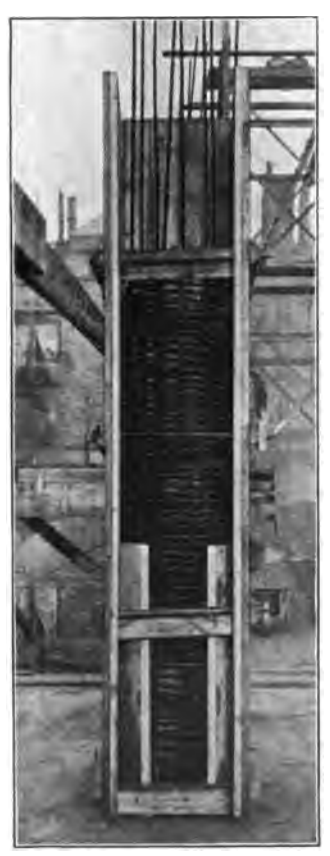


Abb. 238. Eisengerippe einer spiralarmierten Säule.

Der spiralarmierte Beton wird im Hochbau hauptsächlich zu Säulen verwendet. Überall da, wo stark belastete Pfeiler geringe Querschnittsabmessungen erhalten sollen, ist seine Verwendung angezeigt, so sind z. B. die in Abbildung 229 ersichtlichen Säulen des Neubaus der *Singer Co.* mit Spiralarmierung versehen. Die Spiralen werden zunächst durch Aufwickeln auf einen Holzzylinder mit eng aneinanderliegenden Windungen hergestellt und können dann leicht in der Längenrichtung soweit ausgezogen werden, bis die richtige Ganghöhe entsteht. An den Stößen der Spiraleisen sollen sich die Windungen auf die Länge des halben Umfangs übergreifen und die Enden sollen dabei in Form von Haken bis zum Mittelpunkt der Säule reichend abgebogen werden. Abbildung 238 zeigt das Eisengerippe einer solchen Säule.

Treppen.

Die in Eisenbeton ausgeführten Treppen zeigen verschiedene Anordnungen. In Abbildung 239 ist eine Treppe in älterer Ausführungsart, nach System *Monier,* dargestellt; die Läufe sind durch dünne Ge-

wölbe unterstützt, welche sich gegen die eisernen Podestträger stützen; die Stufen sind aufbetoniert. Die gewöhnliche Wohnhaustreppe mit gewundenem Lauf ist ebenfalls in Eisenbeton ausführbar, indem man (Abbildung 240) als Tragkonstruktion eine windschiefe Eisenbetontafel von 10—14 cm Stärke anordnet, die in 6—10 cm starken Nuten des Mauerwerks aufgelagert wird und auf welche die Stufen aufbetoniert werden. Auch gewundene Läufe mit Wangenträgern aus Eisenbeton sind ausführbar, wie Abbildung 241 zeigt.

Die Treppen mit geraden Läufen können in verschiedener Weise angeordnet werden, je nach den gegebenen Verhältnissen. So zeigt

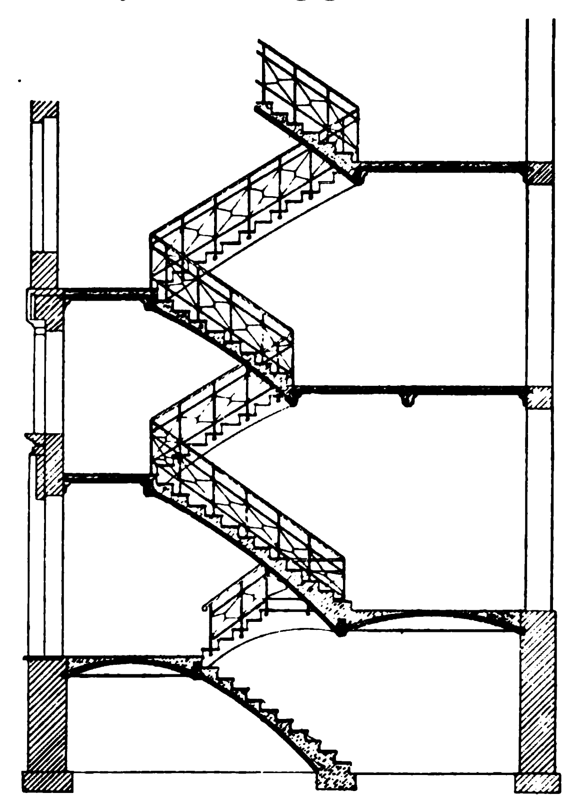


Abb. 239. Alte Anordnung mit Moniergewölben unter den Läufen und Podesten.

Abbildung 242 eine Treppe aus armiertem Beton, bei welcher der Podest aus Mangel an anderer Unterstützung an den darüber befindlichen Eisenbetonträgern aufgehängt ist, während er bei der in Abbildung 243 ersichtlichen Ausführung durch eine in die Wandsäule eingespannte Konsole aus armiertem Beton, welche den Winkel zwischen den Umfassungswänden halbiert, getragen wird und mit den ebenen Platten der anschließenden Läufe ein Stück bildet.

Auch die Kunststeintreppen können aus armierten Betonstufen hergestellt werden. Jede einzelne Stufe bildet einen Eisenbetonbalken, der

vorher hergestellt und nach genügendem Erhärten versetzt wird; die Auflagerung kann an beiden Enden erfolgen, oder bei den freitragenden Treppen durch Einspannung des einen Stufenendes in einer Mauer.



Abb. 240. Gewundene Eisenbetontreppe ohne Wangenträger in der Handelsschule in Landau.

Die Eisenbetontreppen bieten bei richtiger Konstruktion



Abb. 241. Treppenkonstruktion im Hotel »Rotes Haus« zu Straßburg.

die gleiche Sicherheit wie andere Bauteile. Von den in üblicher Bauart aus Stein oder Holz hergestellten Treppen kann dies nicht in gleicher



Abb. 242. Eisenbetontreppe mit aufgehängtem Podest in der Brauerei zum Englischen Garten in Stuttgart.

Weise behauptet werden. Hinsichtlich der Feuersicherheit sind aber die Treppen aus armiertem Beton nicht nur den hölzernen und steinernen, sondern auch den eisernen Treppen überlegen. Wie wenig wider-

standsfähig unter Umständen Kalksteinstufen in einem Brandfall sein können, zeigt eine Abbildung in »Beton und Eisen« Heft II, 1903, S. 79.



Abb. 243. Eisenbetontreppe im Lagerhaus der Kgl. Eisenbahndirektion Elberfeld in Opladen.

Die Trittstufen der armierten Betontreppen können irgend einen passenden Belag aus Linoleum, Eichenholz etc. erhalten, so daß sie auch höheren Ansprüchen genügen.

Gewölbe des Hochbaues.

Die im Hochbau vorkommenden Gewölbe dienen den verschiedensten Zwecken. Sind sie nur dekorativer Art, so können sie als dünne Moniergewölbe ohne Schalung mit Drahtgewebe auf Eisengeflecht ausgeführt werden, und sind dann tragfähiger und dauerhafter als die Rabitzkonstruktionen.

Die Verwendung von stärkeren Profileisen ⊥ und L gestattet in gleicher Weise größere Weiten ohne Schalung zu überspannen. Dieses Verfahren ist bei zahlreichen Kirchengewölben angewendet worden, vergl. Abbildung 245. Die Profileisen befinden sich hier in den Rippen der Gewölbe.

Im Gegensatz zu dieser Ausführungsweise sind bei dem in Abbildung 246 dargestellten Beispiel der St. Josephskirche in Würzburg die Rippen des Gewölbes von 20 m Spannweite in Holzschalungen gestampft und mit Rundeisen armiert worden.

Um den Rippen das gleiche Aussehen wie den Gewölbeanfängern, welche aus echtem Muschelkalk versetzt sind, zu geben, wurde Steinmehl und Grus zur Betonierung aus dem gleichen Muschelkalkmaterial



Abb. 244. **Justizgebäude in Landau. Dekoratives Moniergewölbe.**



Abb. 245. **Kreuzgewölbe in Eisenbetonkonstruktion in der Stiftskirche zu Landau (Pfalz).**



Abb. 246. **Gewölbe der St. Josephskirche in Würzburg.**



Abb. 247. **Feuersicheres Moniergewölbe über dem Turnsaal des Schulhauses am Gotzingerplatz in München.**

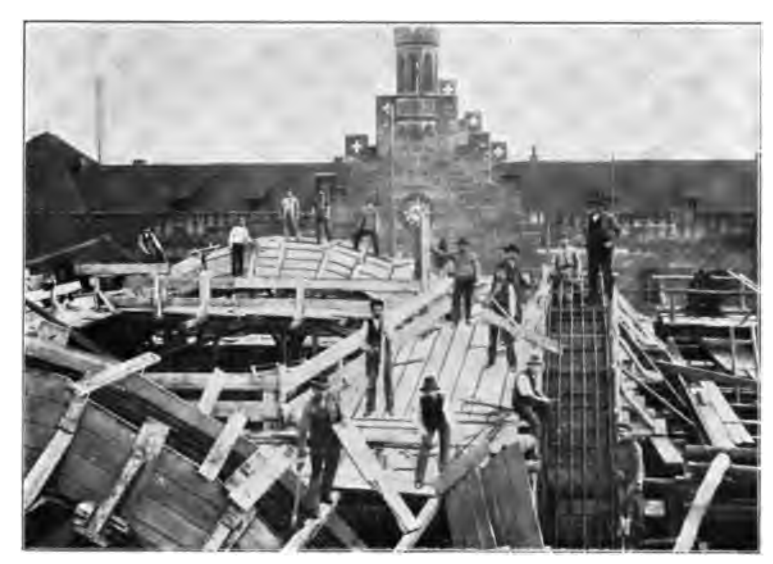


Abb. 248. Gurtbögen im Neubau des Hauptbahnhofes zu Nürnberg.

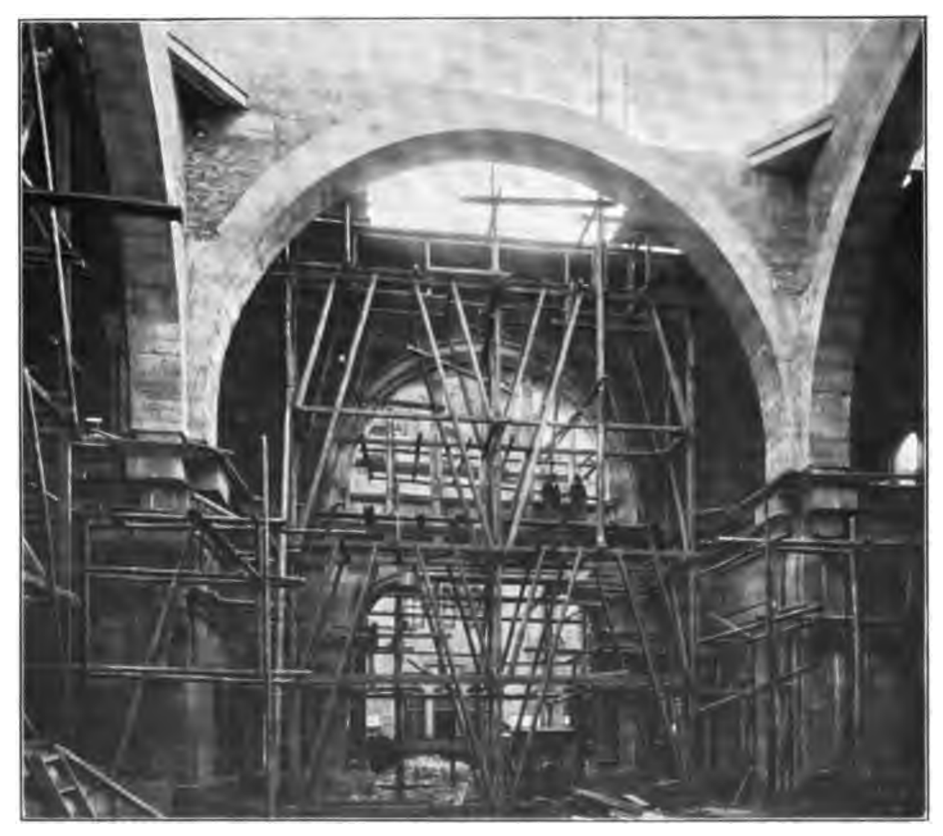


Abb. 249. Eisenbetongurtbogen im Kuppelbau des neuen Bahnhofgebäudes zu Nürnberg.

hergestellt und die Rippen nachher vom Steinhauer bearbeitet. Das Aussehen dieser Rippen hat denn auch den gestellten Anforderungen in jeder Hinsicht entsprochen. Die Gewölbekappen zwischen den Rippen sind nach Patent *Holzer* unter Verwendung kleiner Profileisen

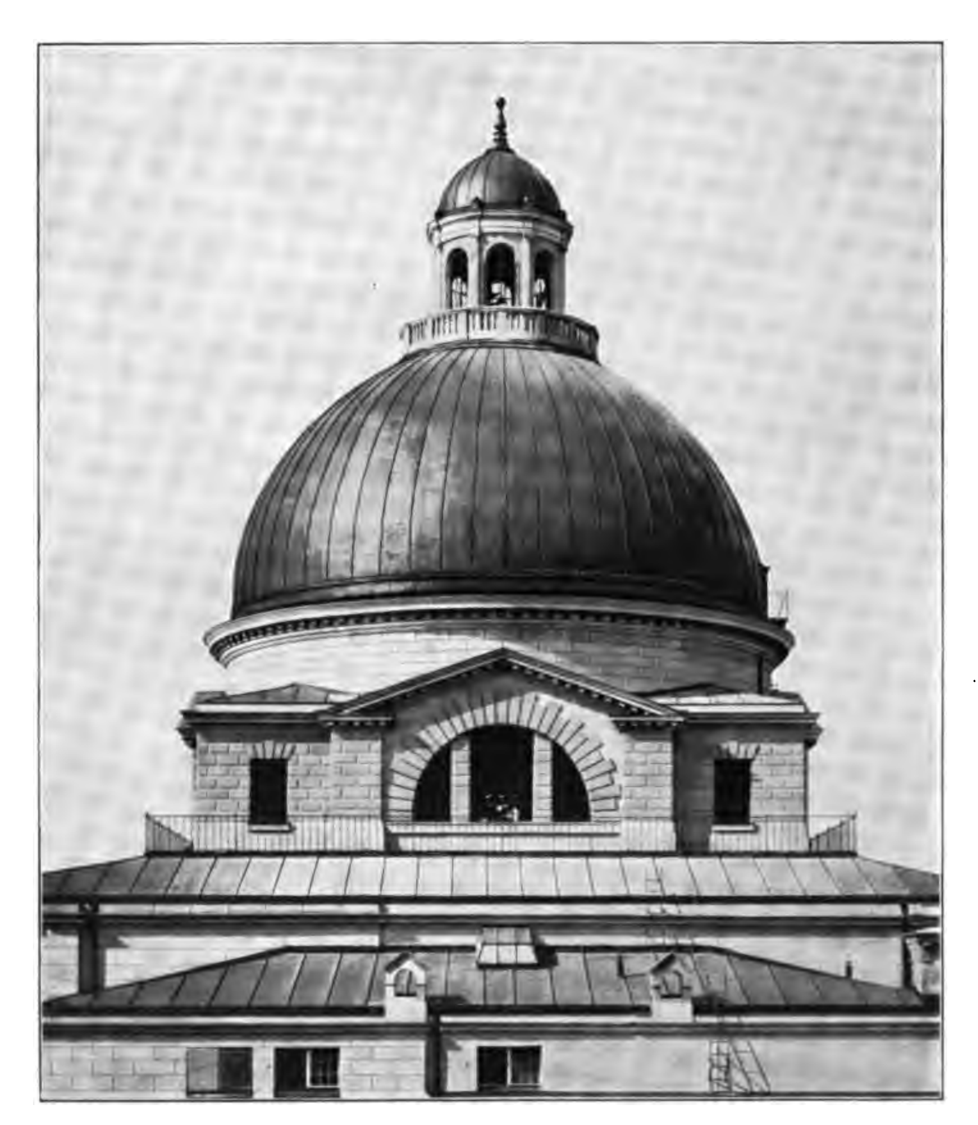


***Abb. 250.* Kuppel und Laterne in Eisenbeton des Armeemuseums in München. Durchmesser 16 m.**

hergestellt und bilden eine ausgezeichnete Verspannung. Der Vorzug derartiger Gewölbe besteht in der erhöhten Knicksicherheit und Stabilität gegenüber in Stein gemauerten Gewölben. Im Fall eines Brandes kann das Gewölbe etwa herabstürzende Dachteile mit vollständiger Sicherheit aufnehmen, bildet also einen wichtigen Schutz für das Innere der

Kirche. Selbstverständlich können alle derartigen Tonnen- oder Kreuzgewölbe auch ganz auf einer Schalung hergestellt werden.

Einen feuersicheren Abschluß bildet auch das in Abbildung 247 ersichtliche Tonnengewölbe mit querlaufenden Kappen über dem Turnsaal eines Schulhauses in München.

Von weiteren Anwendungen der Eisenbetongewölbe im Hochbau erwähnen wir noch die Gurtbögen, bei welchen die aus architektonischen Gründen geforderte Form nicht mit der nach statischen Gesichtspunkten notwendigen übereinstimmt. Nur der Eisenbeton gibt die Möglichkeit, solche Konstruktionen auszuführen, vergl. Abbildung 249, da dann Zugspannungen aufgenommen werden können, die Stützlinie also nicht notwendig im mittleren Drittel verlaufen muß.

Die Kuppelbauten sind für die Ausführung in Eisenbeton sehr geeignet. Durch verschiedene Anordnung der Zahl und Stärke der in der Richtung der Meridiane und Parallelkreise verlaufenden Eisenstäbe hat man es in der Hand, allen Beanspruchungen Rechnung zu tragen. Da der armierte Beton ein zugfähiges Baumaterial ist, können ganz beliebige Formen von Rotationsflächen als Kuppeln ausgeführt werden. Am Fuß der Kuppel nimmt ein Zugring, zweckmäßig in ⊔-Eisenform die horizontalen Komponenten der Meridiankräfte auf, so daß der Innenraum von

Abb. 251. Einzelheiten des Kuppelfußes.

Abb. 252. Vertikalschnitt durch die Kuppel des Armeemuseums in München.

Konstruktionsgliedern vollständig frei bleibt. Ist der Scheitel der Kuppel zur Anbringung von Oberlicht oder eines Laternenaufbaus durchbrochen, dann sind die Druckkräfte in der Meridianrichtung in einen Druckring aus Beton mit Eiseneinlagen überzuführen.

Die Kuppeln (Stärke 6—12 cm) können entweder auf einer Schalung oder mit Hilfe von Fassoneisen in der Richtung der Parallelkreise und Meridiane ausgeführt werden; die trapezförmigen Felder zwischen den Profileisen werden mit Drahtgeflecht versehen, von dem einzelne Drähte durch Löcher in den Stäben der Eisenprofile hindurchgehen.

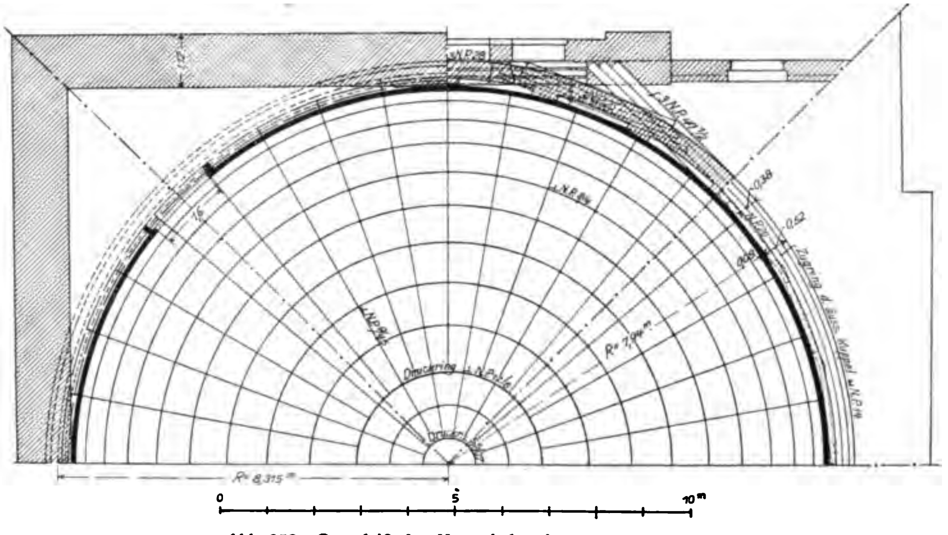


Abb. 253. **Grundriß der Kuppel des Armeemuseums.**

Der Beton schließt dann sämtliches Eisen ein. Die Berechnung der Kuppeln erfolgt am besten graphisch, ähnlich wie bei den Schwedlerkuppeln. .

Die Abbildungen 250—253 beziehen sich auf die Eisenbetonkuppel des Armeemuseums in München*).

In Abbildung 250 ist zunächst der Kuppelaufbau in der äußeren Gesamtansicht dargestellt. Einschließlich der mit ihrer Spitze noch 9 m hohen Laterne erhebt er sich bis zur Höhe von 57 m über dem Erdboden.

In Abbildung 253 ist ein Grundriß der Kuppel, in Abbildung 252 ein senkrechter Schnitt gezeichnet. Abbildung 251 stellt die Auflagerung des Kuppelfußes in größerem Maßstabe dar.

Wie aus diesen Abbildungen ersichtlich wird, ist eine innere und eine äußere Kuppel angeordnet. Die erstere, von einem Halbmesser von 8,10 m, trägt nur sich selbst und setzt etwa 1 m tiefer auf, als die äußere Kuppel, deren Mantelfläche aus verschiedenen Krümmungshalbmessern zusammengesetzt ist. Beide Kuppeln stützen sich mit

*) Deutsche Bauzeitung 1906, Zementbeilage Nr. 16 u. 17.

ihrem, aus einem ⊏ D.N.P. 14 gebildeten Fußring auf den kreisrunden, gemauerten Tambour von 38 cm, bezw. 51 cm Mauerstärke. Ihre 5 bis 6 cm starke Betonschichte wird durch Eiseneinlagen verstärkt, die in der Richtung der Parallelkreise bezw. Meridiane angeordnet sind. Bei der Außenkuppel ist der obere Druckring aus L 50 . 50 . 7, der Ring, auf welchem sich die im Durchmesser noch 4 m haltende Laterne aufsetzt, aus ⊥ D.N.P. 12 . 6 gebildet, während die übrigen Parallelkreise aus ⊥ 8 . 4, die Meridiane aus ⊥ 9 . 4,5 bestehen. Zwischen den Meridian- und Ringstäben befindet sich ein 7 mm starkes Rundeisengeflecht von 10 cm Maschenweite. Die innere Kuppel ist auf der Außenseite nur mit Mörtel abgezogen, die Außenkuppel dagegen mit Kupferblech abgedeckt, das auf Holzdübeln befestigt wurde, die man gleich in den Beton der Kuppelhaut mit einstampfte. Gegen den Beton ist das Kupfer durch einen Asphaltanstrich isoliert.

Fundamentplatten.

Die Größe der Fundamentfläche eines Bauwerkes ist der Tragfähigkeit des Baugrundes anzupassen, damit schädliche Setzungen vermieden werden. Ist die Tragfähigkeit gering, so wird meist eine sehr große Druckübertragungsfläche erforderlich, welche dann nur mit Anwendung von armierten Platten, die hinreichende Biegungsfestigkeit besitzen, erreicht werden kann. Es ist dadurch möglich, den Bodendruck bis auf 0,5 kg/qcm und noch weniger herabzusetzen, so daß auch schlechter Baugrund und aufgefüllter Boden für die Gründung benutzt werden kann.

Abbildung 254 stellt die Sohle eines Kanals mit 8 m Überschüttung in Wiesbaden dar. Da der Baugrund nur mit 1,5 kg/qcm beansprucht werden konnte, mußte die ganze Breite zwischen den Widerlagern zur Druckübertragung herangezogen werden, was durch Herstellung der 45 cm dicken, beide Widerlager verbindenden Fundamentplatte geschehen ist. Diese Platte stellt also in statischer Hinsicht einen Balken dar, der an beiden Enden aufliegt und durch die nach oben gerichteten Bodenpressungen auf Biegung beansprucht wird. Als Eiseneinlagen wurden pro Meter 10 Φ 24 mm erforderlich, die infolge der konkaven Krümmung durch 7 mm starke Bügel mit der Betonmasse verankert werden mußten. Als Unterlage der Kanalsohle dient eine 15 cm starke, mit Zementmörtel ausgegossene Packlage.

Die Fundamentplatten sind namentlich dann anzuwenden, wenn aus irgend welchen Gründen Pfähle nicht in Frage kommen. In vielen Fällen sind sie auch billiger als Pfahlgründung.

Abbildung 255 zeigt ein durchgehendes, armiertes Betonfundament unter einer Säulenreihe eines Silos. Es hat hier die konzentrierten

Säulenlasten sowohl in der Längsrichtung als der Breite nach gleichmäßig zu verteilen, und erfordert daher in beiden Richtungen Eisen-

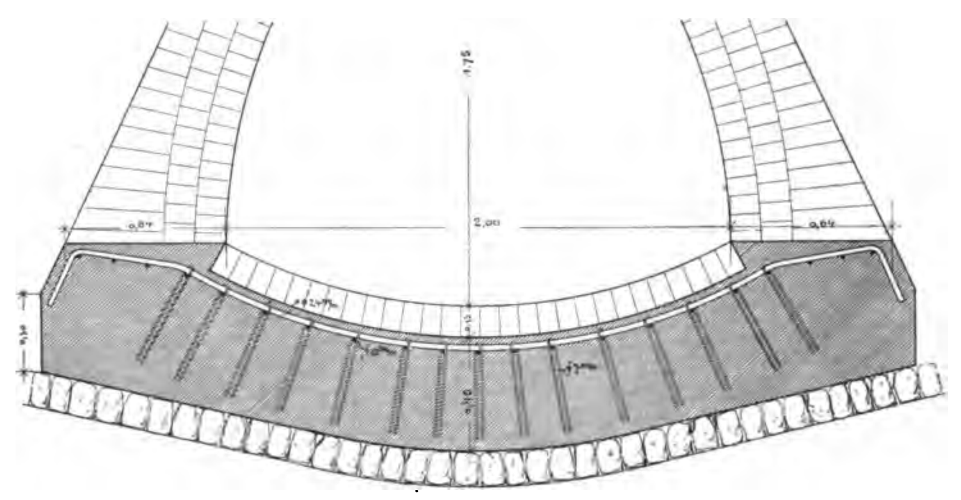


Abb. 254. **Armierte Kanalsohle in Wiesbaden.**

einlagen. Die Armierung in der Längsrichtung hat dann den Zweck, die konzentrierten Lasten zunächst zwischen den Säulen zu verteilen.

Die Gründung von Gebäudemauern kann auf armierten Betonschwellen erfolgen, dies sind Eisenbetonplatten von gewisser Breite,

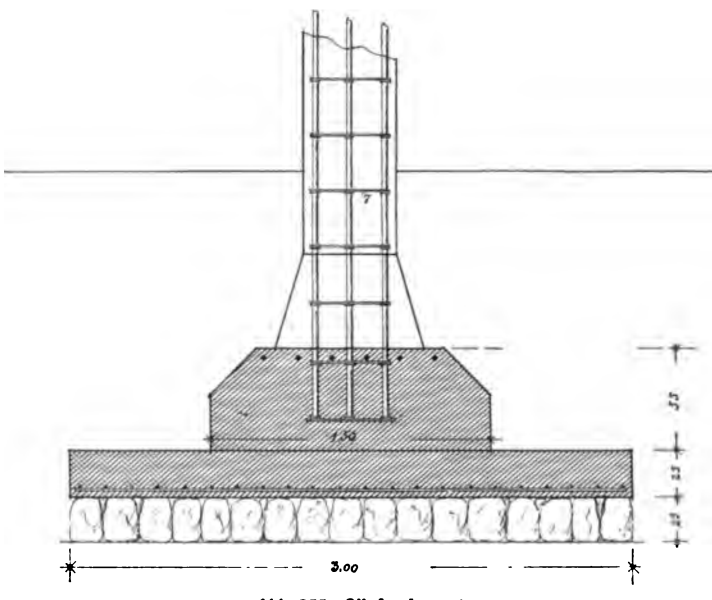


Abb. 255. **Silofundament.**

welche unter den Mauern entlang hergestellt werden und auf beiden Seiten gleich viel vorstehen, ähnlich wie die untere Platte in Abbildung 255. Diese Fundamentschwellen erfüllen aber ihren Zweck



Abb. 256. **Fundamentplatte unter einem Gebäude, 50 cm stark.**

der gleichmäßigen Druckverteilung nicht, wenn sie nur einseitig unter einer Mauer angebracht werden können, wie dies der Fall ist, wenn die äußere Mauerflucht mit der Eigentumsgrenze zusammenfällt. Alsdann ist eine unter dem ganzen Gebäude oder einem größeren Teil desselben durchgehende Fundamentplatte anzuordnen. Fällt der Schwerpunkt der Plattenfläche mit der Resultierenden der Gebäudelasten zusammen, so ist es möglich, mit Hilfe der armierten Fundamentplatte den Druck auf den Boden gleichmäßig zu verteilen.

In Abbildung 256 ist die obere und untere Eiseneinlage einer 50 cm starken Fundamentplatte eines Geschäftshauses in Stuttgart dargestellt. Unter der Voraussetzung des gleichmäßig verteilten Bodendrucks von 0,7 kg/qcm war es möglich, annähernd die in den einzelnen Feldern auftretenden positiven und negativen Biegungsmomente auszurechnen und die Eiseneinlagen entsprechend anzuordnen. Zwischen den Pfeilern ist eine stärkere Armierung durchgeführt, so daß innerhalb der Platte ein Träger entsteht, der die konzentrierten Lasten gleichmäßig auf seine Länge an die senkrecht dazu verlaufende Plattenarmierung übertragen kann. In Abständen von etwa 50/50 cm sind die oberen und unteren Eiseneinlagen durch Bügel miteinander verbunden. Ähnliche Platten bis 75 cm Stärke wurden von der Firma *Wayß & Freytag A.-G.* für das große Geschäftshaus *Elbhof* in Hamburg und für verschiedene große Silobauten ausgeführt.

Die statischen Verhältnisse liegen bei komplizierten Grundrissen meist nicht ganz klar, so daß man etwas ungünstig rechnen und einen gewissen Überschuß an Eisen einlegen muß. Manchmal läßt sich die Berechnung mit einem gleichmäßig verteilten Bodendruck nicht durchführen, es fällt dann die Resultierende aller Lasten nicht mit dem Schwerpunkte der Grundfläche zusammen oder es sind einzelne Gebäudeteile wesentlich schwerer als die anderen. In einem solchen Fall kann man sich mit etwas verschiedenen Bodendrücken unter den einzelnen Abteilungen helfen.

Die so konstruierten Fundamentplatten geben gegenüber den früher gebräuchlichen dicken Betonplatten mit einbetonierten und sich kreuzenden Lagen von Eisenbahnschienen oder I-Trägern eine Ersparnis an Aushub, erfordern einen geringeren Materialaufwand und bieten eine bessere Gewähr hinsichtlich der sicheren Erfüllung ihres Zweckes. Sie eignen sich als Fundamente von Gebäuden, Schornsteinen, Springbrunnenbassins mit monumentalem Aufbau, Denkmälern etc., die auf lockerem Baugrund zu errichten sind.

Senkbrunnen.

Die Senkbrunnen aus armiertem Beton wurden nach dem Moniersystem schon frühzeitig angewendet; sie dienen entweder zur Wasser-

gewinnung und werden dann oft mit Löchern im Mantel versehen, oder zur Fundation von Gebäuden, Brückenpfeilern etc. und müssen dann nach erfolgtem Versenken mit Beton ausgefüllt werden. Im Vergleich zu den Senkbrunnen aus Mauerwerk haben sie den Vorzug größerer Widerstandsfähigkeit gegenüber den äußeren Kräften, wegen der geringen Wandstärke dringen sie gut in den Untergrund ein, verlangen aber infolge ihres geringeren Gewichts eine größere künstliche Belastung.

Abbildung 257 zeigt einen solchen Brunnen für das städtische Elektrizitätswerk in Bamberg während des Versenkens mittels Handbagger. Die obere Abdeckung ist in Form einer Kuppel ausgeführt.



Abb. 257. **Brunnen für das städtische Elektrizitätswerk Bamberg.**

In Abbildung 258 ist die Gründung der Pfeiler der Kocherbrücke bei Bröckingen auf Senkbrunnen dargestellt, es sind dort auch die Details der Eiseneinlagen ersichtlich. Die Senkbrunnen von 1,5 m Lichtweite und weniger wurden aus fertigen Monierröhren zusammengesetzt, diejenigen von größerem Durchmesser an Ort und Stelle zwischen Schalungen hergestellt. Über den Senkbrunnen ist zunächst eine starke Eisenbetonplatte ausgeführt, auf welcher das Pfeilermauerwerk aufsitzt.

Eine große Wassergewinnungsanlage ist der im Jahr 1902 für die Pasinger Papierfabrik erbaute Brunnen, Abbildung 259. Der Bauvorgang war folgender: Zunächst wurde in dem Kiesboden die runde Baugrube mit ziemlich steilen Böschungen bis auf die Cote 0,0 ausgehoben,

hierauf wurden die [ ]-Eisenringe des oberen Brunnenteils, die in vertikaler Richtung durch Rundeisen miteinander verschraubt waren, von unten beginnend, eingebaut und außen Holzbohlen vorgelegt, welche bei dem nunmehr erfolgenden weiteren Ausgraben nachgetrieben wurden. Gleichzeitig sind die unterhalb der Cote 0,0 gelegenen Ringe eingebaut worden, so daß von Cote 0,0 bis — 3,3 m die Baugrube mit senkrechten Wänden unter teilweiser Wasserhaltung ausgehoben werden konnte. Hierauf wurde mit der Herstellung des eigentlichen Brunnenmantels auf der Cote 1,5, also über Wasser begonnen. Mit Rücksicht auf die hohen Druckkräfte, welchen der Brunnenmantel ausgesetzt ist, wurde er in Eisenbeton mit nach innen vorstehenden

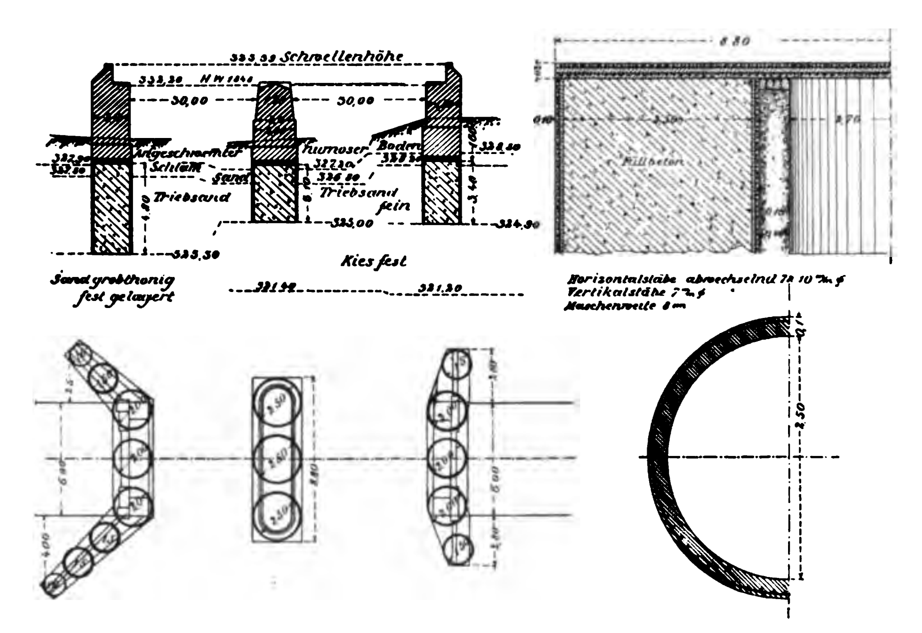


Abb. 258. **Senkbrunnengründung der Kocherbrücke in Bröckingen.**

Rippen und besonders kräftigen Armierungen aus [-Eisen und Rundstangen hergestellt. Die Außenfläche wurde glatt verputzt und der untere Rand mit einem Vorschneidering versehen. Bei der nun folgenden Versenkung wurde aus praktischen Gründen von einer Baggerung unter Wasser abgesehen und das Material unter Wasserhaltung mit maschinell betriebenen Aufzügen gefördert. Hierzu wurden auf den Verstärkungsrippen des Brunnens kräftige Zentrifugalpumpen und Elektromotoren auf eisernen Fahrstühlen eingebaut, welche im Falle des Versagens des elektrischen Stromes leicht gehoben werden konnten. Nach vollständigem Versenken des Brunnens wurde die Ausbetonierung des Mantels und der eisernen Ringe über Cote — 3,30 vorgenommen und gleichzeitig damit auf etwa $^3/_4$ der Grundfläche des Brunnens ein wasserdichter Eisenbetonboden und von da bis zum

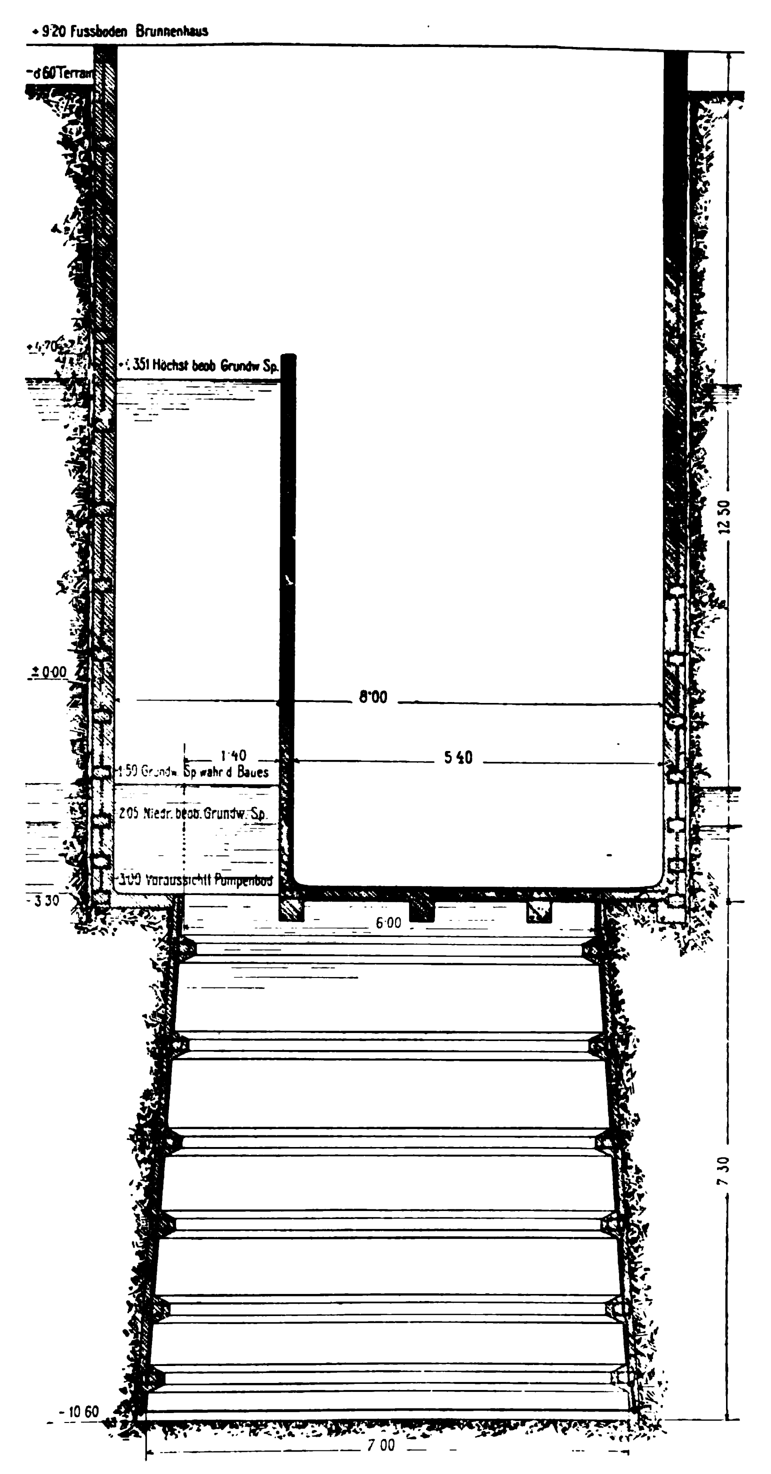


Abb. 259. **Eisenbetonbrunnen der Pasinger Papierfabrik.**

höchsten Grundwasserstand eine wasserdichte Wand aus armiertem Beton eingebaut. Hierdurch ist ein bequemer Eingang zum eigentlichen Brunnen, sowie ein völlig wasserdichter großer Pumpenschacht geschaffen, der genügend tief liegt, um den Pumpen das Ansaugen des Wassers zu erleichtern. Durch eiserne Treppen sind sowohl Pumpenschacht als Brunnen zugänglich gemacht. Der Brunnen ist oben durch ein kleines Gebäude, in dem die Kraftmaschinen für die Pumpen stehen, abgeschlossen.

Über Caissons aus Beton und Eisenbeton für Luftdruckgründungen handelt ein Bericht von Professor *K. E. Hilgard* in den *Transactions* der *American Society of Civil Engineers* Nr. 63, 1904. Hiernach sind solche Caissons in größerer Zahl in der Schweiz zur Gründung von Brückenpfeilern bei der Rheinkorrektion und zur Gründung von Turbinenkammern verwendet worden.

Kellerdichtungen.

In allen Fällen, wo der höchste Grundwasserstand über die Sohle eines Kellers reicht, der stets benützbar bleiben soll, muß eine Dichtung der Sohle und Wände stattfinden. Ein vorzügliches Mittel für



Abb. 260. Eisengeflecht einer Kellerdichtung.
Neubau der Daimlermotoren-Gesellschaft in Untertürkheim.

die Dichtung der Sohle bieten dünne umgekehrte Eisenbetongewölbe, welche entweder unmittelbar zwischen die Fundamentmauern als flache Tonnengewölbe gespannt sind, oder sich in Form von umgekehrten Kreuzgewölben gegen die Wände und die Fundamente der Zwischenpfeiler des Gebäudes spannen. Auf diese Eisenbetongewölbe kommt der wasserdichte Zementverputz, der die eigentliche wasserabhaltende Schichte ist, und daher gegen Beschädigungen durch einen Füllbeton

über den Gewölben geschützt wird. Der Füllbeton wird horizontal abgeglichen und mit einem Nutzestrich versehen. An den Wänden geht das Gewölbe in eine Wandverkleidung aus Beton mit eingelegtem und im Mauerwerk verankertem Eisengeflecht über, auf welche der wasserdichte Zementverputz aufgetragen wird. Je nach der Benützungsart des Raumes ist auch der wasserdichte Wandverputz gegen Beschädigungen zu schützen.

In Abbildung 260 ist das Eisengeflecht der Kellerdichtung in einem Teil des Neubaus der Daimlermotoren-Gesellschaft zu sehen. Die Keller-

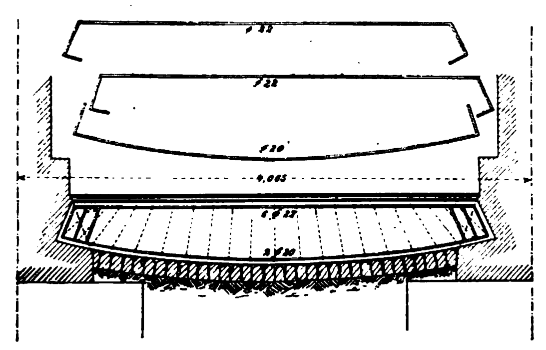


Abb. 261. Eiseneinlagen der Träger einer Kellerdichtung.

anlage wurde erst nachträglich angeordnet, so daß auch die Fundamentklötze der Säulen mit einer Wandverkleidung versehen werden mußten. Die Unterfangung der Säulenfundamente geschah durch Einpumpen von Zementmörtel in den kiesigen Untergrund unmittelbar unter den

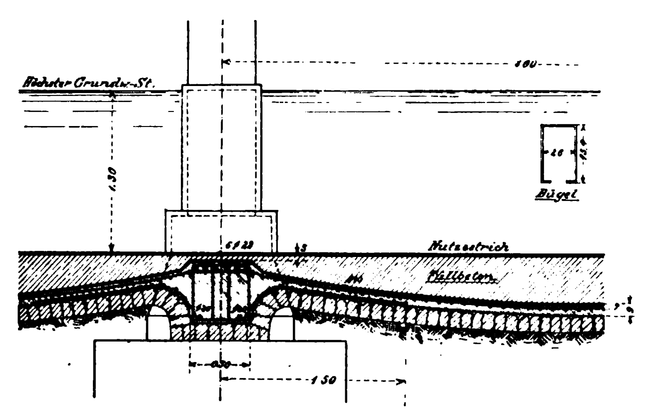


Abb. 262. Querschnitt durch Träger und Gewölbe einer Kellerdichtung.

Säulen. Die Gewölbe haben die Form umgekehrter Kreuzgewölbe; in Abbildung 260 ist die Monierverkleidung mit wasserdichtem Zementverputz an den Pfeilerfundamenten schon fertiggestellt, während an den Bodengewölben das Eisengeflecht noch vollständig zu sehen ist.

Eine andere Ausbildung mit 8 m weiten Bodengewölben, die sich

gegen Eisenbetonträger spannen, ist in Abbildung 262 dargestellt. Die Kellerdichtung wurde ebenfalls erst nachträglich für notwendig befunden, und weil zwischen den Säulenfundamenten nur sehr lange rechteckige Felder vorhanden waren, konnten Kreuzgewölbe nicht wohl ausgeführt werden. Es wurden daher zwischen die Säulenfundamente keilartig Eisenbetonträger eingesetzt, zwischen welche die flachen 8 m weiten Tonnengewölbe gespannt sind. Aus Abbildung 261 sind die Details der Eiseneinlagen ersichtlich, namentlich auch die gegen die Schubkräfte getroffene Anordnung der Trägerarmierung. Der Grundwasserstand über Kellerboden beträgt 1,30 m.

Derartige Dichtungen gegen das Grundwasser kommen häufig bei den Kesselgruben für Dampfheizung vor. Hier muß aber der wasser-

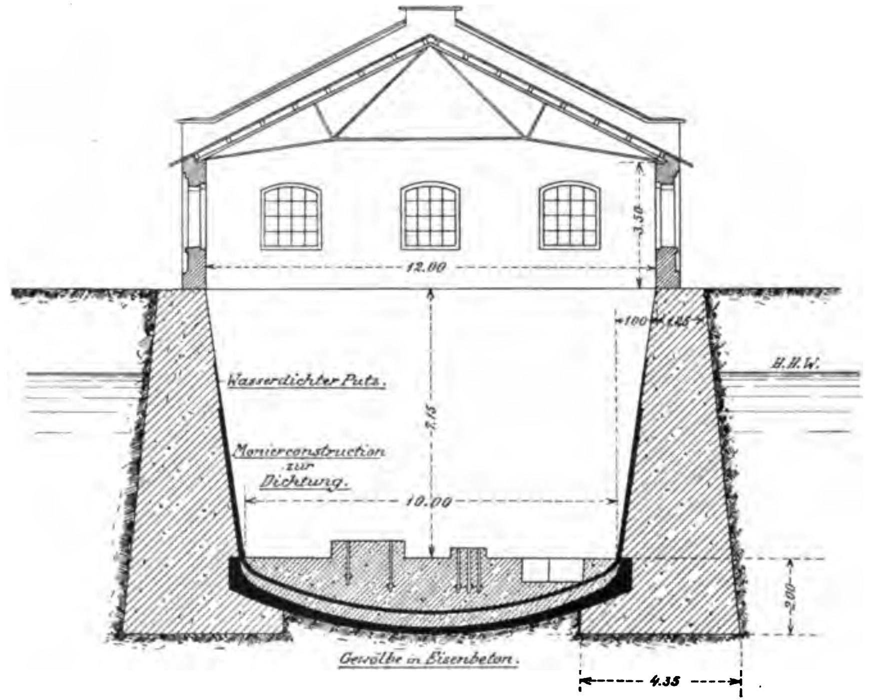


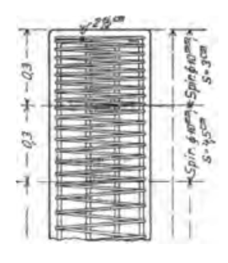
Abb. 263. **Pumpenhaus der Zellstofffabrik Walsum.**

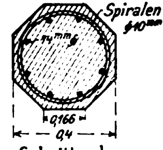
dichte Zementverputz in wirksamer Weise gegen die strahlende Wärme der Kesselfeuerung geschützt werden.

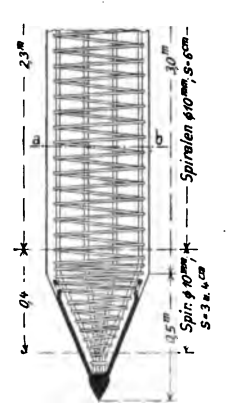
Beim Pumpenhaus der Zellstofffabrik Walsum war der Raum für die Pumpen gegen Hochwasserdruck von 7 m auf die Sohle dicht herzustellen. Mit Rücksicht auf den hohen Druck sind zwei armierte Bodengewölbe übereinander, je mit wasserdichtem Glattstrich angeordnet, welche beide in die Monierwandverkleidung übergehen. Die Anlage ist in Abbildung 263 im Querschnitt dargestellt.

Pfähle.

Die Pfähle und Spuntdielen aus Eisenbeton haben gegenüber denjenigen aus Holz den Vorzug, daß sie auch oberhalb des Grundwasserspiegels verwendet werden können, wodurch sich oft eine beträchtliche Kostenersparnis für die ganze Gründung ergibt. Die Armierung der meist quadratischen Pfähle kann der bei Eisenbetonsäulen gebräuchlichen entsprechen, die Längsstangen vereinigen sich am Ende der pyramidenförmigen Spitze in einem eisernen Schuh; von Wichtigkeit ist eine gute Verbindung der Längsstangen durch Bügel in nicht zu großen Abständen, ganz ähnlich wie bei den Säulen. Ferner ist für das Einrammen die Einschaltung eines schlagverteilenden Mittels zwischen Rammbär und Pfahl von Bedeutung, sowie eine feste Umschließung des Pfahlkopfs, um dessen Zerstörung zu verhindern. Diese Art von Pfählen ist von *Hennebique* im Tiefbau eingeführt worden, eine ausführliche Beschreibung von *Deimling* findet sich in Heft II, 1904 der Zeitschrift »Beton und Eisen«.







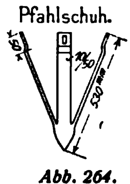


Abb. 264.
Eisenbetonpfahl der Kanalüberdeckung in Mülhausen i. E.

Vermöge seiner hohen Druckfestigkeit ist aber besonders der spiralarmierte Beton zur Verwendung für Pfähle geeignet. Die Querschnittsform ist dann zweckmäßig ein Kreis oder ein Achteck. Nach den günstigen Erfolgen, die mit den *Considère*schen Pfählen in Paris gemacht worden waren*), wo die Pfähle sogar ohne Schutzvorrichtung eingerammt wurden, ging die Firma *Wayß & Freytag* zur ausschließlichen Anwendung der Spiralarmierung bei Pfählen über und erreichte damit bei zahlreichen Ausführungen sehr gute Erfolge.

Abbildung 264 zeigt die Anordnung eines Eisenbetonpfahls von der 600 m langen und 37 m breiten Überdeckung des Ill-Hochwasserkanals in Mülhausen im Elsaß. Die Rammung gelang schon in einem Alter des Betons von nur sechs Wochen. Die spätere Belastung des Pfahls beträgt 36 t, die Eiseneinlage besteht aus 8 Längsstangen Φ 14 mm und Spiralen aus Φ 10 mm mit 6 cm Ganghöhe, die am Kopf und am Fuß bis auf 3 cm heruntergeht. Der schmiedeiserne Pfahlschuh hat vier Lappen, deren oberes Ende leicht eingekröpft und durchlocht ist. Um die Einkröpfung legt

*) Vergl. Deutsche Bauzeitung 1906, Zementbeilage Nr. 21.

sich eine einfache Spirale und die Durchlochungen dienen zum soliden Verband des Pfahlschuhs mit der Innenkonstruktion.

Der 1200 kg schwere Rammbär schlug mit 1,3—1,5 m Fallhöhe auf einer Eichenholzjungfer auf.

In den Abbildungen 265—267 ist die Herstellung des Eisengerippes, das Einstampfen des Betons in die liegenden Formen, sowie ein Lager erhärtender Pfähle nebst einigen fertigen Eisengerippen zu sehen. Das Gerippe wird in der Weise hergestellt, daß die auf einer Wickelmaschine hergestellten Eisenspiralen auf einem Bock ausgelegt, dann die Längseisen eingebracht und an jeder zweiten oder dritten Windung mit den Spiralen durch Bindedraht verknüpft werden. Der



Abb. 265. Gewerbehaus Metz. Herstellen des Eisengerippes der Pfähle.

Beton wird im Mischungsverhältnis 1 : 4 1/2 verwendet. Die Schalung der Pfähle wird zweckmäßig so angeordnet, daß die seitlichen Bretter schon in 1—2 Tagen weggenommen werden können, während der Pfahl etwa 8 Tage auf seiner Unterlage bleiben muß.

Bei der Gründung für den Kursaal in Cannstatt wurden die Pfähle von 5,5—10 m Länge nach einer Erhärtungszeit von 35—45 Tagen eingerammt. Querschnitt und Armierung der Pfähle war ganz ähnlich wie in Abbildung 264. Das Einrammen geschah mit einer Dampframme von *Menck & Hambrock.* Die Fangvorrichtung des 2750 kg schweren Bärs bestand aus einer Nachlaufkatze mit rücklaufendem Seil. Als Führung der Holzjungfer diente eine schmiedeiserne Haube, die infolge des festen Umschließens auch das Abspringen von Beton-



Abb. 266. **Gewerbehaus Metz. Einstampfen des Betons in die Pfahlformen.**

splittern verhindern sollte. Zwischen Pfahl und Jungfer wurde eine Schicht Sägmehl zur Milderung der Schlagwirkung eingebracht. Die mit Spiralen versehenen Eisenbetonpfähle sind indessen so widerstands-



Abb. 267. **Neubau *Behrend*, Kiel. Lager fertiger Pfähle und vollständiges Eisengerippe.**

fähig gegen Stöße, daß man die Holzjungfer auch ganz weglassen und den Bär direkt auf den Beton fallen lassen kann. Es zerbröckelt dann der Beton an der Oberseite ein wenig, wie dies aus Abbildung 270



Abb. 268. **Kursaal Cannstatt. Aufziehen des Pfahls.**

zu ersehen ist, wo die Köpfe von Pfählen dargestellt sind, die ohne jedes Zwischenmittel gerammt wurden. Diese oberflächliche Zerstörung des Pfahlkopfes hat insofern wenig zu bedeuten, als man ohnedies

für die Auflagerung von Eisenbetonträgern oder -säulen den oberen Beton zerstören muß, damit die Eiseneinlagen des aufzusetzenden Bauteils neben denjenigen des Pfahls angeordnet und zusammen einbetoniert werden können. In dieser Weise kann auch das Aufpfropfen



Abb. 269. Gewerbehaus Metz. Einrammen der Pfähle.

der Eisenbetonpfähle erfolgen. Bei der Gründung am Kursaal in Cannstatt wurden die Pfähle bei einer Fallhöhe von 1,0 m so lange eingetrieben, bis das Eindringen noch 4—5 mm betrug. Die Höchstleistung beim Rammen war 100 laufende Meter pro Tag.



Abb. 270. Kursaal Cannstatt.
Köpfe von Pfählen, die ohne Haube und Jungfer gerammt wurden.

Zur Beurteilung der Tragfähigkeit eines Pfahls benutzt man allgemein die *Brix*sche Formel

$$p = \frac{h \,.\, Q^2 \,.\, g}{2\,e(Q+g)^2},$$

worin

h die Fallhöhe des Bärs,
Q das Bärgewicht,
g das Pfahlgewicht,
e das Eindringen des Pfahls beim letzten Schlag,
p die bei doppelter Sicherheit zulässige Belastung des Pfahls

bedeuten. Das Maß e wird natürlich als Durchschnitt der letzten Hitze berechnet.

Abbildung 269 zeigt noch das Einrammen mit einer direkt wirkenden Dampframme beim Neubau des Gewerbehauses in Metz.

Brücken.

a) Mit gerader Tragkonstruktion.

Plattendurchlässe. Im Anfang des Eisenbahnbaus waren die Plattendurchlässe mit Abdeckung aus natürlichen Steinplatten sehr häufig, wurden aber mit Einführung des Betons und der Zementröhren seltener, indem man statt ihrer gewölbte Profile, die in Beton leicht herzustellen sind, oder für die kleinen Weiten Zementröhren verwendete. Mit Einführung des armierten Betons gewannen aber die Plattendurchlässe wieder an Bedeutung. Indem man es hier in der Hand hat, mit Hilfe der Eiseneinlagen die Abdeckplatten aus Beton beliebig biegungsfest zu machen, kann man die Spannweite der Platten, oder die Lichtweite dieser Plattendurchlässe bis etwa 6,5 m steigern, so daß sich ihr Anwendungsgebiet wesentlich erweitert. Man könnte die Spannweite noch weiter treiben, jedoch sind von etwa 5 m an die Plattenbalken billiger als die einfachen Platten.

Die Plattendurchlässe mit Eisenbetonplatten werden sowohl für Eisenbahnen als Straßen ausgeführt. Von der Firma *Wayß & Freytag A.-G.* wurde z. B. für die Bahnlinie Gaildorf-Untergröningen eine ganze Reihe solcher Durchlässe und im Bahnhof Söflingen eine Fußwegunterführung dieser Art ausgeführt. Die Abbildungen 271—273 zeigen die Ausführung eines Plattendurchlasses von 4 m Lichtweite unter dem Marktplatz von Laupheim. Die 35 cm starke Platte mit 12 Φ 16 mm pro Meter Breite, von denen 9 gerade durchgehen und 3 gegen die

Enden nach oben abgebogen sind, ist für Dampfwalzbelastung berechnet; ihre Oberfläche ist mit Rücksicht auf den Wasserabfluß gewölbt. Die Probebelastung ergab keine meßbare Einsenkung. Zahlreiche ähnliche Platten wurden unter Straßen bis 6,5 m Lichtweite ausgeführt.

Die Widerlager der Plattendurchlässe bestehen gewöhnlich aus Beton, oft werden auch schon bestehende gemauerte Widerlager be-



Abb. 271. Laubbachbrücke in Laupheim. Eiseneinlagen.

nützt. Die Abdeckplatten verspannen die Widerlager, was bei großer Lichthöhe von Bedeutung ist, indem dadurch an Mauerwerk gespart werden kann. Die Platten werden meist an Ort und Stelle auf Schalung

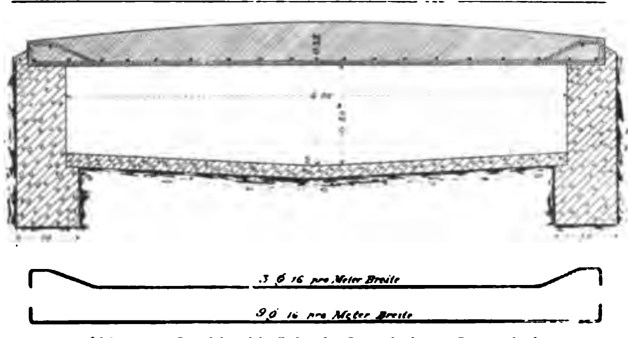


Abb. 272. Laubbachbrücke in Laupheim. Querschnitt.

hergestellt, sie sind aber auch schon vorher in 80—100 cm breiten Stücken angefertigt und nach Erhärtung verlegt worden. Dies ist notwendig, wenn keine Verkehrsunterbrechung möglich ist, man verlegt

dann zunächst die eine Hälfte der Straße, leitet den Verkehr darüber, und verlegt nachher die andere Hälfte.

Unter Eisenbahndämmen kann die Stärke der Eisenbetonplatten jeweils der Auflast angepaßt werden, indem nach den Stirnen zu die

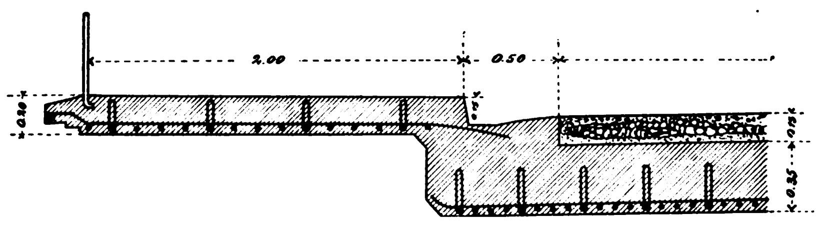


Abb. 273. Laubbachbrücke in Laupheim. Längenschnitt mit Gehweg.

Dicke abnehmen kann. Auch Erdhaken können sehr wirksam angebracht und mit Hilfe der Querstäbe in der Abdeckung verankert werden.

Konsolausladungen. Die Eisenbetonplatten können nicht nur als Träger auf zwei Stützen, sondern auch als einerseits eingespannte und frei ausladende Träger angewendet werden. Dieser Fall tritt z. B. ein, wenn es sich um die Erbreiterung einer Straße neben einem Fluß handelt. Man kann dann die Gehwege frei gegen die Flußseite

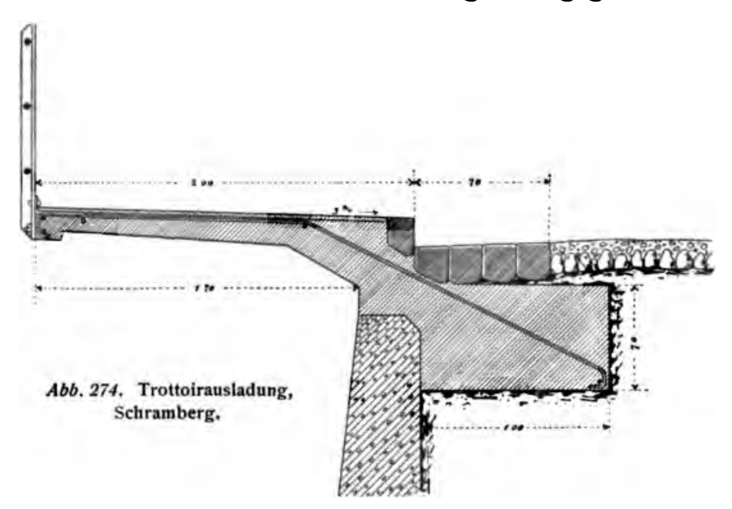


Abb. 274. Trottoirausladung, Schramberg.

auskragen lassen, Abbildung 274. Die Eiseneinlage muß hier natürlich an der oberen Seite liegen und findet ihre Verankerung in einem Betonklotz hinter der Ufermauer, der hinreichend groß ist, um die ausladende Platte vor dem Umkippen zu schützen. Eine ähnliche Anlage ist von der Firma *Wayß & Freytag* auch in Wildbad ausgeführt worden. In gleicher Weise können auch die Gehwege älterer Brücken ausgekragt werden, um eine Erbreiterung der Fahrbahn zu erzielen.

Die Eisenbetonplatten finden auch zweckmäßige Verwendung bei eisernen Fußstegen und Brücken als Gehwegbelag, ferner für die Konstruktion der Fahrbahntafel als Ersatz der Zoreseisen und Buckelplatten. Die Kosten der Fahrbahn werden durch die Verwendung des armierten Betons erniedrigt und in allen Fällen wird die Konstruktion dadurch einfacher. Die Platten für die Gehwege werden meist vorher angefertigt und dann verlegt, sie können zugleich den Zementestrich erhalten oder nach dem Verlegen mit einem Asphaltestrich versehen werden. Die Eisenbetonkonstruktion der Fahrbahn bildet kontinuierliche Eisenbetonplatten, die entweder zwischen die Längsträger, oder unmittelbar zwischen die Querträger gespannt sind und auf Grund der Maximalmomentenlinien mit Eiseneinlagen versehen werden.

Plattenbalkenbrücken. Für größere Spannweiten wird der rechteckige Plattenquerschnitt unwirtschaftlich, die Plattenbalken sind daher als Tragkonstruktion von etwa 5 m ab zu verwenden. Die

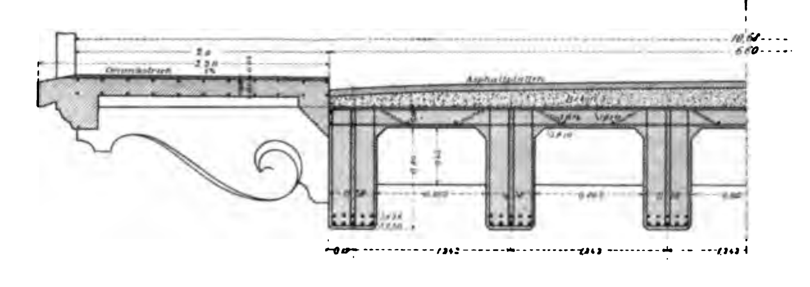


Abb. 275. **Hornbachbrücke bei Zweibrücken.**

gewöhnliche Anordnung ist die, daß mehrere parallele gleichwertige Hauptträger über die Öffnung gelegt sind, und daß die Deckenplatte zwischen diese gespannt ist. Mit Rücksicht auf die konzentrierten Raddrücke der Dampfstraßenwalze empfiehlt es sich, den Abstand der Hauptträger zwischen 1,3 und 1,6 m zu wählen, aus dem gleichen Grunde und wegen der ungleichen Durchbiegung der Hauptträger muß die Deckenplatte außer den abgebogenen Eisen je eine oben und unten durchgehende Eiseneinlage und reichlich Querstäbe erhalten.

Eine solche Plattenbalkenbrücke mit einer Öffnung von 12,07 m, die Hornbachbrücke bei Zweibrücken, ist in den Abbildungen 275 und 276 dargestellt. Die Brücke ist schief und auf teilweise vorhandenem

Widerlagermauerwerk aufgelagert. Die Hauptträger sind noch durch Traversen verbunden, die den Zweck haben, eine gleichmäßigere Verteilung konzentrierter Lasten auf mehrere Hauptträger herbeizuführen,



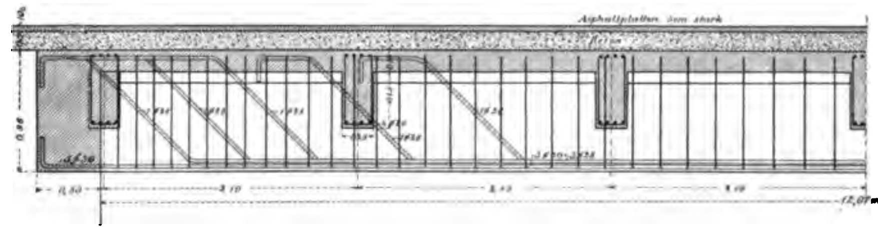


Abb. 276. **Hornbachbrücke bei Zweibrücken. Quer- und Längsschnitt.**

und die an den Stirnen in Form von profilierten Konsolen ausladen, auf welchen die Eisenbetonplatte der Gehwege aufsitzt. Als Eisen-



Abb. 277. **Brücke bei Krapina. Mit durchbrochenen Trägern von 20 m Spannweite. Ausgeführt von *Wayß & Co.*, Wien 1900.**

einlagen der Hauptträger sind 5 gerade Rundeisen von 30 mm und 5 abgebogene von 28 mm Durchmesser verwendet, dabei sind die Abbiegungen der letzteren den durch die Schubkräfte bedingten schiefen

Zugspannungen angepaßt. Bei der Probebelastung durch eine 20 t schwere Dampfwalze ergaben sich Durchbiegungen der Hauptträger von nur 0,3—0,4 mm.

Die Plattenbalkenbrücken sind in dieser Anordnung bis 16 m Spannweite sehr zweckmäßig und meist billiger als eiserne Brücken. Vereinzelte Ausführungen gehen über 20 m Spannweite, auch durchbrochene Trägerrippen kommen vor, vergl. Abbildung 277. Bei großer Spannweite werden die Träger ziemlich schwer, so daß die Plattenbalkenbrücken dann gegenüber den eisernen wenig wirtschaftliche Vorteile mehr bieten.

Bei schmalen Brücken, bis 6 m Breite kann eine geringere Konstruktionshöhe erzielt werden, wenn man nur 2 Hauptträger seitlich anordnet und auf diese die Last der Fahrbahn durch Querträger überträgt. Die geringe Konstruktionshöhe wird immer gefordert, wenn es sich bei Eisenbahnen um Wegüberführungen handelt, welche Niveauübergänge zu ersetzen haben. Ein solches Beispiel ist die in den Abbildungen 278—281 dargestellte Wegüberführung in Grimmelfingen bei Ulm. Die Hauptträger von 9,0 m Lichtweite haben einen rechteckigen Querschnitt von 70 cm Breite und ragen in ihrem oberen Teil über die Brückenfahrbahn hinauf, indem sie eine niedere Brüstung bilden, auf die noch ein kleines Geländer aufgesetzt ist. Die Eisenbetonplatte, welche die Fahrbahn trägt und in Abständen von 1,533 m durch die Querträger unterstützt wird, ist durch einen Belag aus Asphaltfilzplatten wasserdicht abgedeckt. Sie erhielt für den leichteren Wasserabfluß sowohl ein Gefälle von den Hauptträgern nach der Fahrbahnmitte zu, als auch von der Brückenmitte nach den Widerlagern hin. Die eigentliche Fahrbahn wurde aus Beton hergestellt.

Die statische Berechnung war durchzuführen für eine Belastung durch Menschengedränge von 450 kg/qm und einen 6 t schweren Lastwagen von 1,5 t Raddruck. Die erste Belastung war für die Berechnung der Hauptträger maßgebend, während die letztere für die Deckenplatte und die Querträger in Betracht kam. Die Berechnung und Dimensionierung der Decke erfolgte mit Berücksichtigung der Kontinuität der einzelnen Felder und unter der Annahme freier Auflagerung auf den Nebenträgern; die Eiseneinlagen bestehen aus je sieben Stück 7 mm-Rundeisen auf den Meter Breite oben und unten durchgehend und sieben Stück abgebogener 10 mm-Rundeisen, die in den Feldmitten unten liegen, in der Nähe der Träger und über denselben aber nach oben abgebogen sind.

Auch die Querträger sind ohne Rücksicht auf Einspannung berechnet worden. Gleichwohl ist aber durch die Anordnung der Armierung eine teilweise Einspannung im Anschluß an die Hauptträger vorgesehen. Von den in der Mitte der Querträger notwendigen vier Rundeisen (26 mm) sind nämlich zwei Stück an den Hauptträgern

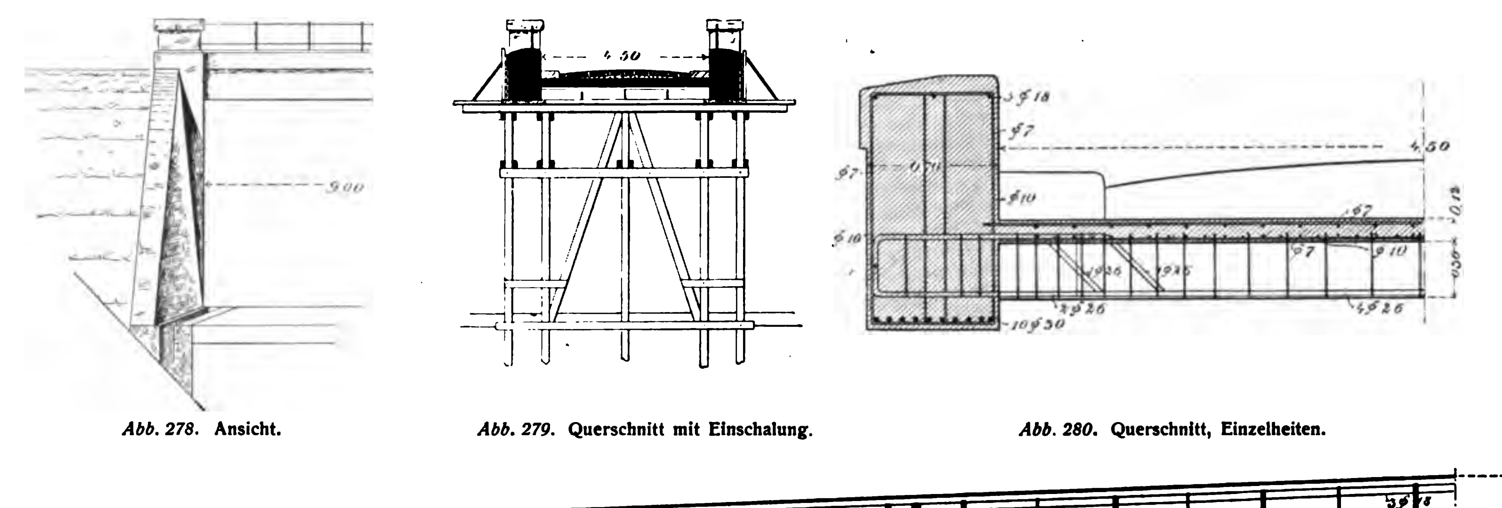


Abb. 278. Ansicht. *Abb. 279.* Querschnitt mit Einschalung. *Abb. 280.* Querschnitt, Einzelheiten.

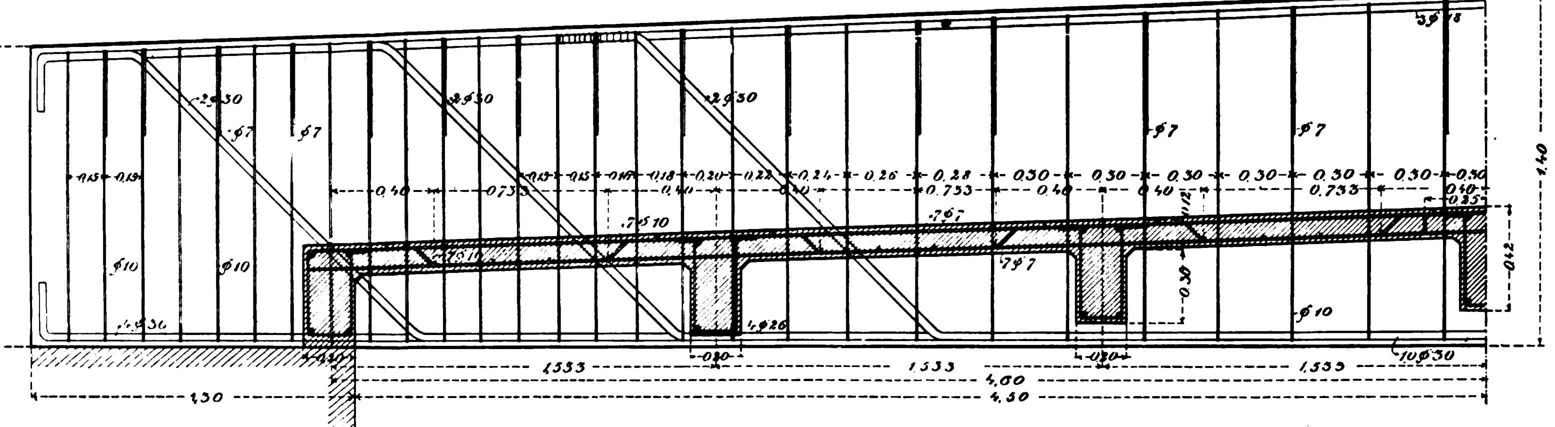


Abb. 281. Wegüberführung Grimmelfingen. Längenschnitt. Einzelheiten der Fahrbahn und des Hauptträgers.

nach oben abgebogen und zwar an den Stellen, wo ihr Querschnitt in der unteren Gurtung entbehrt werden kann.

Die beiden Hauptträger sind mit den Widerlagern nicht verankert, mußten also als frei aufliegende Träger von rechteckigem Querschnitt berechnet werden. Von den in der Mitte nötigen zehn Rundeisen von je 30 mm Durchmesser sind nach den Auflagern hin sechs Stück unter 45° abgebogen, um die Schubkräfte, bezw. die schiefen Hauptspannungen in wirksamer Weise aufzunehmen. Die Abbiegungen sind natürlich an den Punkten angeordnet, wo die Momente entsprechend



Abb. 282. Wegüberführung in Grimmelfingen bei Ulm. Probebelastung durch Kies mit 450 kg|qm, Einsenkung 0,2 mm.

kleiner geworden sind. Die abgebogenen Enden sind bis über die Auflager verlängert, so daß auch etwaige Einspannungsmomente übertragen werden könnten.

Die Druckzone der Hauptträger ist durch drei Rundeisen (18 mm) armiert, die mit besonderen, 7 mm starken Bügeln miteinander verbunden und mit dem Betonkörper der Träger verankert sind. Sie dienen dem Zweck, die Oberseite der Hauptträger widerstandsfähiger gegen Druckspannungen zu machen.

Ein allgemeiner Vorzug der Wegüberführungen aus armiertem Beton ist, daß sie von den Rauchgasen der Lokomotiven nicht angegriffen werden, im Gegensatz zu den eisernen Überfahrtsbrücken, die über verkehrsreichen Bahnstrecken namentlich an der schwer zugäng-

lichen Fahrbahnkonstruktion stark rosten und demgemäß hohe Unterhaltungskosten erfordern. Über die Zerstörungsarbeit der Rauchgase unter ungünstigen Verhältnissen gibt Abbildung 283 lehrreichen Aufschluß. Das dort dargestellte Stück eines kleinen eisernen Längs-



Abb. 283. Zerstörung eines eisernen Fahrbahnträgers durch die Rauchgase der Lokomotiven.

trägers der Fahrbahn stammt von einer im Jahr 1886 erbauten, und Anfang 1907 abgebrochenen Brücke über einen verkehrsreichen Bahnhof.

Ist die Länge einer geraden Eisenbetonbrücke größer als 16—20 m, so sind Zwischenunterstützungen angezeigt. Diese können aus gewöhnlichen gemauerten Mittelpfeilern bestehen, namentlich wenn sie von einer früheren hölzernen Balkenbrücke noch vorhanden sind; meist

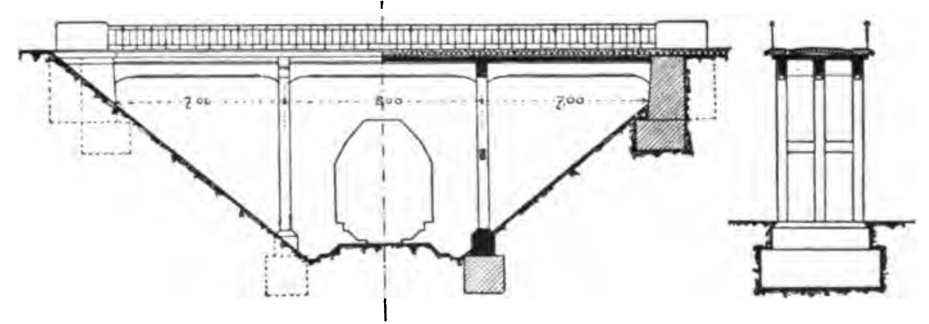


Abb. 284. Eisenbetonbrücke über einen Bahneinschnitt.

aber stellt man sie aus armiertem Beton in Form von Eisenbetonsäulen her. Es ist zweckmäßig, hierbei unter jedem Hauptträger eine Säule anzuordnen und die Säulen am Fuß durch einen gemeinsamen Sockel und ein durchgehendes Fundament zu verbinden.

Kontinuierliche Träger mit drei Öffnungen eignen sich gut zur Überbrückung von Bahneinschnitten (Abbildung 284), wobei an Widerlagermauerwerk bedeutend gespart wird.

Wir geben in Abbildung 285 die Gesamtanordnung und die Einzelheiten des Querschnitts durch die Fahrbahn von einer ähnlich aus-

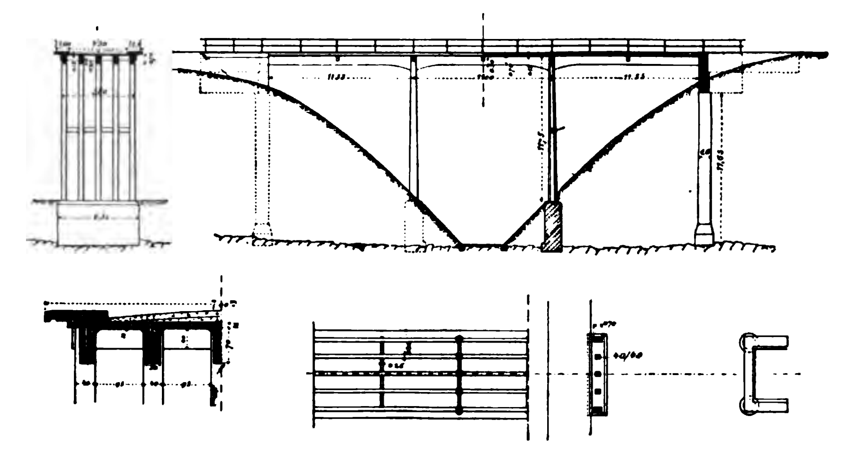


Abb. 285. **Brücke über einen Tobel bei Bad Tölz.**

gebildeten Brücke über einen Tobel bei Bad Tölz. Hier sind die Widerlager durch das lockere Gerölle hindurch auf dem festen Fels mittels



Abb. 286. **Tobelbrücke in Eisenbeton bei Bad Tölz.**

Röhrenpfeiler aus armierten Betonröhren gegründet. Die Armierung der kontinuierlichen Brückenträger ist ganz ähnlich ausgebildet wie bei den Trägern im Hochbau. Abbildung 286 zeigt die Ansicht dieser Brücke.

Bei größerer Länge der geraden Balkenbrücken sind etwa nach jeder vierten Öffnung Dilatationsfugen anzuordnen, wobei man den betreffenden Eisenbetonpfeiler der Quere nach halbiert, oder zwei Pfeiler näher aneinander rückt und über diese die Trägerenden konsolartig auskragen läßt. Überhaupt können die Kragträger bei den Eisenbetonbrücken oft zweckmäßig angewendet werden. Neuerdings ist man bemüht, an den Auflagern der Eisenbetonbalken bei Brücken konstruktive Anordnungen zu treffen, welche den Auflagerdruck genau festlegen. Bei kleineren Brücken erscheinen die Gleitlager und Tangentialkipplager zweckmäßig, Rollenlager sind höchstens in Ausnahmsfällen



Abb. 287. Überdeckung des Ill-Hochwasserkanals Mülhausen i. E.

am Platze. Die Praxis hat zwar die unbedingte Notwendigkeit dieser für Eisenkonstruktionen passenden Auflagervorrichtungen für den armierten Beton noch nicht ergeben, denn es handelt sich hier um viel kleinere Bewegungen, die bei Auflagerung der Träger auf Säulen infolge der Elastizität der letzteren leicht möglich sind. Nötigenfalls können die so entstehenden Nebenspannungen rechnerisch verfolgt werden. Bei Trägern mit nur einer Öffnung sind schädliche Folgen der festen Auflagerung wohl deshalb noch nicht beobachtet worden, weil der Balken nach dem Ausschalen sich an der Unterseite infolge der auftretenden Zugspannungen verlängert und deshalb gegen die Widerlagermauern einen Druck ausübt, der sowohl für Balken als Mauer günstig wirkt. Bei kontinuierlichen Trägern aber, die auf ge-

mauerten Mittelpfeilern aufliegen, erscheint die Anordnung richtig konstruierter Auflager ratsam.

Mit den Plattenbalkenbrücken sind dem Wesen nach identisch Überdeckungen aller Art, namentlich über Bäche und Bahnlinien. Bei den Bachüberdeckungen kommt als günstiges Moment in Betracht, daß häufig bestehende Ufermauern zur Auflagerung der schubfreien Konstruktion benützt werden können; bei der Überdeckung von Bahnlinien besteht der Hauptvorzug des Eisenbetons in seiner Widerstandsfähigkeit gegenüber den Rauchgasen der Lokomotiven.

Eine ausgedehnte Überdeckung in Mülhausen i. Els. über den Ill-Hochwasserkanal zeigt Abbildung 287. Die Arbeiten umfassen die aus der Abbildung ersichtliche Kanaleindeckung von 36 m Breite und 660 m Länge. Die für eine Nutzlast von 500 kg/qm berechneten, in Abständen von 3 m liegenden kontinuierlichen Träger von 11, 14 und 11 m Spannweite sind an den Enden in die Eisenbetonpfeiler der Außenwände elastisch eingespannt und demgemäß berechnet. Dadurch, daß diese Eisenbetonpfeiler, die auch noch den Erddruck aufzunehmen haben, in die Konstruktion mit einbezogen wurden, ergab sich für die Hauptträger die Möglichkeit, mit geringerer Konstruktionshöhe auszukommen. Die als Mittelauflager dienenden 7 m hohen achteckigen Säulen sind auf die früher beschriebenen Eisenbetonpfähle aufgesetzt (Abbildung 264). Zwischen die Säulen sind in der Längsrichtung 5 m hohe Monierwände gespannt, so daß das Hochwasser in drei getrennten Strömen abgeführt wird. Diese Monierwände bewirken einen starken Schutz der Säulen, außerdem noch eine erhebliche Verspannung der Konstruktion in der Längsrichtung.

Quer über die Eindeckung hinweg verlaufen vier Straßenzüge, was infolge der hohen Belastungen durch Straßenbahnen und schwere Fuhrwerke zu besonderen Verstärkungskonstruktionen Veranlassung gab.

Wir erwähnen noch die Überdeckung der Wiener Stadtbahn, die mit Spannweiten bis 12,7 m auf eine Länge von 2 km sich erstreckt und von der Firma *G. A. Wayß & Cie.* in Wien ausgeführt wurde.

b) Mit gewölbter Tragkonstruktion.

Bei den gewölbten Brücken kann der Eisenbeton entweder nur zu dem Gewölbe oder zur Konstruktion des Aufbaus nebst der Fahrbahn oder aber zur Herstellung aller dieser Bauteile verwendet werden.

Die Eiseneinlagen im Gewölbe geben bei kleinen Spannweiten die Möglichkeit, die Druckfestigkeit des Gewölbebetons auszunützen, da anderseits auch Zugspannungen aufgenommen werden können. Bei mittleren Spannweiten, von 40—50 m, ist die Verwendung des armierten Betons als Wölbmaterial seltener und zwar aus dem Grunde, weil hier

bei richtiger Formgebung Zugspannungen infolge der höheren Eigengewichtspressungen nicht auftreten. Dagegen eignet sich der Eisenbeton wieder mehr für die großen Spannweiten. Soll nämlich hier die zulässige Druckbeanspruchung im Gewölbe nicht überschritten werden, so ist es notwendig, das Gewicht des Aufbaus möglichst zu beschränken, was man durch entsprechende Verwendung des Eisenbetons leicht erreichen kann. Dadurch wird dann die Beanspruchung infolge Eigenlast bedeutend reduziert, die kleinsten Randspannungen bei ungünstigster Verkehrslast sinken aber bis auf Null herab oder werden gar zu Zugspannungen, so daß wieder die Notwendigkeit einer Armierung vorliegt.

Hieraus folgt auch, daß, wenn man Zugspannungen bei kleinen und mittleren Weiten vermeiden, also nur Stampfbetongewölbe ausführen will, der Aufbau nicht zu leicht gehalten werden darf. Der leichte Aufbau bei kleinen Spannweiten ist nur berechtigt, wenn er aus architektonischen Gründen angeordnet, oder wenn der Zweck verfolgt wird, die Fundamente möglichst wenig zu belasten.

Ein Beispiel einer armierten Betonbrücke ohne besonderen Aufbau ist in Abbildung 288 dargestellt. Das Gewölbe von 36 m Spannweite und 4,2 m Pfeilhöhe ist im Scheitel 50 cm stark und wurde als eingespannter Bogen berechnet*). Die Eiseneinlage besteht aus je 10 Φ 14 mm in der Nähe des Gewölberückens und der inneren Laibung, in Abständen von etwa 50 auf 50 cm sind beide Eiseneinlagen durch 7 mm starke Drahtbügel miteinander verbunden. An den Kämpfern sitzt das Gewölbe mit erbreitertem Fuß auf dem Widerlagerbeton auf, um die rechnungsmäßig vorausgesetzte Einspannung zu erzielen. Die Gewölbestirn ist mit Hausteinen verkleidet. Der Raum über dem mit Asphaltfilzplatten wasserdicht abgedeckten Gewölbe und der Fahrbahn ist durch eine Kiesschüttung ausgefüllt, auf welcher die aus einer Betonunterlage mit Stampfasphaltbelag bestehende Fahrbahn aufruht. Die Anordnung des Lehrgerüstes und sonstiger Einzelheiten ist aus der Abbildung zu ersehen. Die größte Randspannung beträgt 37,4 kg/qcm Druck und 0,1 kg/qcm Zug, die Eiseneinlage ist also mehr zur Sicherheit angeordnet, im Fall durch Nachgeben der Widerlager die Zugspannungen anwachsen sollten.

Ähnliche Brücken dieser Art sind von der Firma *Wayß & Freytag* in den letzten 20 Jahren in größerer Anzahl ausgeführt worden.

Hinsichtlich der Verwendung des Eisenbetons zur Konstruktion der Fahrbahn und des Aufbaus über dem Gewölbe sind verschiedene Anordnungen möglich:

---

*) Nach dem vom Verfasser in der Schweizerischen Bauzeitung 1906, Nr. 7 u. 8 veröffentlichten Verfahren, auch als Sonderabdruck »Berechnung von eingespannten Gewölben«.

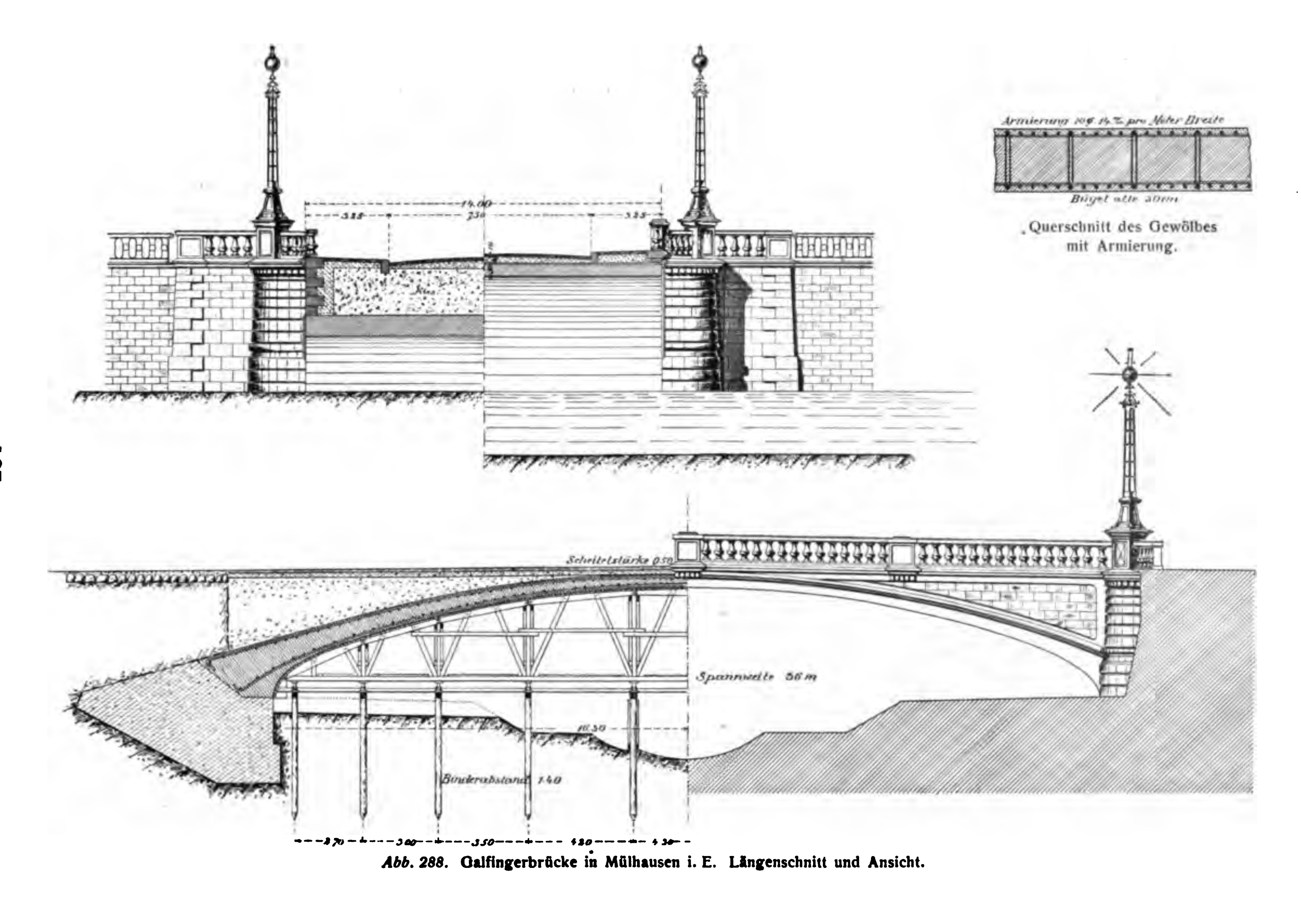


Abb. 288. Galfingerbrücke in Mülhausen i. E. Längenschnitt und Ansicht.

1. Die Eisenbetonplatte, welche die Fahrbahn trägt, findet ihre Unterstützung auf 40—60 cm starken Wänden aus Beton oder Mauer-

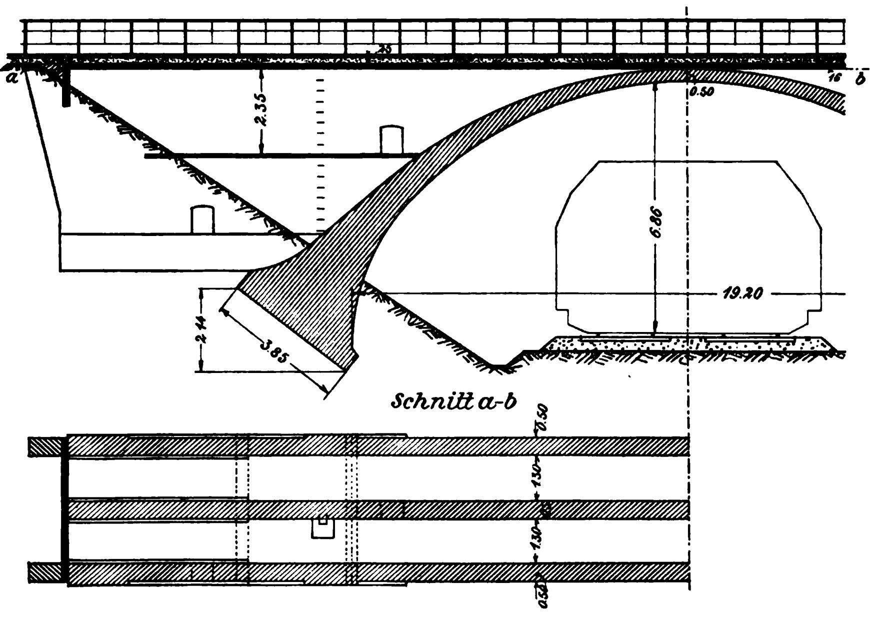


Abb. 289. **Wegüberführung bei Homburg v. d. H. Längen- und Horizontalschnitt.**

werk, die der Länge nach verlaufen und die Last auf das Gewölbe übertragen. Dieses kann als eingespannter oder Dreigelenkbogen aus

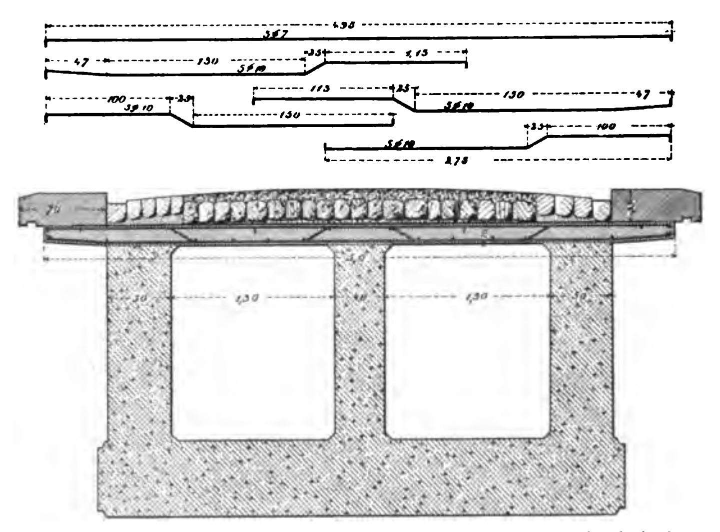


Abb. 290. **Wegüberführung bei Homburg v. d. H. Querschnitt durch Aufbau und Fahrbahn.**

geeigneten Materialien konstruiert sein, ist also ganz unabhängig von der Eisenbetonkonstruktion der Fahrbahn. Die Eisenbetonplatte ent-

spricht also den Spandrilgewölben der gewöhnlichen Anordnung, bietet aber gegenüber diesen den Vorteil, daß sie über die Stirnmauern ziemlich weit ausladen kann und daß kein Horizontalschub auf die Spandrilmauern entsteht. Dadurch wird eine geringere Gewölbebreite erforderlich, welche Ersparnisse an den Widerlagern und Pfeilern zur Folge hat. Bei großer Höhe der Spandrilmauern kann ihre Verspannung durch Zwischendecken aus Eisenbeton notwendig erscheinen. Eine Brücke mit dieser Anordnung des Aufbaues ist in Abbildung 289 dargestellt. Das Gewölbe der betreffenden Brücke besteht aus Stampfbeton ohne Eiseneinlagen. Weil das Terrain hinter den Widerlagern bis zur Fahrbahnhöhe ansteigt, konnten die Längsmauern mit der darauf ruhenden Eisenbetonplatte über die Widerlager hinaus bis in das Terrain verlängert werden, so daß Flügel und Böschungskegel entbehrlich wurden. In ähnlichen Fällen kann so eine Kostenersparnis erzielt werden.

2. Über dem Gewölbe sind senkrecht zu den Stirnen Querwände angeordnet, welche die Eisenbetonkonstruktion der Fahrbahn unterstützen. Die Querwände sind meist in einem solchen Abstand voneinander, daß für die tragende Konstruktion der Fahrbahn eine kontinuierliche Eisenbetonplatte genügt. Die Stirnmauern fallen also ganz weg, auch erfährt das Gewölbe keine Verspannung mehr durch den Aufbau, wie im vorigen Fall, es muß also die Form genau berechnet



Abb. 291. **Fußgängerbrücke über den Werkkanal des Wasserwerks für die Stadt München.**

und ausgeführt werden. Als Vorzug in statischer Hinsicht ist die geringe Belastung der Widerlager und Fundamente zu nennen.

Die Anordnung mit Querwänden ist wegen ihres leichten und hübschen Aussehens sehr beliebt. Die Querwände können aus Mauerwerk oder Beton ohne und mit Eiseneinlagen hergestellt werden. Die letztere Konstruktionsart erlaubt, ihnen geringe Breitenabmessungen zu geben, und wird dann angewendet, wenn auch das Gewölbe aus armiertem Beton besteht.

Wir geben in Abbildung 291 die Ansicht einer Fußgängerbrücke über den Kanal bei der Großhesseloher Eisenbahnbrücke. Das ge-



Abb. 292. **Straßenbrücke in Gunzesried (Allgäu). 32 m Spannweite.**

fällige Aussehen ist ohne jede Verwendung architektonischen Zierats, lediglich durch die Konstruktion erzielt worden; alle sichtbaren Teile bestehen aus Eisenbeton.

Eine Straßenbrücke derselben Konstruktion zeigt Abbildung 292. Die Brücke hat 32 m Spannweite und wurde an Stelle einer baufälligen Holzbrücke errichtet.

In Abbildung 293 und 294 ist eine Fußwegüberführung auf der Linie Metz-Vigy dargestellt. Die Achse des Bogens ist bei dieser Brücke als Parabel angenommen worden, um die für eingespannte parabolische Bögen gültigen Formeln unmittelbar zur Berechnung der Einflußlinien für die Kernpunktsmomente benützen zu können. Während sonst die Achse der eingespannten Bögen zweckmäßig mit der Stützlinie für Eigengewicht zusammenfallend angenommen wird, war im vorliegenden Fall die Annahme der Parabel gestattet, weil das Eigen-

gewicht gering und nicht sehr ungleichmäßig auf die Spannweite verteilt ist. Als bemerkenswert sei noch hervorgehoben, daß hier der Anschluß des Bauwerks an die Böschungen durch einen mit Betonmauern rings umschlossenen Hohlraum bewirkt ist, der durch eine



Abb. 293. **Fußwegüberführung auf der Linie Metz-Vigy. Probebelastung.**

armierte Betonplatte oben abgedeckt ist. Dadurch wird der große Erddruck auf die Flügelmauern vermieden.

3. Die Querwände der vorhergehenden Anordnung werden durch querlaufende Säulenreihen ersetzt, welche die Plattenbalkenkonstruktion

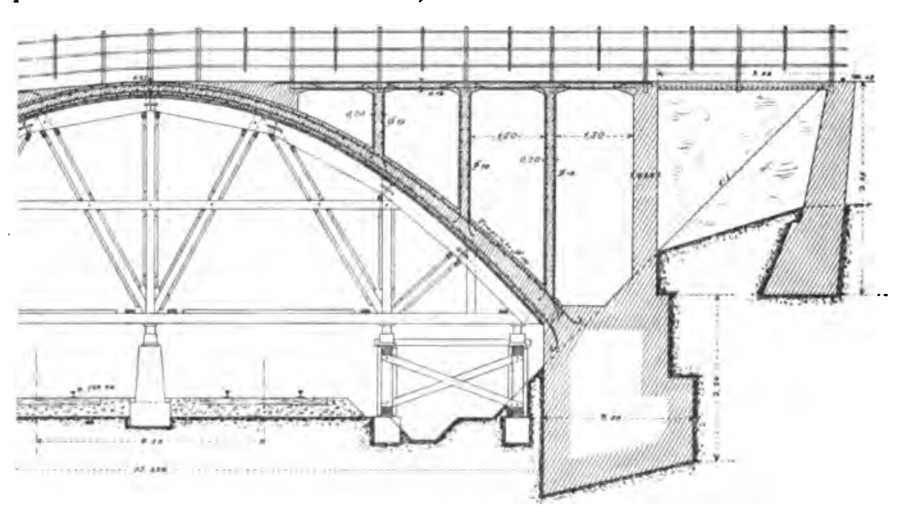


Abb. 294. **Fußwegüberführung auf der Linie Metz-Vigy. Längenschnitt.**

der Fahrbahn tragen. Auf diese Weise wird das Gewicht des Aufbaues über dem Gewölbe auf das geringste Maß beschränkt, die Anordnung eignet sich daher für die größten Spannweiten. Das zur Zeit größte Beispiel dieser Art ist die Isarbrücke bei Grünwald

(Abbildungen 295—304), deren Konstruktion hier kurz beschrieben werden soll*).

Diese das Isartal zwischen Höllriegelsgreuth und Grünwald überspannende Brücke wurde nach dem vom Verfasser ausgearbeiteten Projekt durch die Eisenbetongesellschaft München**) ausgeführt. Die rund 220 m lange Straßenbrücke besitzt zwei gewölbte Hauptöffnungen von je 70 m Spannweite und 12,8 m Pfeilhöhe, die das eigentliche Flußbett der Isar und den Werkkanal des Elektrizitätswerks überspannen. An diese beiden Hauptöffnungen schließen sich auf dem



Abb. 295. **Straßenbrücke über die Isar bei Grünwald.**

rechten Ufer eine und auf dem linken vier Nebenöffnungen von je 8,5 m Lichtweite an, die mit einer geraden Eisenbetonkonstruktion überdeckt sind.

Die beiden Hauptöffnungen sind als Dreigelenkbögen ausgeführt worden. Für die Wahl dieser Konstruktionsart war außer ihren allgemeinen Vorzügen auch der Umstand maßgebend, daß zur Zeit der Einreichung des Projekts keine bestimmten Angaben über die Untergrundsverhältnisse vorhanden waren, so daß eine gewisse Vorsicht geboten war.

---

*) Vergl. den Aufsatz des Verfassers in der Schweizerischen Bauzeitung 1904, XLIV, Nr. 23 und 24, auch als Sonderabdruck erschienen. Die Abbildungen 296 bis 304 sind dieser Veröffentlichung entnommen.

**) Gesellschafter: *Wayß & Freytag A.-G.* in Neustadt a. d. H. und *Heilmann & Littmann* in München.

Die Brücke war zu berechnen für Menschengedränge von 400 kg/qm und Dampfwalzenbelastung von 20 t. Die Form und Stärke des Gewölbes wurde nach dem vom Verfasser im II. Heft 1900 der »Zeitschrift für Architektur und Ingenieurwesen« angegebenen Verfahren so bestimmt, daß sich für jeden Querschnitt jeweils die obere und untere Randspannung gleich der als zulässig erachteten von 35 kg/qcm ergab.

Die Gewölbestärke beträgt im Scheitel 75 cm, im Kämpfer 90 cm und erreicht in Fuge V und VI mit 1,20 m ihren größten Betrag. Zugspannungen treten keine auf, dagegen sinken die Druckspannungen im ungünstigsten Falle auf 2,1 kg/qcm.

Da nun jeder Zentimeter, um welchen die Gewölbeform von der richtigen abweicht, die Randspannungen um rund 1 kg/qcm ändert, so würde man bei einer Abweichung von 4—5 cm in den Querschnitten IV bis VI schon Zugspannungen erhalten. Da solche Abweichungen durch ungenaue Ausführung oder ungleiche Senkung des Lehrgerüstes nicht unbedingt ausgeschlossen erschienen, wurde das Gewölbe mit einer Eisenarmierung versehen, deren Notwendigkeit also rechnerisch nicht begründet ist, und die nur aus praktischen Gründen zur Erhöhung der Sicherheit angeordnet wurde. Diese Eiseneinlagen bestehen aus je neun Rundeisen von 28 mm Durchmesser oben und unten auf die ganze Breite von 8 m. In Abständen von 1 m sind die oberen und unteren Eisen durch 7 mm starke Rundeisenbügel miteinander verbunden.

Die Gelenke aus Gußstahl erhielten die aus den Abbildungen 297 und 298 ersichtlichen Abmessungen; sie sitzen mit gehobelter Fläche und zwischengelegten 4 mm starken Bleiplatten auf armierten Betonquadern auf. Der Druck in der Übertragungsfläche beträgt 100 kg/qcm. Die Gelenke sind für eine zulässige Biegungsspannung von 1100 kg/qcm dimensioniert und beide Hälften berühren sich auf Zylinderflächen von 250 und 200 mm Radius. Für die anschließenden Gelenkquader war zuerst Granit vorgesehen worden, aus Ersparnisrücksichten wurden dann armierte Betonquader gewählt, nachdem an der Versuchsanstalt in München durchgeführte Druckversuche ein günstiges Ergebnis geliefert hatten. Die Gelenkquader sind nur auf einen Teil ihrer Fläche gedrückt; derartig belastete Probekörper werden durch Spaltung mit Rissen in der Kraftrichtung zerstört, es müssen daher Eiseneinlagen, welche senkrecht zur Kraftrichtung und quer zu dem Belastungsstreifen verlaufen, die Bruchfestigkeit wesentlich erhöhen.

Bei der Herstellung der Gelenkquader, die in genauen gußeisernen Formen mit eben gehobelten Flächen erfolgte, wurden die Eiseneinlagen in der ganzen Höhe gleichmäßig verteilt, da bei den Probekörpern die Risse im untern, weniger armierten Teil aufgetreten waren. Die Länge der Quader beträgt 79 cm und entspricht der Länge der Gelenkstücke, so daß auf je einen Quader ein Gelenkstück kommt. An den Kämpfer-

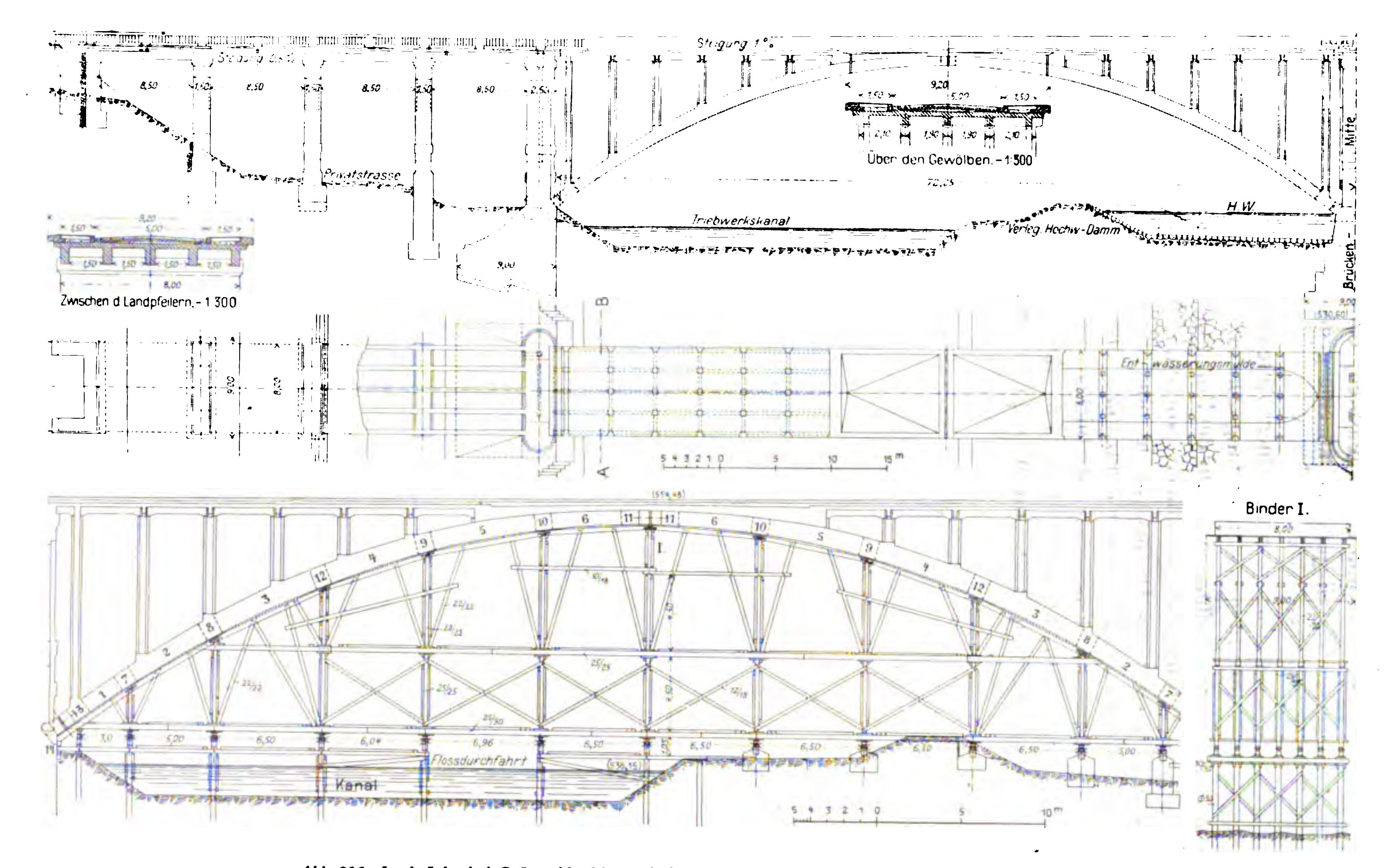


Abb. 296. **Isarbrücke bei Grünwald. Längsschnitt, Grundriß und Lehrgerüst der linken Stromöffnung.**

gelenken war die Anordnung so getroffen, daß beide Quaderreihen auf dem Lehrgerüste auflagen, so daß eine gegenseitige Verschiebung derselben ausgeschlossen war.

Das Gewölbe wurde in einzelnen Abteilungen betoniert, deren Größe und Reihenfolge aus Abbildung 296 zu ersehen ist. Bei der Einteilung dieser Abteilungen ist auf die Konstruktion des Lehrgerüstes in der Weise Rücksicht genommen worden, daß sich die größeren derselben 1—6 in der Hauptsache je über ein ganzes Kranzholz erstreckten und an den Stößen der Kranzhölzer über den Pfosten kleinere Zwischenräume frei ließen, ebenso blieben vor den Gelenkquadern noch kleinere Zwischenräume frei. Für die Reihenfolge der Ausbetonierung der kleinen Abteilungen 7—14 war maßgebend, daß lange

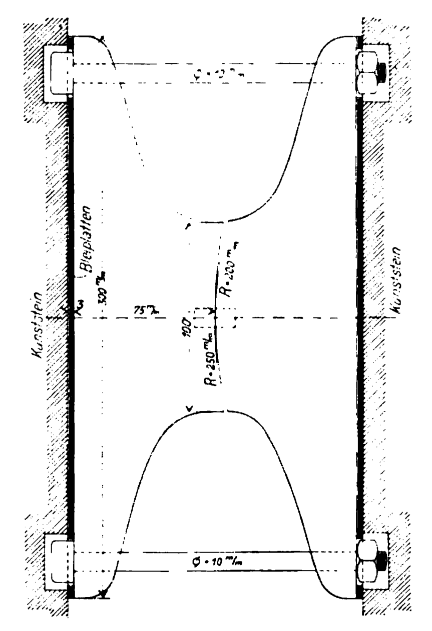


Abb. 297. **Das Kämpfergelenk.**

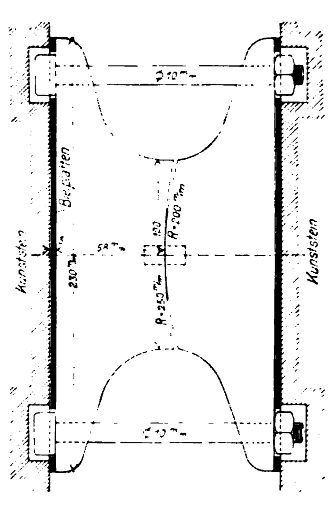


Abb. 298. **Das Scheitelgelenk.**

zusammenhängende Gewölbestücke möglichst spät erhalten wurden, d. h. erst, als nur noch geringe Lasten auf das Lehrgerüst kamen, so daß dessen Deformationen nicht mehr schädlich werden konnten. Die letzten Abteilungen waren diejenigen unmittelbar neben den Gelenkquadern in den Kämpfern. Das Gewölbe wurde im Mischungsverhältnis von 1 Teil Blaubeurer Portlandzement zu 2 Teilen Isarsand und 4 Teilen Isarkies hergestellt.

Das Lehrgerüst bestand in beiden Hauptöffnungen aus je sieben Lehrbögen, deren Konstruktion aus Abbildung 296 ersichtlich ist. Bei dieser Anordnung erfolgt die Abstützung der senkrechten Lasten der Betonabteilungen in möglichst direkter Weise auf die Pfähle, so daß die Kranzhölzer die einzigen auf Biegung beanspruchten Konstruktions-

teile sind. Hierdurch wird die Deformation des Gerüstes auf das geringste Maß beschränkt, sofern durch besondere Vorkehrungen dafür gesorgt ist, daß die Pfosten und Streben nicht in das Holz der Schwellen eindringen, d. h. daß das Holz der Schwellen senkrecht zur Faser nicht überansprucht wird. Als zulässige Beanspruchung des Holzes senkrecht zur Faser wurden 13—15 kg/qcm angenommen und zur Verteilung des

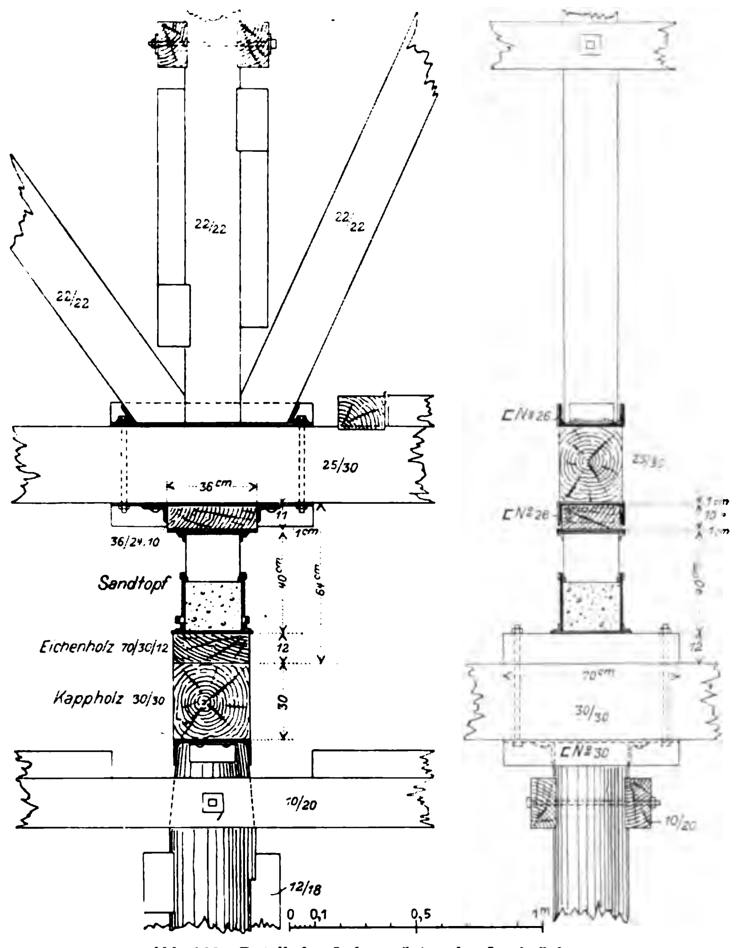


Abb. 299. **Detail des Lehrgerüstes der Isarbrücke.**

Drucks der Pfosten und Pfähle auf die Schwellen und Holme des Lehrgerüsts ⊔-Eisenstücke zur Hilfe genommen (Abbildung 299).

Es wurden überall Sandtöpfe angewendet, mit Ausnahme der Unterstützung in der ersten Reihe bei den Kämpfern, die mit eichenen Keilen geschah. Von der Verwendung von Senkschrauben wurde mit Rücksicht auf die Kosten abgesehen; auch bieten die Sandtöpfe den Vorzug einer stabileren Auflagerung des Lehrgerüstes und gestatten bei genügender Vorsicht und Erfahrung ein ebenso sicheres Ausschalen wie mittels Senkschrauben.

Alle Fundamente der Widerlager und Pfeiler wurden unter Wasserhaltung bis auf den tragfähigen Flinz, eine Art Mergel, der bis zu 5 kg/qcm belastet werden kann, hinuntergeführt. Die hochgehenden Pfeiler der Nebenöffnungen und die Aufbauten der Hauptpfeiler erhielten ebenfalls Aussparungen, die eine Armierung der oberen Abschlußbogen dieser Pfeiler bedingten, damit die zur Aufnahme der Auflagerdrücke der Fahrbahnträger genügende Tragfähigkeit erreicht wurde.

Die Brückenfahrbahn besitzt eine Breite von 8,0 m zwischen den Geländern, wovon 5,0 m auf die Fahrbahn und je 1,5 m auf die beidseitigen Gehwege entfallen; sie fällt vom Mittelpfeiler nach beiden



Abb. 300. **Straßenbrücke über die Isar bei Grünwald. Ansicht des linken Pfeilers.**

Brückenenden mit 1 % und wird durch die Pfeiler über den Widerlagern der beiden Hauptöffnungen hindurch entwässert. Die Fahrbahn wird getragen durch eine Eisenbetonkonstruktion, bestehend aus einer 8,60 m breiten und 20 cm starken armierten Betonplatte, die ihre Last auf fünf Längsträger von 25 auf 40 cm Querschnitt überträgt, welche ihrerseits alle 4,0 m durch Eisenbetonsäulen auf das Gewölbe abgestützt sind. Die Platte und die Träger sind als kontinuierliche Balken berechnet, indem die ungünstige Annahme gemacht ist, daß die Platte über den Trägern und diese auf den Säulen frei drehbar aufgelagert seien. Für die Berechnung der Fahrbahnkonstruktion war natürlich der Raddruck der Dampfwalze maßgebend. Die Eiseneinlagen von Platte und Träger sind in den Abbildungen 303 und 304 dargestellt. Über den Säulen sind die Trägerquerschnitte durch vouten-

artige Anschlüsse vergrößert, damit die Druckspannungen an der Unterkante infolge der großen negativen Stützenmomente das zulässige Maß nicht überschreiten; auch vermindern die Vouten die Schubspannungen.

Die Säulen haben einen Querschnitt von 40/40 cm mit Ausnahme derjenigen in den Ansichtsflächen über den Brückenstirnen, die mit Rücksicht auf das bessere Aussehen einen T-förmigen Querschnitt erhielten, so daß sie in der Ansicht mit einer Breite von 70 cm erscheinen. Die Eiseneinlagen der längsten Säulen werden durch acht Rundeisen von 24 mm gebildet, die nächsten Reihen enthalten acht Rundeisen von 22 mm, vier Rundeisen von 24 mm und vier Rund-

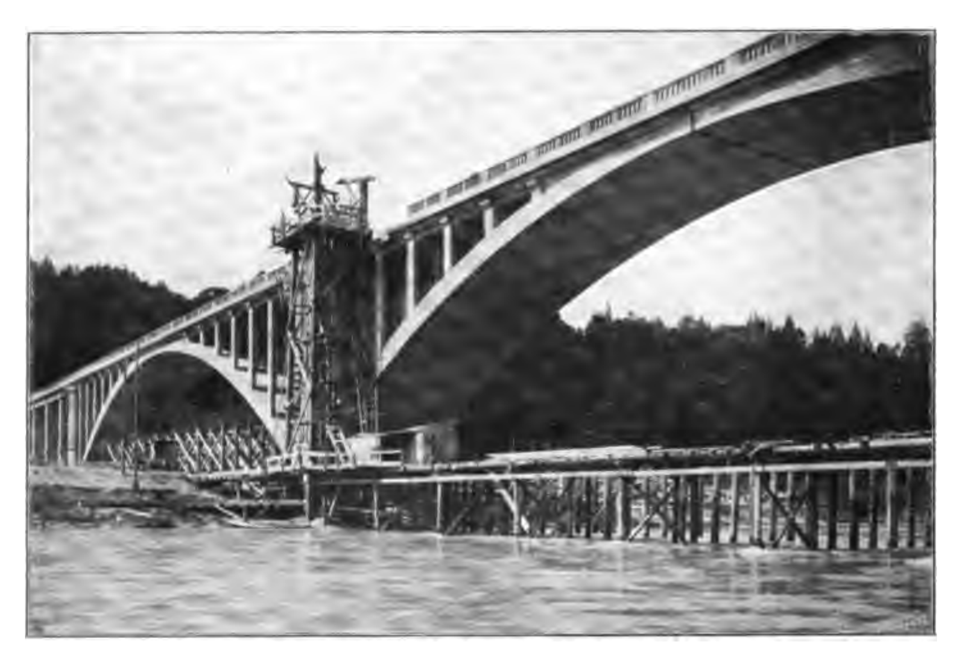


Abb. 301. Blick unter das Gewölbe der rechtsseitigen Flußöffnung.

eisen von 22 mm, die Säulen in den Ansichtsflächen sind mit acht Rundeisen zu 20 mm, bezw. acht Rundeisen zu 18 mm armiert; der Abstand der 7 mm starken Rundeisenbügel beträgt bei allen Säulen 35 cm. Die Säuleneisen greifen etwa 40—50 cm in den Gewölbebeton ein und das Gewölbe ist unter jeder Säulenreihe noch in der Querrichtung durch vier Rundeisen von 16 mm unten und zwei Rundeisen von 16 mm oben armiert, wodurch die konzentrierten Lasten der Säulen besser auf die ganze Gewölbebreite übertragen werden. Die letzte Unterstützung über den Kämpfern ist als eine armierte Betonwand mit Durchbrechungen ausgebildet, um der Fahrbahntafel die erforderliche seitliche Stabilität zu sichern. Über den Gelenkfugen im Scheitel und Kämpfer sind in der Fahrbahnkonstruktion Dilatationsfugen angeordnet, die in üblicher Weise mit Blechen überdeckt sind.

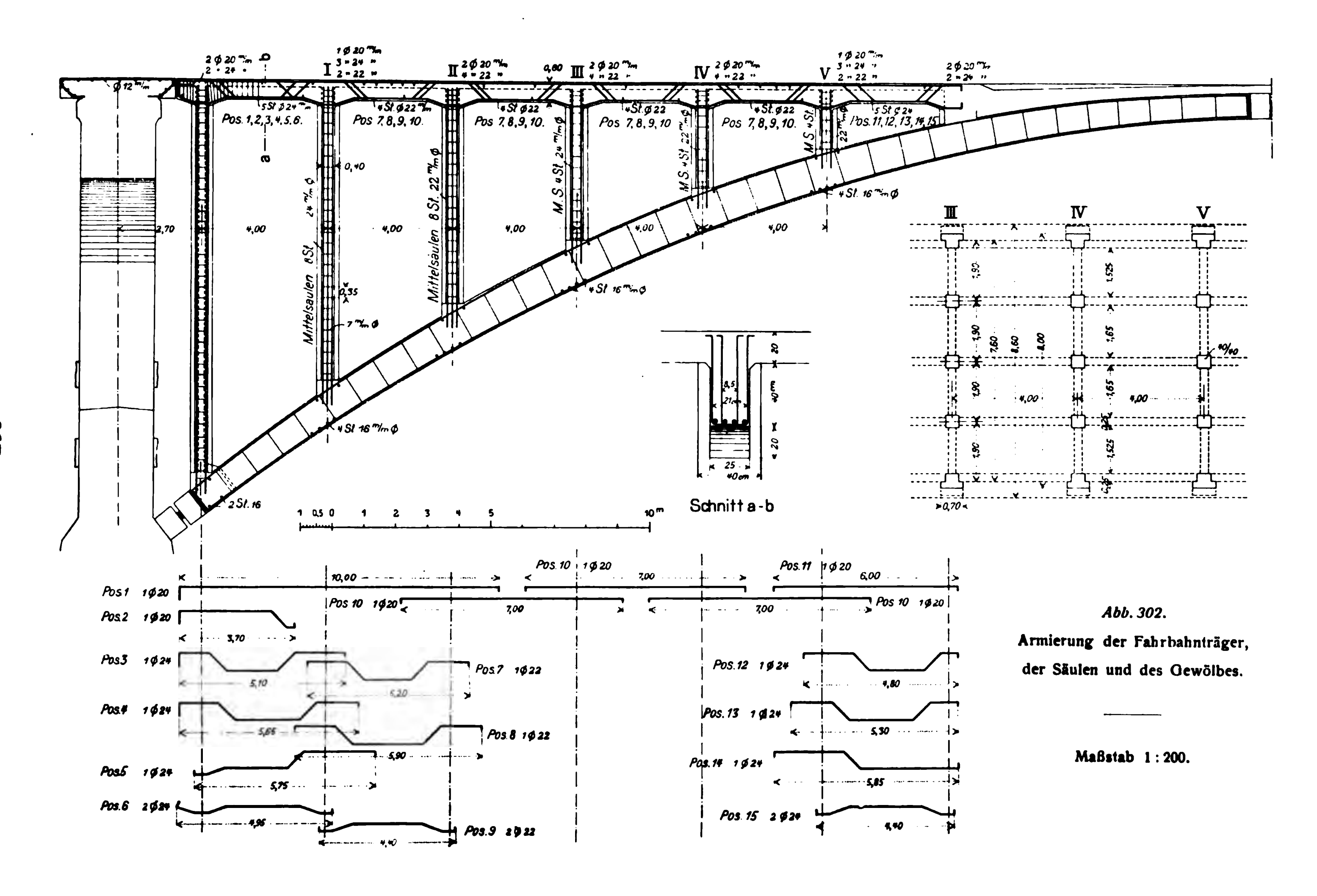


Abb. 302.
Armierung der Fahrbahnträger, der Säulen und des Gewölbes.

Maßstab 1 : 200.

Die Eisenbetonkonstruktion über den 8,5 m weiten Nebenöffnungen besteht aus Deckenplatte und Hauptträgern; da die Hauptträger dieselben Abstände besitzen, wie über den Mittelöffnungen, ist die Platte

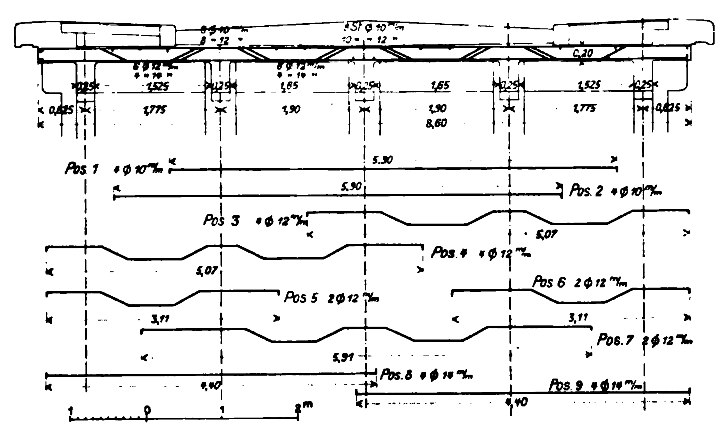


Abb. 303. **Armierung der Fahrbahnplatte.**

genau so ausgebildet wie dort. Die Träger sind als einfache, frei aufliegende Balken berechnet und konstruiert, mit Rücksicht auf die einfachere Anordnung der Armierung, die aus fünf Rundeisen von

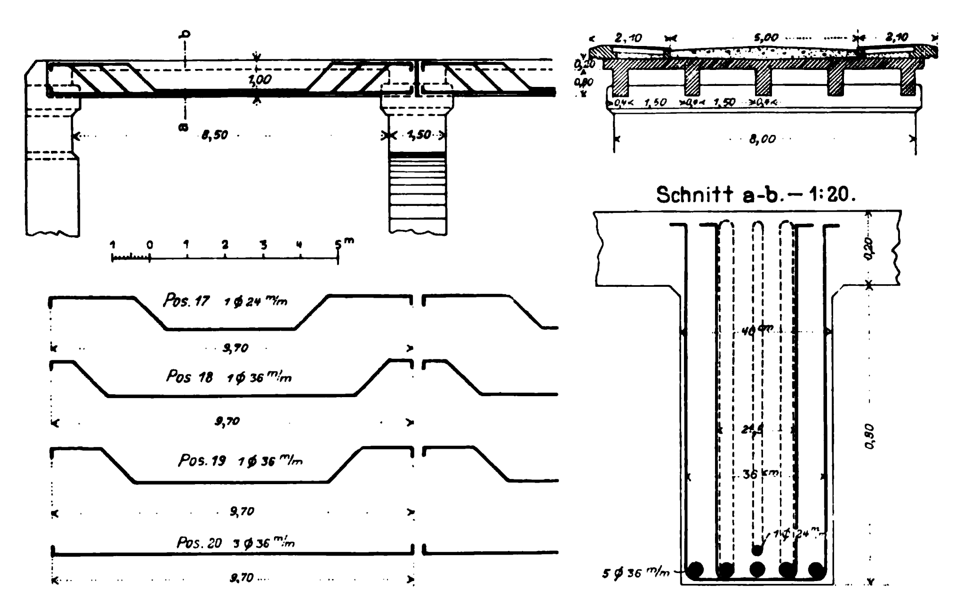


Abb. 304. **Fahrbahnkonstruktion zwischen den Landpfeilern am linken Ufer.**

36 mm und einem Rundeisen von 24 mm Durchmesser besteht (Abbildung 304).

Die Architektur der Brücke ist vollständig durch die Konstruktion gegeben; mit Ausnahme der Mittelpfeiler ist auf jede weitere Aus-

schmückung verzichtet; alle Betonflächen sind ohne Bearbeitung geblieben, nur einzelne vorstehende Gräte, welche durch die Fugen zwischen den Schaldielen entstanden waren, wurden abgearbeitet. Auch das Geländer ist in Beton mit Durchbrechungen, ohne nachträgliche Bearbeitung, an Ort und Stelle hergestellt. Die wasserdichte Abdeckung der die Fahrbahn tragenden Eisenbetonplatte besteht aus Asphaltfilzplatten, diejenige des Gewölberückens aus einem wasserdichten Zementglattstrich.

Beim Ablassen des Lehrgerüstes hatte der Gewölbebeton ein Alter von rund 3 Monaten und die ganze ständige Belastung einschließlich Chaussierung war aufgebracht, so daß der Kämpferdruck genau die aus der Rechnung sich ergebende Richtung annehmen mußte.

Das Ablassen des Lehrgerüstes erfolgte in der Weise, daß zunächst in den beiden Mitteljochen unter den Scheiteln auf ein gegebenes Signal die Verschlüsse der Sandtöpfe geöffnet und aus jedem $^1/_4$ l Sand herausgelassen wurde. Nachdem die Öffnungen wieder geschlossen waren, wurde gleichzeitig mit Hölzern ein paarmal gegen die Sandtöpfe geklopft, wodurch erst die Senkung von einigen Millimetern eintrat. Dasselbe wurde gleichzeitig bei den vier zunächst den Scheiteln gelegenen Reihen wiederholt, und so fort bis zur drittletzten, worauf das Verfahren vom Scheitel ausgehend erneuert und bis zur letzten Reihe ausgedehnt wurde. Im ganzen sind also 28 Mann mit dem nötigen Aufsichtspersonal erforderlich gewesen, von denen jeder mit Schraubenschlüssel, Hacken, Meßgefäß und Klopfholz ausgerüstet war. Da das Lehrgerüst sich in elastischer Spannung befand, so wurden anfänglich nur ganz geringe Senkungen des Gewölbes beobachtet. Sobald die Senkung sich nicht mehr vermehrte, wurden auch die Eichenkeile an den Kämpfern gelöst.

Dem Lehrgerüste war beim Abbinden eine Überhöhung von 10 cm im Scheitel gegeben worden, bis zum Gewölbeschluß betrug die Senkung nur 17 mm, vom Gewölbeschluß bis zum Ausschalen war eine meßbare Senkung nicht zu konstatieren. Die beim Ausschalen beobachtete Senkung betrug in der rechtsseitigen Öffnung 6,5 mm, in der linksseitigen 10 mm. Vor und nach dem Ausschalen wurden die Stärken der Gelenkfugen zwischen den Quadern gemessen, es konnten aber nur Zusammendrückungen von höchstens $^1/_{10}$ mm beobachtet werden. Verschiebungen der Widerlager konnten mit den zur Verfügung stehenden Instrumenten nicht mit Sicherheit nachgewiesen werden.

Die durchgeführte Berechnung der Scheitelsenkung ergab eine befriedigende Übereinstimmung mit den gemessenen Größen, gab aber auch Aufschluß darüber, daß schon geringe Abweichungen von der planmäßigen Form die Einsenkung wesentlich beeinflussen*).

---

*) Vergl. Sonderabdruck der »Schweizerischen Bauzeitung« 1904.

Die Gelenkfugen der Gewölbe sind noch mit Zementmörtel ausgegossen worden, um die Stahlgelenke vor Rost zu schützen. Durch eine in die Mitte der Fuge einbetonierte Schichte Asphaltfilz soll die Beweglichkeit der Gelenke gewahrt bleiben.

Da die eigentlichen Brückenbaukosten nur etwa 260000 M. betragen, so ist mit der Grünwalder Isarbrücke der Beweis geliefert, daß die gewölbten Brücken bei entsprechender Verwendung von armiertem



Abb. 305. Nagoldbrücke bei Calw (Württemberg).

Beton auch bei großen Spannweiten erfolgreich mit den Eisenkonstruktionen in Wettbewerb treten können.

In Abbildung 305 ist noch eine kleinere Brücke mit eingespanntem Eisenbetongewölbe und ähnlichem Aufbau dargestellt. Die Lichtweite beträgt nur 23 m, die Gewölbestärke im Scheitel 35 cm und im Kämpfer 60 cm.

Neben der gewöhnlichen Rundeisenarmierung ist für Brückengewölbe noch von Bedeutung die Armierung mit Gitterbögen nach dem System *Melan.* Wir geben im folgenden die Beschreibung der Wegüberführung über die Moselbahn bei Wasserliesch, bei welcher durch die Verwendung der Eiseneinlagen in Form von Gitterträgern eine geringe Konstruktionshöhe ermöglicht wurde.

Bei dieser Brücke, welche einen Niveauübergang ersetzen sollte, reichte der zwischen dem Lichtraumprofil und der Gewölbeleibung vorhandene Raum nicht hin, um ein Lehrgerüst gewöhnlicher Art unterbringen zu können; auch ein eisernes, als Bogen die Schalung tragendes Gerüst hätte im günstigsten Falle den ganzen Spielraum in Anspruch genommen, was gewöhnlich nicht gestattet wird. Diese

eisernen Lehrgerüste sind auch nur dann mit Vorteil anzuwenden, wenn sie bei mehreren gleichen Bauwerken wiederholt gebraucht werden können.

Da das Gewölbe in Moniersystem ausgeführt werden sollte, so lag es in diesem Falle nahe, die Eiseneinlage im Gewölbe so auszubilden, daß sie eine tragfähige Bogenkonstruktion bildete, an welche die Verschalung angehängt werden konnte, in der Weise, daß der Raum unter dem Gewölbe von allen Gerüsten vollständig frei blieb.

In Abbildung 306 sind diese eisernen Bogenträger eingehend dargestellt. Es sind deren sechs Stück in einem gegenseitigen Abstand von 0,90 m angeordnet und durch einen leichten Horizontalverband gegen seitliches Ausknicken gesichert. In der Höhe des oberen und unteren Randes ist je noch ein Geflecht von 7 mm starken Längs- und Querdrähten eingelegt, um den Beton besser zusammen zu halten.

Die 3,5 cm starken Schaldielen finden ihre Unterstützung auf Winkeleisen $\frac{50 \,.\, 50}{7}$, die nach der Leibungsform gebogen, in Abständen von 80—100 cm an den darüber verlaufenden Bogenträgern durch 15 mm starke Schrauben aufgehängt sind. Beim Ausschalen der Gewölbe wurden die Schrauben aus ihren einbetonierten Muttern herausgedreht und die so entstandenen Hohlräume nach Wegnahme der Schalung mit Zementmörtel ausgestopft.

Die eisernen Bogenträger mit festaufsitzenden Enden bestehen je aus vier Winkeleisen $\frac{50 \,.\, 50}{7}$, die in Entfernungen von 50 cm durch Bleche miteinander verbunden sind; an den Enden konnte die richtige Auflagerung durch je zwei Keilpaare reguliert werden. Die Berechnung der Bogenträger erfolgte unter der Annahme halbseitiger Fertigstellung des Gewölbes, obgleich dieser ungünstige Belastungsfall bei der Ausführung vermieden wurde, indem man mit dem Betonieren des Gewölbes an beiden Kämpfern und im Scheitel gleichzeitig begann.

Bei der vorliegenden Konstruktion wird der Beton durch die Eiseneinlage weit mehr entlastet, als dies bei gewöhnlichen eisenarmierten Betongewölben der Fall ist, denn die Eigenlast des Gewölbes wird ausschließlich von den eisernen Bögen getragen und erst das Gewicht des weiteren Aufbaues und die Verkehrslast werden vom Eisen und Beton gemeinschaftlich nach Maßgabe der elastischen Deformationen aufgenommen.

Ein großer Vorzug der beschriebenen Konstruktion ist der, daß das Ausschalen schon nach kurzer Zeit und ohne besondere Vorsicht, etwa nach 8 Tagen, erfolgen kann, wenn der Beton so weit erhärtet ist, daß er sich mit genügender Sicherheit zwischen den eisernen Bögen frei tragen kann. Bei den gewöhnlichen Eisenbeton-

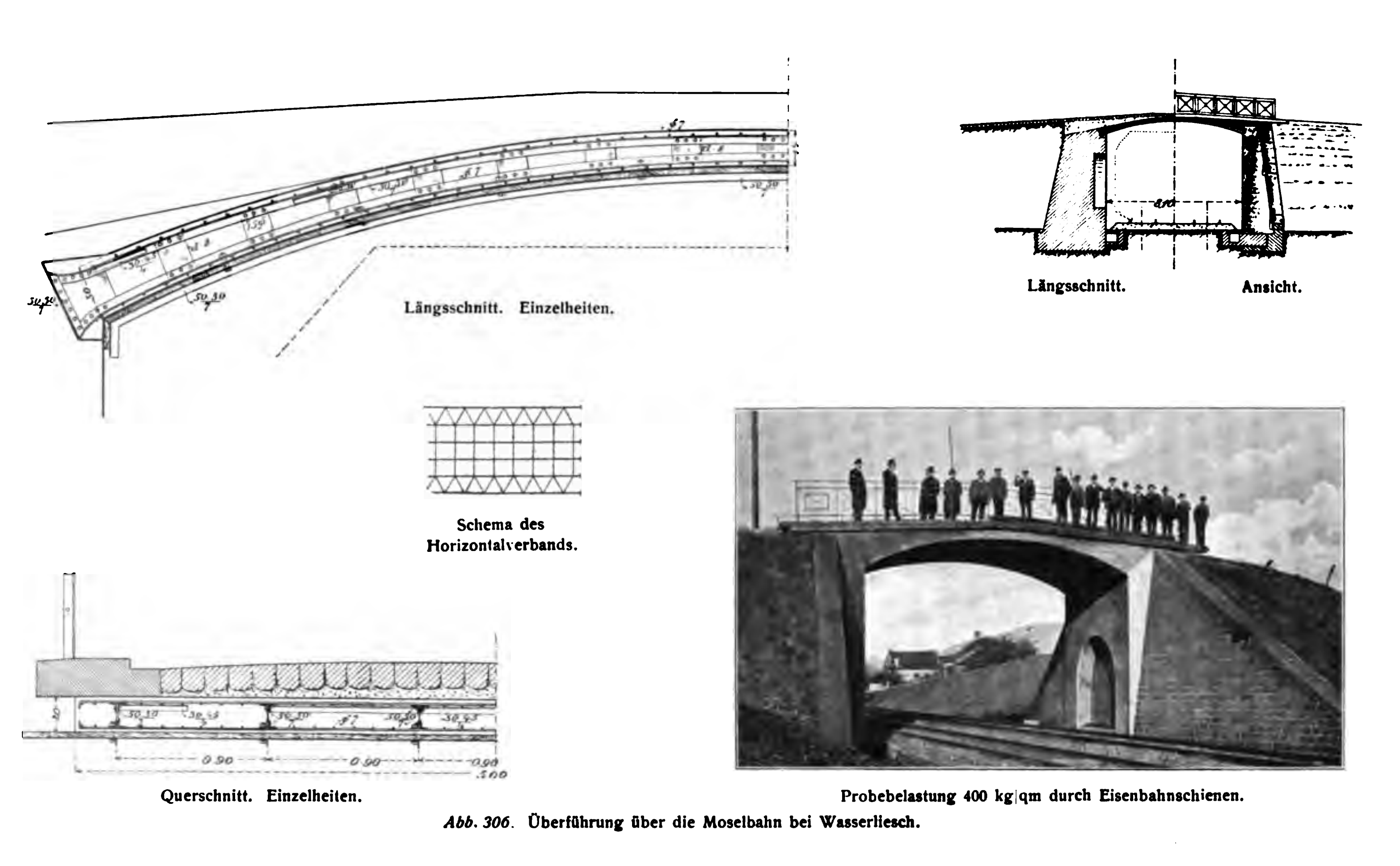


Abb. 306. Überführung über die Moselbahn bei Wasserliesch.

gewölben kann das Lehrgerüst erst nach etwa 4 Wochen weggenommen werden.

Eine Brücke nach System *Melan* mit drei Gelenken ist in der Zeitschrift »Beton und Eisen«, Heft III, 1903 mit allen Einzelheiten beschrieben. Bei sehr großer Spannweite geben die einzubetonierenden eisernen Gitterbögen eine Gewähr für die Einhaltung der richtigen Form des Gewölbes, die von großer Wichtigkeit ist und mit hölzernen Lehrgerüsten allein nur bei peinlicher Sorgfalt erreicht werden kann. Die eisernen Gitterbögen bilden immer ganz oder teilweise zugleich das Lehrgerüst; wenn also noch ein hölzernes Lehrgerüst angewendet wird, so kann es viel schwächer gehalten werden, als sonst notwendig wäre. Eine bemerkenswerte Anwendung des Melansystems wurde auch bei der Brücke Chauderon-Montbenon in Lausanne gemacht, wo die unterstützenden Lehrgerüste sehr hoch ausgefallen wären.

Neuere Bogenarten aus Eisenbeton.

Im vorhergehenden war immer vorausgesetzt, daß die tragende Konstruktion aus einem Gewölbe rechteckigen Querschnitts bestehe. Die zweckentsprechende Verwendung des Eisenbetons hat neuerdings zu anderen Ausbildungen der bogenförmigen Tragkonstruktion geführt. Wir nennen:

a) Armierte Bogen von rechteckigem Querschnitt, an welche die Fahrbahn durch Hängesäulen aufgehängt ist. Dabei kann die Fahrbahn zugleich als Zugband wirken, oder der Horizontalschub wird von den Widerlagern aufgenommen (Deutsche Bauzeitung, Zementbeilage Nr. 17 und 21, 1905). Das größte Beispiel dieser Art ist die Eisenbahnbrücke über die Rhone bei Chippis von 60 m Spannweite, wo die Fahrbahn in der Mitte der Öffnung eine Dilatationsfuge erhielt. Vergl. Schweizerische Bauzeitung, 1907.

b) Nach einer von Ingenieur *Maillart,* Zürich, schon mehrmals in der Schweiz angewendeten Konstruktionsart kann man bei gewölbten Eisenbetonbrücken aus dem Gewölbe, den Stirnmauern und der Fahrbahntafel, die alle aus Eisenbeton bestehen, einen vom Kämpfer nach dem Scheitel hin an Höhe abnehmenden kastenförmigen Querschnitt bilden. Da der Zusammenhang der einzelnen Teile dieses Querschnitts vollkommen ist, so kann er in seiner ganzen Ausdehnung für die Spannungsverteilung in Betracht gezogen werden. Die Konstruktion scheint nur für Dreigelenkbögen zweckmäßig zu sein. Näheres siehe Schweizerische Bauzeitung vom 1. Oktober 1904.

c) Das Gewölbe kann auch in eine Anzahl Rippen von rechteckigem Querschnitt nebeneinander aufgelöst werden, wobei der spiralarmierte Beton zur Verstärkung gute Dienste leistet. Die Fahrbahn

wird dann durch Säulen auf die Bogenrippen abgestützt. Gegen seitliches Ausknicken sind sie durch Traversen oder eine durchgehende Platte zu schützen. Führt man dabei die letztere so, daß sie im Scheitel mit der Oberkante der Rippen bündig ist und sich gegen die Kämpfer hin der Unterkante der Rippen anschließt, so gibt diese Anordnung günstige Spannungen infolge der Deformation durch die Normalkräfte und bei Temperaturabnahme.

d) Der spiralarmierte Beton eignet sich ebenfalls zu Brücken und zwar zu den Gewölben, die dann in einzelne Bögen von achtseitigem oder quadratischem Querschnitt aufgelöst werden oder auch zu fachwerkartigen Hauptträgern, die als Balken- oder Bogenträger wirken. Der umschnürte Beton ist aber noch zu wenig bekannt, so daß es bis jetzt meist bei Vorschlägen oder Versuchsobjekten geblieben ist. Vergl. hierüber *A. Considère, Essai à outrance du Pont d'Ivry.* »*Annales des ponts et chaussées*« 3. 1903 und »Beton und Eisen«, Heft I, 1904.

Flüssigkeitsbehälter.

Das Moniersystem mit seinem engmaschigen Drahtgeflecht war sehr geeignet zur Herstellung von Flüssigkeitsbehältern aller Art. Nachdem eine brauchbare Rechnungsmethode für die Platten gefunden war, ließen sich die Wandstärken und Eiseneinlagen mit Sicherheit feststellen. Wir finden daher schon früh eine ausgedehnte Anwendung des Eisenbetons in der Herstellung der verschiedensten Flüssigkeitsbehälter für industrielle Zwecke. Infolge der günstigen Erfahrungen, die mit diesen Anlagen gemacht wurden, findet der armierte Beton auch heute noch auf dem genannten Gebiet eine zunehmende Verbreitung.

In dem Katalog der Firma *Wayß & Freytag* vom Jahr 1895 finden sich die verschiedenen Fälle der Anwendung angeführt und durch Zeichnungen erläutert. Wir nennen: für Papierfabriken Bleichholländer, Abtropfkasten, Chlorbehälter, Säurebehälter, Rührbütten, Klärbassins; für Brauereien Gerstenweichen, Darrgewölbe, Eiskelleranlagen; für Gerbereien Lohgruben etc.; für Zellstofffabriken ähnliche Anlagen wie bei den Papierfabriken u. s. w.

Sind die Behälter rund, so hat die horizontale Ringarmierung die Ringspannungen aufzunehmen, die vertikalen Eisen sind dann nur als Querstäbe zu betrachten. Lange Wände rechteckiger Behälter sind am Boden einzuspannen, der immer als Monierschichte in Zusammenhang mit den Wänden ausgeführt wird; alsdann liegt das Hauptgewicht in der vertikalen Armierung. Die Wasserdichtheit wird durch einen wasserdichten Zementverputz im Innern erreicht.

Die Holländer werden gegen den schädlichen Einfluß der Säure

durch Auskleiden mit Porzellanplatten geschützt. Die Ausführung der Bleichholländer in Ziegelmauerwerk oder Stampfbeton hat sich nicht bewährt, da die Durchwärmung der verhältnismäßig dicken Wände zu langsam vor sich geht, die Wände nach dem Einlassen des heißen Papierstoffes innen warm und außen kalt sind und daher überall rissig werden. Holländer aus Eisenbeton weisen diese Nachteile nicht auf, weil bei der dünneren Wandung ein rascherer Ausgleich der Temperatur stattfindet und außerdem noch die Eiseneinlage die auftretenden Spannungen aufnimmt.

Es würde zu weit führen, hier auf Einzelheiten dieser den speziellen Bedürfnissen einzelner Industriezweige angepaßten Konstruktionen einzugehen.

Die größeren zur Wasserversorgung dienenden Reservoire können aus armiertem Beton in verschiedener Weise hergestellt werden. Entweder sind die Wände aus Stampfbeton oder Mauerwerk

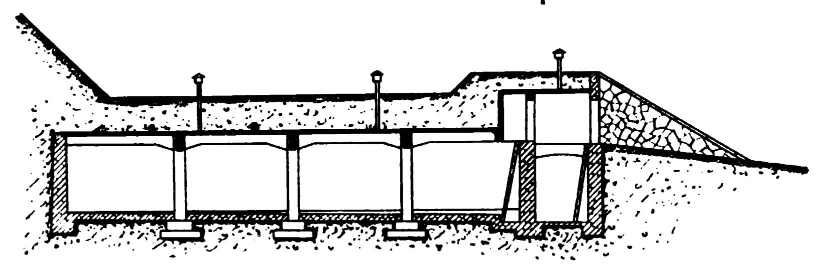


Abb. 307. Wasserreservoir mit Eisenbetonüberdeckung.

und der Eisenbeton wird nur zur Überdeckung und zu den Mittelstützen angewendet, oder aber es sind Boden, Wände und Decke ganz aus armiertem Beton hergestellt.

Ein Beispiel der ersteren Art, wie es mehrfach ausgeführt wurde, ist in Abbildung 307 dargestellt. Die Überdeckung in Eisenbeton bietet wirtschaftliche Vorteile gegenüber der gewöhnlichen gewölbten Konstruktion nur, wenn die Preise für Kies sowie die Beifuhrkosten hoch sind.

Ganz aus Eisenbeton zu erstellende Behälter bis 300 cbm Inhalt erhalten zweckmäßig die Form einer Halbkugel oder eines Zylinders mit flacher kuppelförmiger Abdeckung. Abbildung 308 zeigt den Schnitt durch ein halbkugelförmiges Reservoir, wie es für kleinere Wasserversorgungsanlagen häufig ausgeführt wurde. Mit der für Kuppeln gebräuchlichen graphischen Berechnungsmethode lassen sich für die verschiedenen Belastungszustände alle Spannungen in der Richtung

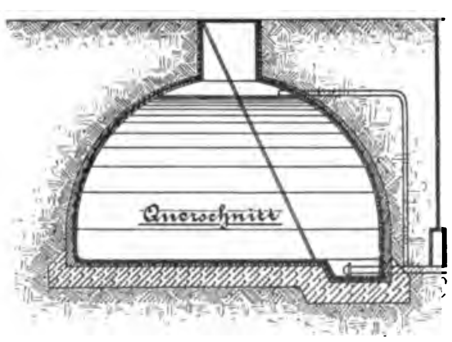


Abb. 308. Wasserreservoir in Halbkugelform.

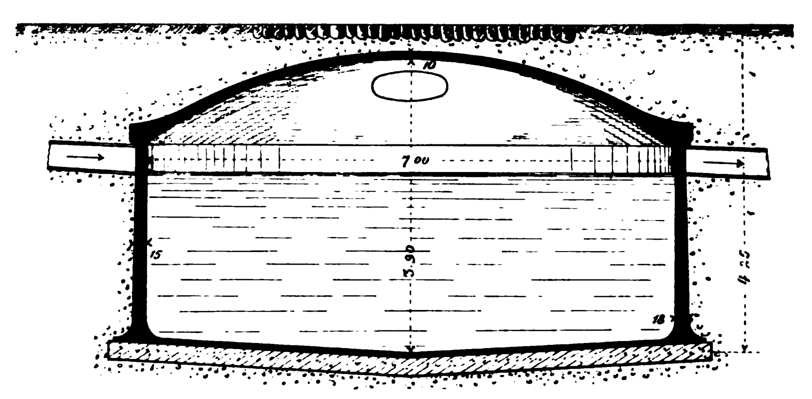


Abb. 309. **Zylindrisches Wasserreservoir mit kuppelförmiger Abdeckung.**

der Meridiane und der Parallelkreise ermitteln und die Eiseneinlagen entsprechend festsetzen.

Zylindrische Behälter mit flacher Kuppelabdeckung erfordern einen starken Zugring zur Aufnahme des Horizontalschubs der Kuppel am Übergang von dieser zum Zylinder. Abbildung 310 zeigt diesen aus Rundeisen und einem geschlossenen I-Eisen bestehenden Ring für einen Wasserbehälter von 7,0 m Durchmesser, seine Abdeckung war für schwerste Fuhrwerksbelastung zu konstruieren.



Abb. 310. Zylindrisches Wasserreservoir. Zugring der kuppelförmigen Abdeckung am Übergang zum Zylinder.

Die ganz aus Eisenbeton konstruierten Wasserbehälter von großem Fassungsraum mit ausgedehntem rechteckigem Grundriß sind nicht immer billiger als gut durchgebildete Reservoire aus Stampfbeton, sie erlauben aber unter Umständen eine bessere Ausnützung des zur Verfügung stehenden Grundstücks und sind bei teuren Kies- und Sandmaterialien zu empfehlen. In Abbildung 311 ist ein derartiges Reservoir von 4000 cbm Inhalt für Brüssel dargestellt. Die Seitenwände genügten bei 2 m Wasserstand als 12 cm starke armierte Betonwände, welche zwischen Boden und Decke gespannt sind. Die Träger der Überdeckung bilden quadratische Felder, so daß die Deckenplatten mit zwei sich kreuzenden Eiseneinlagen zu versehen waren.

Die Wassertürme eignen sich sehr gut zur Ausführung in armiertem Beton und zwar kann sowohl der Unterbau als der Behälter in diesem Material hergestellt werden. Das Traggerippe kann nach außen

sichtbar bleiben und damit gleichzeitig eine günstige architektonische Wirkung erzielt werden.

Die Abbildungen 312 und 313 zeigen einen zylindrischen Behälter mit kuppelförmigem Boden auf gemauertem Unterbau sitzend. Der

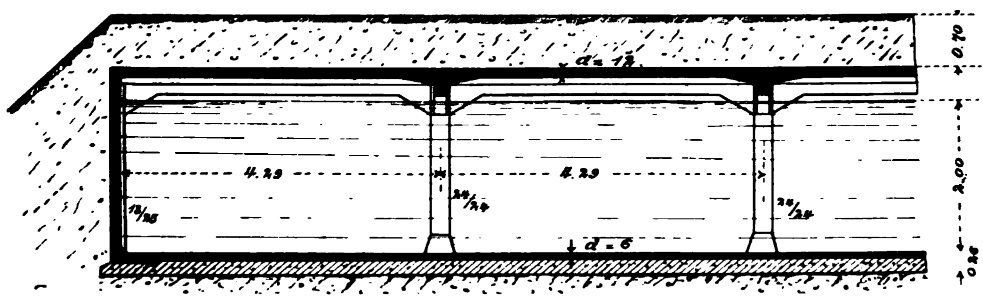


Abb. 311. Wasserbehälter von 4000 cbm für Brüssel. Querschnitt.

aus der gewölbten Form des Bogens sich ergebende Schub wird durch einen aus 8 Φ 40 mm gebildeten horizontalen Ring aufgenommen.

In Abbildung 314 ist der Behälter des Wasserturms Großwartenberg dargestellt, bei dem von der Intzeform ausgegangen ist. Gleichzeitig ist auch die zur Isolierung dienende Ummantelung in Eisenbeton ausgeführt. Die Einzelheiten der Konstruktion, sowie die ganze An-

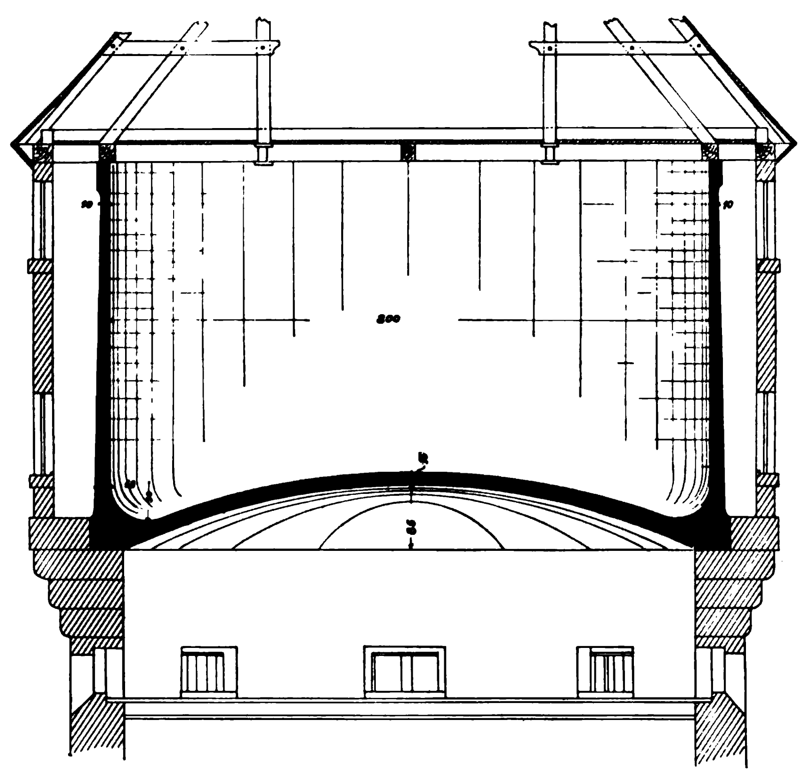


Abb. 312. Zylindrischer Behälter mit kuppelförmigem Boden.

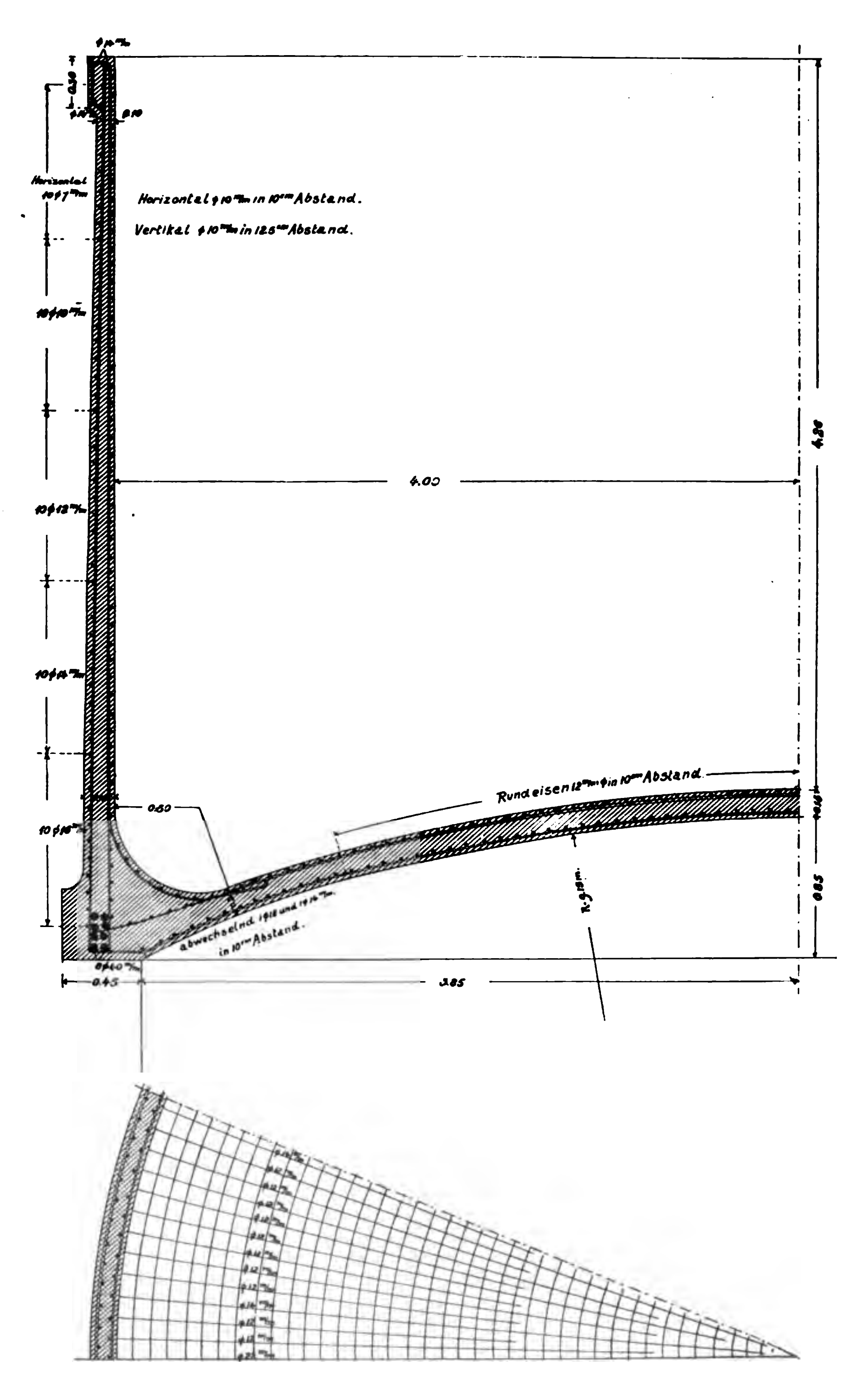


Abb. 313. **Zylindrischer Behälter mit kuppelförmigem Boden. Einzelheiten der Eiseneinlagen.**

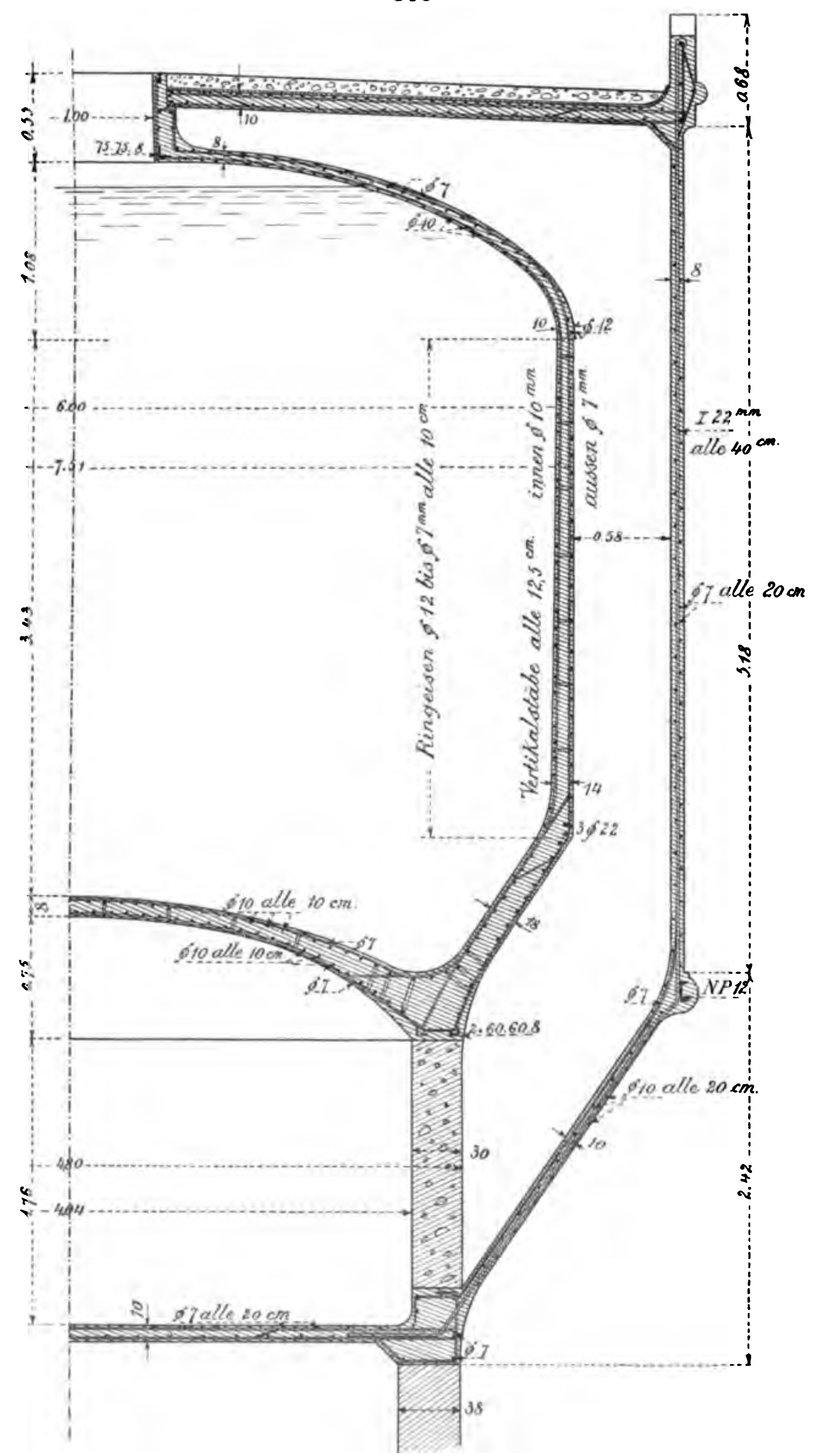


Abb. 314. Wasserturm Großwartenberg.

ordnung gehen aus der Abbildung hervor. — Die Abbildungen 315 und 316 zeigen Vertikalschnitt und Ansicht des Wasserturms in Rixensart, bei dem der Unterbau ein sichtbares Eisenbetongerüst bildet, dessen Felder durch Backsteinmauerwerk ausgefüllt sind.

Wegen der vorherrschend auftretenden Zugspannungen werden auch Gasometerbassins zweckmäßig aus Eisenbeton hergestellt; für die Ständer des Führungsgerüsts müssen dann besondere Betonpfeiler außerhalb und in Verbindung mit der Behälterwand vorgesehen werden, vergl. Abbildung 317.

In den zylindrischen Wänden derartiger Behälter sind außer den horizontalen Ringspannungen noch Biegungsspannungen in vertikaler

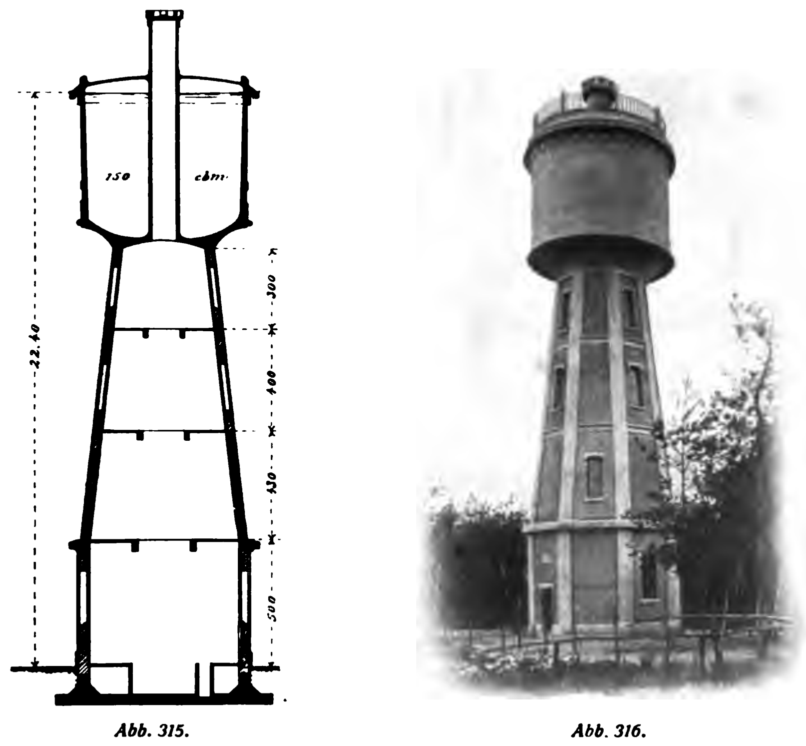


Abb. 315. *Abb. 316.*

Wasserturm in Rixensart, Belgien.

Richtung wirksam, die davon herrühren, daß die Zylinderwand durch ihre feste Verbindung mit dem Boden gehindert ist, die den Ringspannungen entsprechende Deformation, d. h. eine Vergrößerung des Durchmessers, auszuführen. Da die Erweiterung des Zylinders unten am meisten gehemmt ist, so treten dort auf der Innenseite vertikale Zugspannungen auf, im oberen Teil wirken sie auf der Außenseite. Diese vertikalen Zugspannungen berücksichtigt man durch vertikale Eisen an der Innen- und Außenseite der Zylinderwand, deren Verbindung mit dem Boden kräftig auszubilden ist. Über den Versuch

einer Berechnung dieser vertikalen Biegungsspannungen von Ingenieur *Reich* vergl. »Beton und Eisen« 1907, Heft 10.

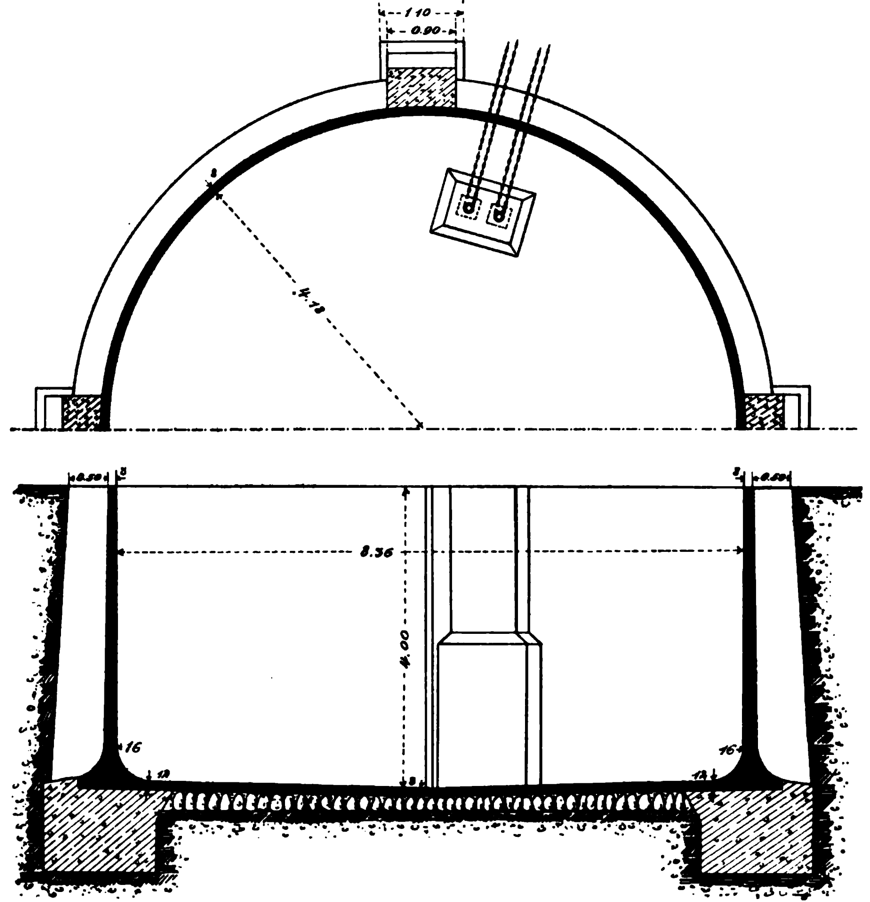


Abb. 317. Gasometerbassin auf dem Bahnhof Jagstfeld.

Silos.

Die Silos sind Behälter für trockene geschichtete Materialien, wie Getreide, Kohle, Zement, Erz, Steingeschläg u. s. w., wobei infolge der schachtartigen Anordnung das oben eingeschüttete Material am untersten Punkt des Behälters nach Bedarf abgelassen werden kann. Hinsichtlich der konstruktiven Ausbildung unterscheiden wir großräumige Silos, ohne einzelne Abteilungen oder mit solchen von im Vergleich zur Höhe großen Grundrißabmessungen; ferner Zellensilos oder Silos im eigentlichen Sinn, deren einzelne Zellen rechteckigen oder besser quadratischen, runden und sechseckigen Grundriß besitzen.

Als Beispiel der ersten Art, ohne innere Scheidewände, geben wir in Abbildung 318 und 320 Gesamtanordnung und Einzelheiten des Erz-

silos für das Hüttenwerk Burbach. Die Fundation dieses Silos erfolgte auf einer 70 cm starken durchgehenden Eisenbetonplatte, die den Druck gleichmäßig mit 1,5 kg/qcm auf den Untergrund verteilt. Da die

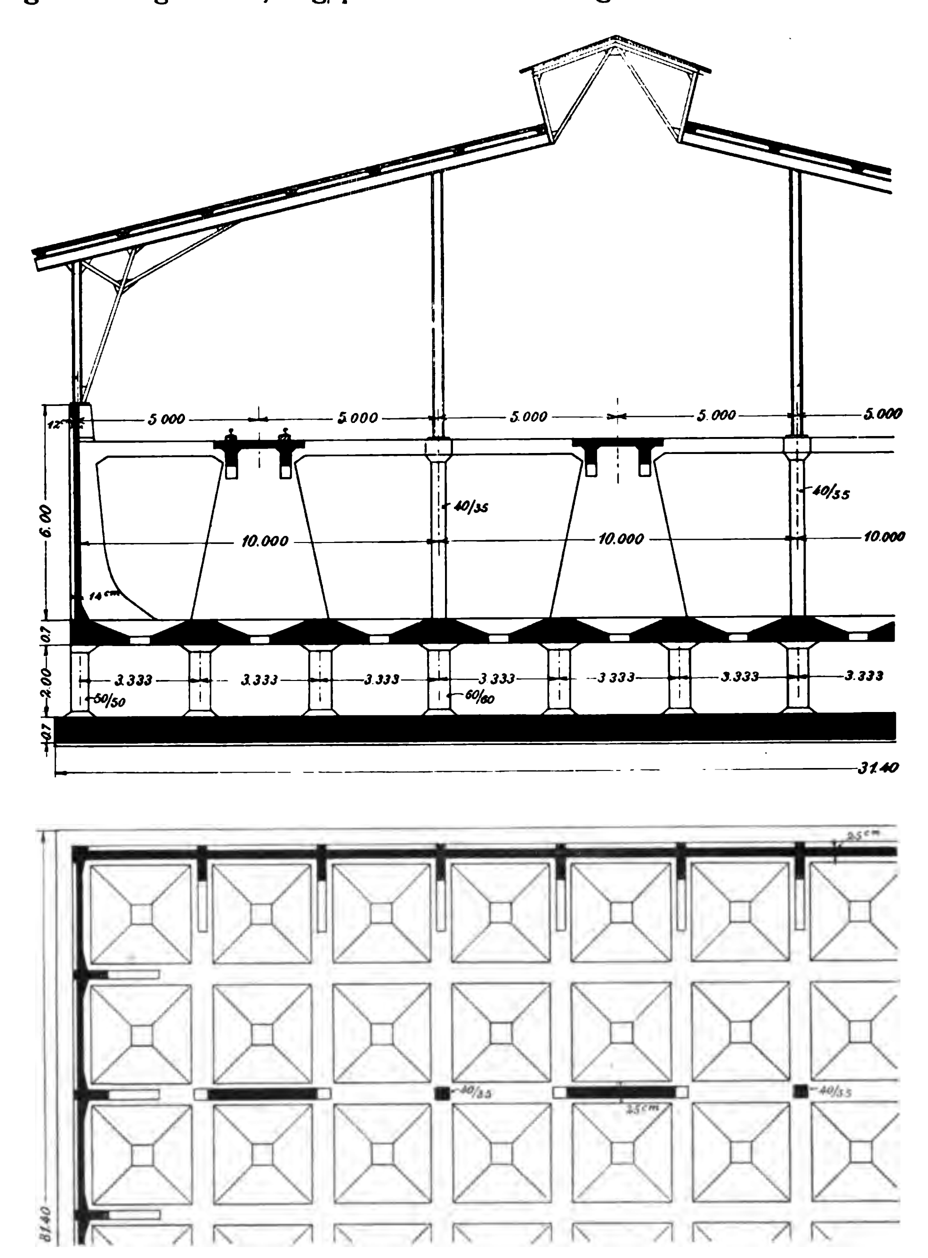


Abb. 318. Querschnitt und Grundriß vom Erzsilo Burbach.

Säulen nach beiden Richtungen in Abständen von 3,33 m aufeinander folgen, so sind in dieser Fundamentplatte unter den Säulenreihen nach beiden Richtungen Eisenbetonträger eingebaut, die quadratische Felder

zwischen sich einschließen, die wieder mit sich kreuzenden Eiseneinlagen versehen sind. Im Boden des Silos sind die 60/60 cm weiten, mit eisernen Schiebern verschließbaren Öffnungen in trichterartigen Vertiefungen in der Mitte der quadratischen Felder angebracht. Die Träger laufen hier ebenfalls nach beiden Richtungen in die Säulenreihen. Die 6 m hohen Umfassungsmauern werden durch Querrippen von 25 cm

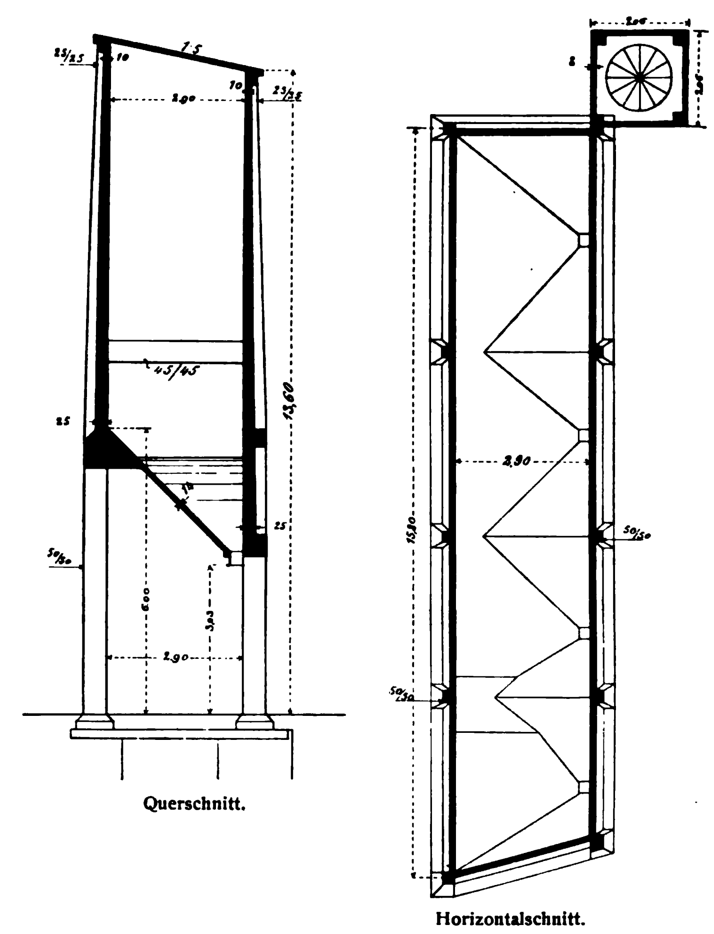


Abb. 319. Kohlensilo in Kirn a. N.

Dicke nach den Trägern des Silobodens hin verankert. Zwischen diesen ist die Außenwand als kontinuierliche Eisenbetonplatte gespannt. Der obere Rand der Umfassungswand ist durch eine besondere Verstärkungsrippe versteift. Auf den Silo führen 3 Gleisbrücken herein, die alle 6,66 m durch 25 cm starke Stützwände auf die unteren Säulen abgestützt sind. Die Gleisbrücken sind ebenfalls kontinuierliche Eisenbetonträger.

In Abständen von 26,4 m sind durchgehende Dilatationsfugen in Boden und Wänden angeordnet. Alle nach innen vortretenden Kanten

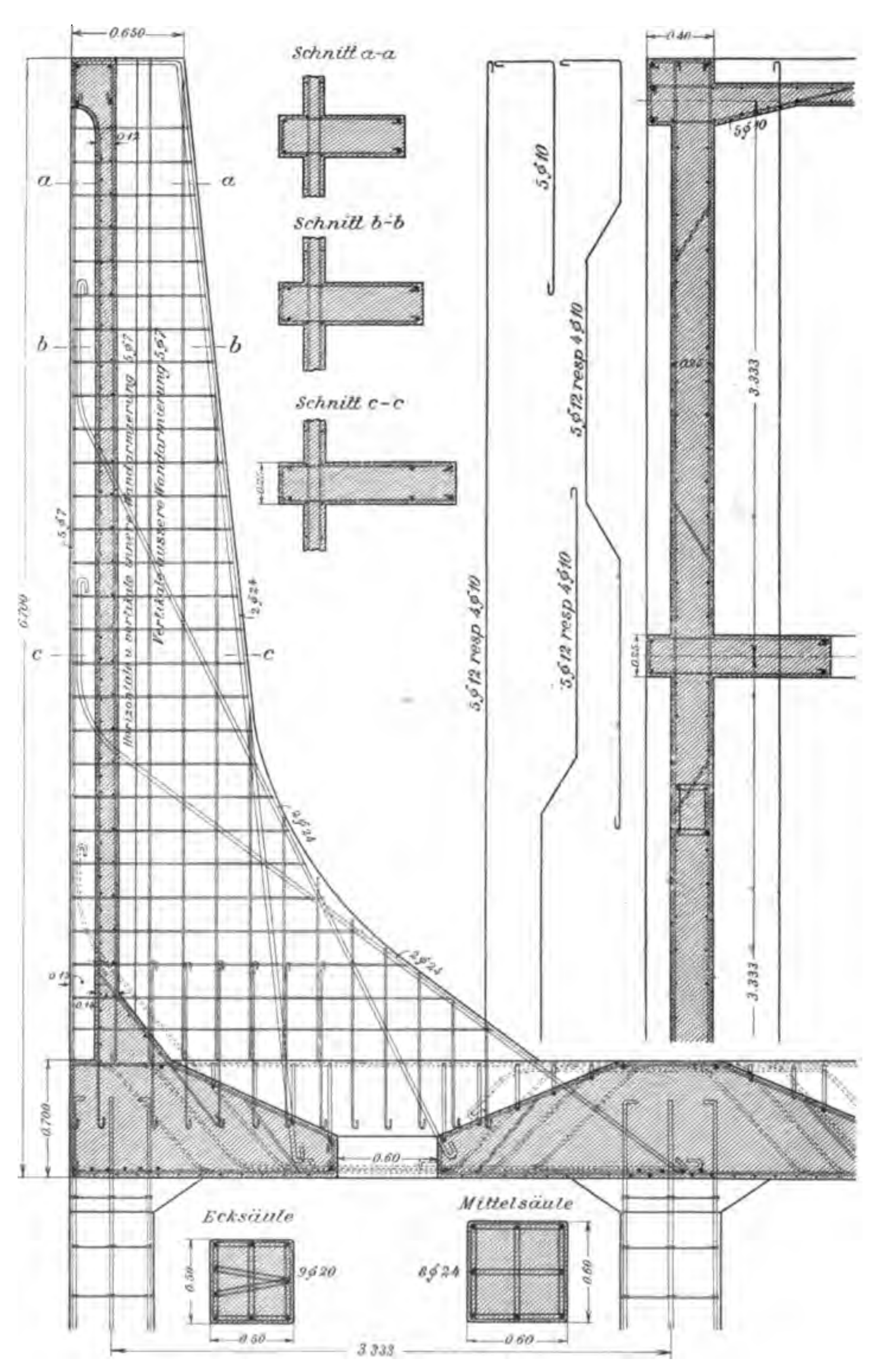


Abb. 320. **Erzsilo Burbach. Details der Eiseneinlagen.**

der Rippen, Stützwände und Säulen sind gegen Beschädigung mittels ⊏- und L-Eisen geschützt.

Einen kleineren Silo ohne innere Schweidewände stellt Abbildung 319 in Quer- und Horizontalschnitt dar. Die aufgespeicherte Kohle kann durch einzelne Öffnungen direkt an den Kesselfeuerungen entleert werden. Die Wände übertragen den Seitendruck des Füllmaterials in horizontaler Richtung auf die Säulen, die an den Trichtern, an dem Querträger 45/45 cm und am Dach miteinander verankert sind.

Der Silo für die Odenwälder Hartsteinindustrie (Abbildung 321) bildet einen Übergang von der vorgenannten Art zu den eigentlichen

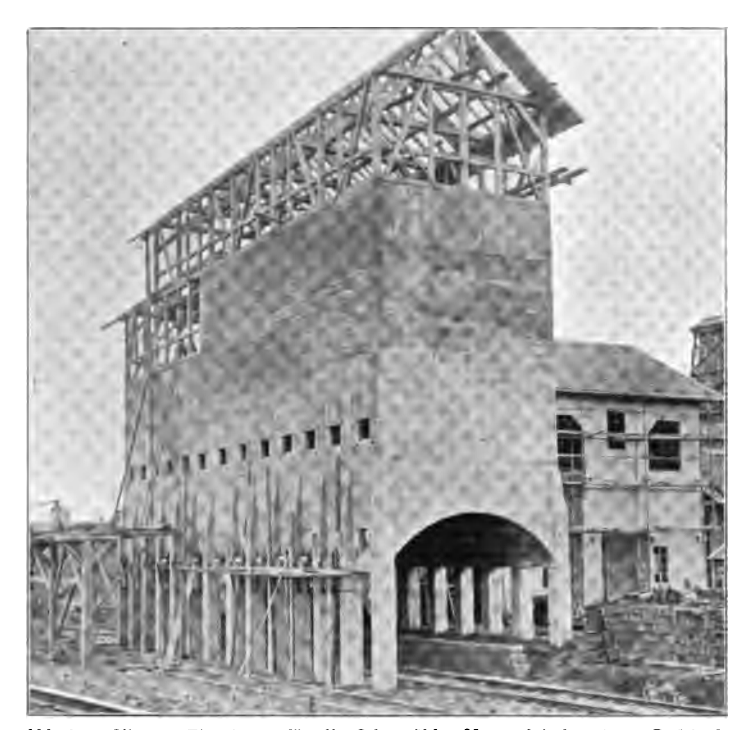


Abb. 321. Silo aus Eisenbeton für die Odenwälder Hartsteinindustrie zu Roßdorf.

Zellensilos. Die Zellen von langgestreckter Rechtecksform reihen sich in der Längsrichtung des Bauwerks aneinander und dienen zur Aufspeicherung von Porphyrgeschläg verschiedener Korngröße. Das Bauwerk ist vom Verfasser in Heft I, 1903 der Zeitschrift »Beton und Eisen« ausführlich mit Einzelheiten beschrieben worden, worauf hiermit verwiesen sein soll.

Der Malzsilo für die Löwenbrauerei München besitzt Zellen von 3,5—3,75 m Grundfläche, 16,5 m Höhe und je 2200 hl Inhalt. Die Kreuzungspunkte der Silowände sind durch Eisenbetonsäulen gestützt, welche die bedeutende Last auf eine durchgehende, 1 m starke armierte Fundamentplatte abgeben, so daß noch 2,5 kg/qcm Bodenpressung vor-

handen sind. Die Außenwände zeigen sichtbare Eisenbetonrippen, deren Felder durch Ziegelmauerwerk verkleidet sind. Zwischen diesem und den äußeren Silowänden ist eine isolierende Luftschichte offen gelassen. Die Entleerung der Silozellen erfolgt mittels Transportschnecken, welche in den durchlaufenden Quergängen (Abbildung 322) in der Höhe des Silobodens liegen.

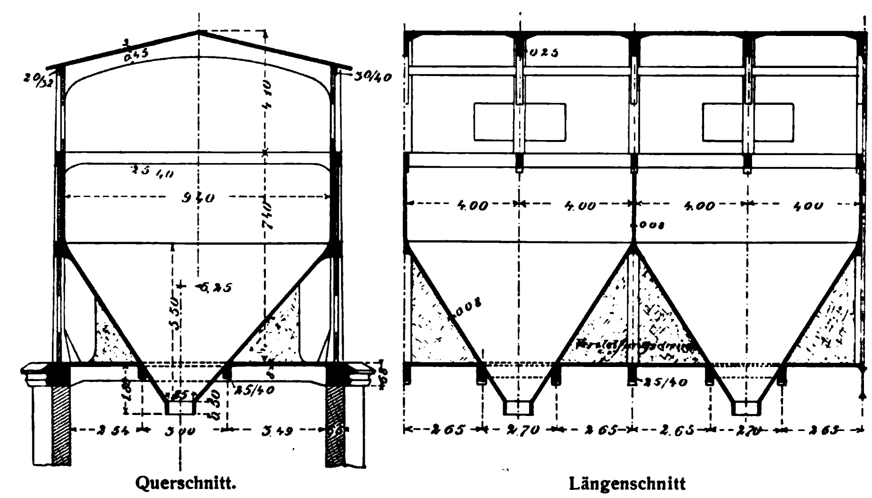
Während bei gewöhnlichen Verhältnissen die Silotrichter einfach als hängende Pyramiden konstruiert werden können, zeigen die großen Trichter des Holzschnitzelsilos einer Zellstofffabrik (Abbildung 323) eine Unterstüzung der Trichterflächen durch eine Plattenbalkendecke und auf dieser errichtete Versteifungswände. Auch die zwischen den Querwänden befindlichen 8 m weiten Außenwände sind je noch durch einen Verankerungsträger in der Feldmitte miteinander verbunden. Die Armierung der Außenwände verläuft dann in der Hauptsache in vertikaler Richtung zwischen den beiden horizontalen Wandträgern. Die Abbildung 324 gibt eine photographische Ansicht dieses Silos, der auf einem hohen Backsteinunterbau errichtet ist. Als Dachbinder sind Bogenträger bezw. Rahmen angewendet.

Abb. 322. Silo, Löwenbräu München.
Halber Längenschnitt.

Als Beispiel eines Zellensilos mit sehr großen Zellen von 6,7 auf 8,5 m Grundrißfläche diene der in Abbildung 325 und 326 dargestellte Kohlensilo für das Hüttenwerk Völklingen. Da die Unterseite des Bodens hier vollständig eben sein sollte, mußten die Haupt- und Nebenträger daselbst nach oben gelegt werden. Der Silo steht auf einer durchgehenden Eisenbetonplatte. Die Einzelheiten der Eiseneinlage in den Hauptträgern ist aus Abbildung 326 ersichtlich.

Der armierte Beton kann zweifellos als das geeignetste Baumaterial für Silos bezeichnet werden, denn abgesehen von seiner Feuersicherheit ergibt die Armierung der Wände gleichzeitig deren beste Verankerung miteinander. Dabei kommt als günstiger Umstand in Betracht,

daß beide Funktionen der horizontalen Eiseneinlagen in den Zellenwänden nicht gleichzeitig notwendig werden; die aus der Verankerung



Querschnitt. Längenschnitt

Abb. 323. Holzschnitzelsilo der Zellstofffabrik Waldhof.

sich ergebenden Kräfte sind am größten bei gleichzeitiger Füllung der anliegenden Zellen, dann ist aber die Biegungsbeanspruchung nicht vorhanden, und bei voller Biegungsbeanspruchung, also einseitiger Füllung, sinken die Verankerungskräfte auf die Hälfte. Über die hierbei auftretende Biegung mit Axialzug vergl. Seite 135. Die konstruktiven Vorzüge des Eisenbetons haben denn auch bewirkt, daß er in den letzten Jahren im Bau großer Siloanlagen eine zunehmende Anwendung gefunden hat. Wir geben noch einige Beispiele der von der Firma *Wayß & Freytag* in diesem und dem vergangenen Jahr ausgeführten Silobauten.



Abb. 324. Holzschnitzelsilo der Zellstofffabrik Waldhof.

Abbildung 329 zeigt eine Ansicht der Eiseneinlagen in den Trichtern des Silos von sieben sechseckigen Zellen mit 16 m Höhe für die Alsenschen Portlandzementwerke in Itzehoe.

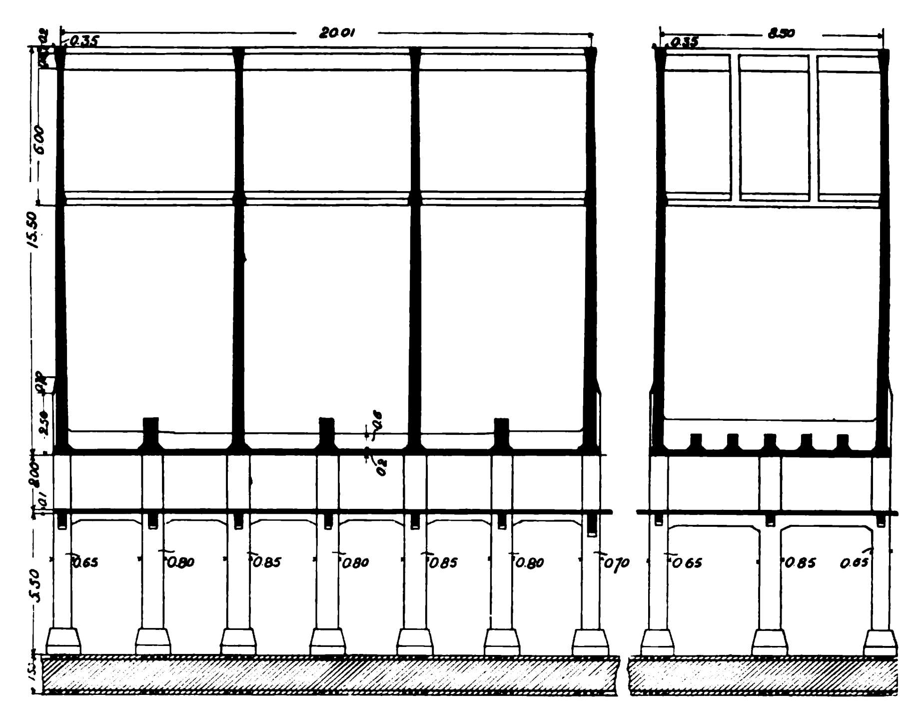


Abb. 325. Kohlensilo Völklingen.

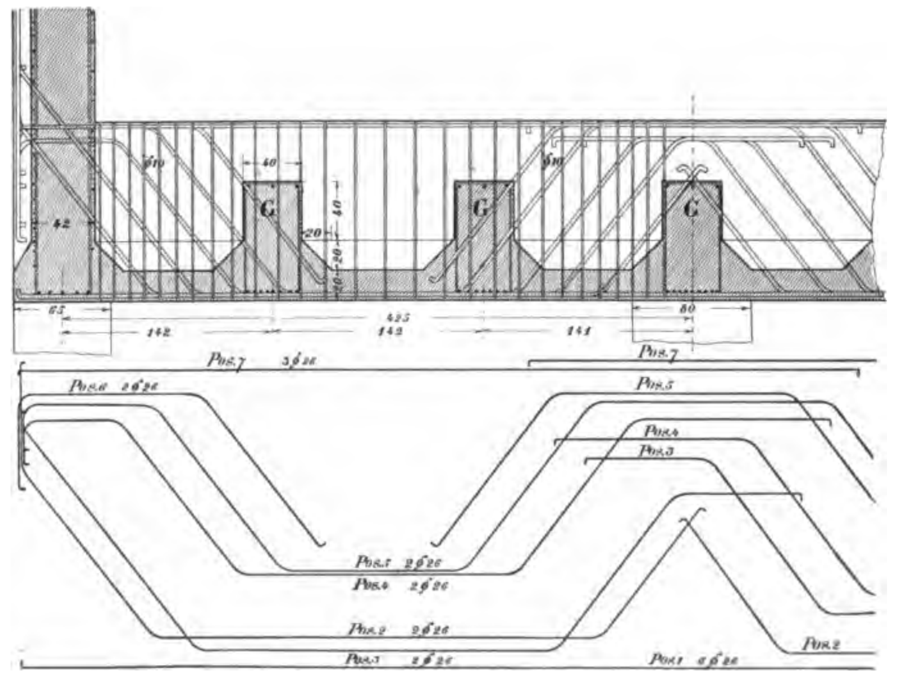


Abb. 326. Kohlensilo Völklingen. Details der Eisen in den Hauptträgern des Bodens.

Da die Wände quadratischer Zellen in jedem Füllungszustande der Nachbarzellen als vollständig in den Ecken eingespannt zu betrachten sind, so ist in der Feldmitte das Moment $\frac{p\,l^2}{24}$, in den Ecken $\frac{p\,l^2}{12}$ vorhanden. Man wird daher zweckmäßig die Wandstärke gegen die Ecken hin doppelt so groß machen als in der Mitte. In Abbil-

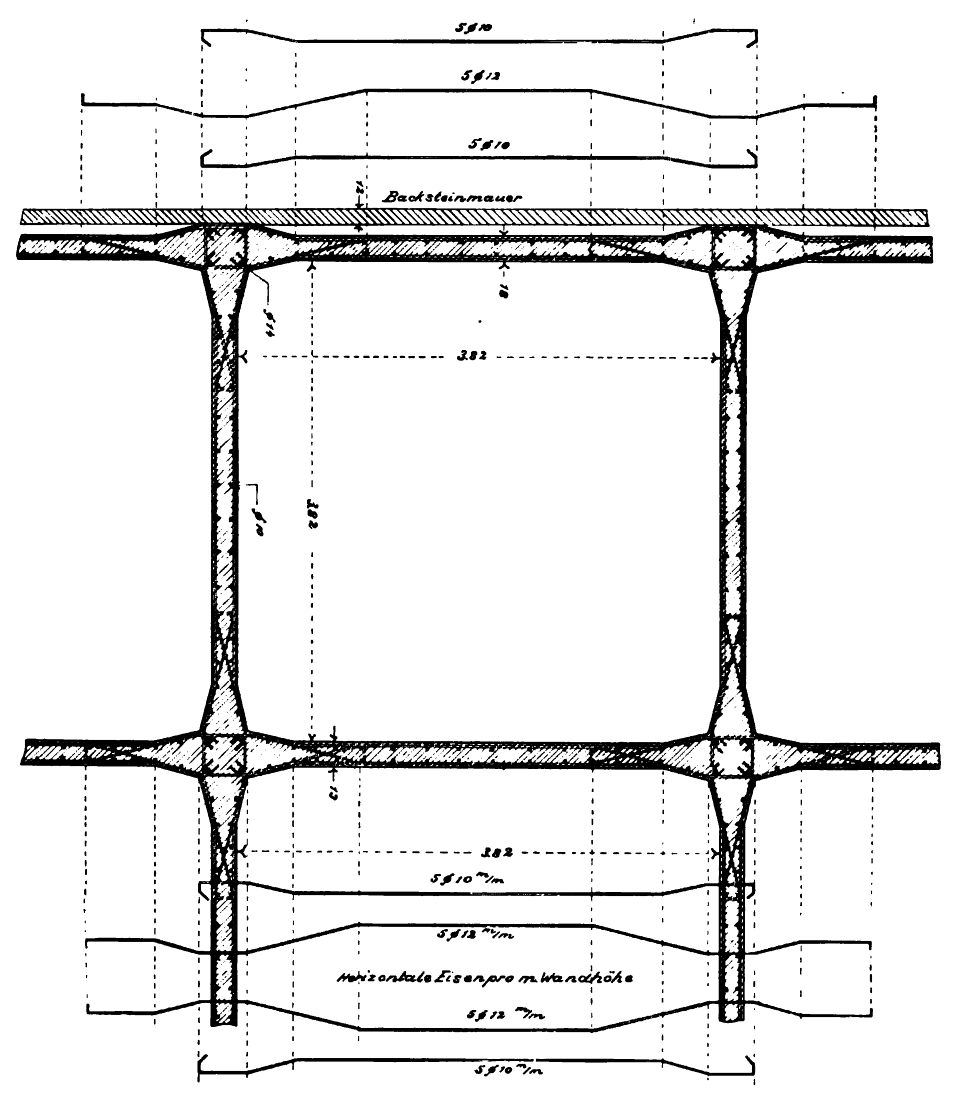


Abb. 327. **Zementsilo in Itzehoe. Detail der Zellenarmierung.**

dung 327 ist die Armierung der Wände für einen Silo mit 44 quadratischen Zellen von 4,0 auf 4,0 m Grundfläche für die Alsenschen Portlandzementwerke in Itzehoe dargestellt; man sieht, wie die Wandstärke in den Ecken verdoppelt ist. Die Außenwände sind durch eine Back-

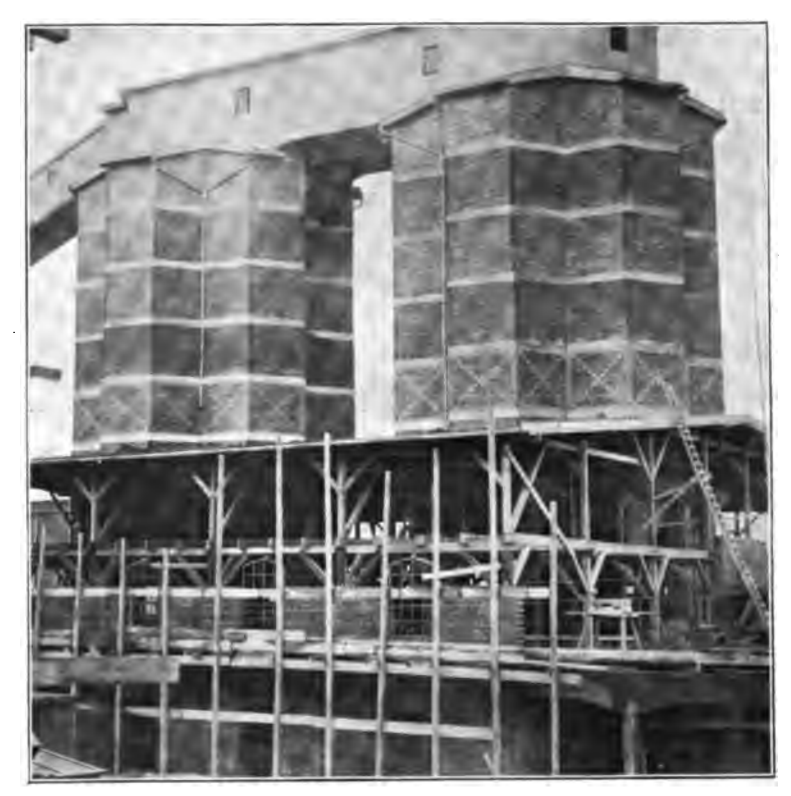


Abb. 328. **Zementsilo der Alsenschen Portlandzementfabriken Itzehoe. 2 × 7 sechseckige Zellen.**

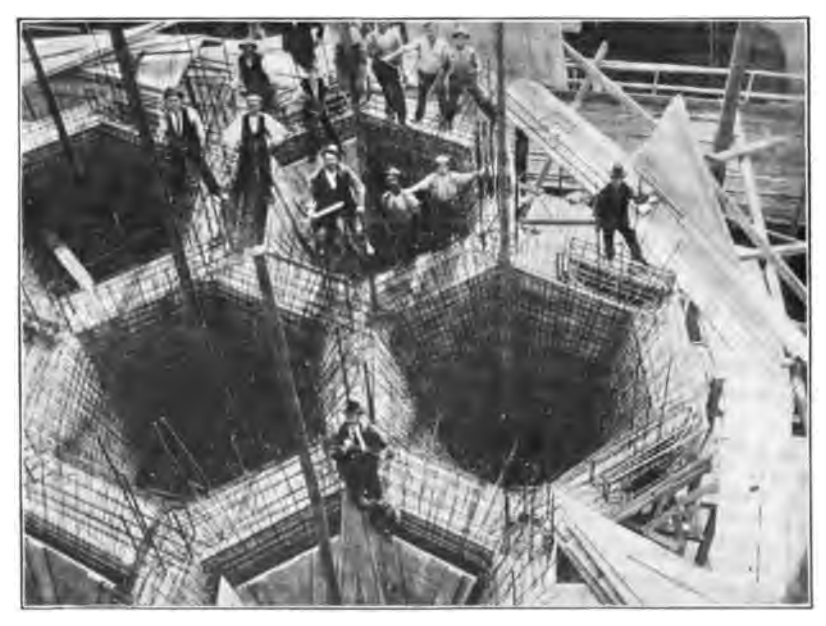


Abb. 329. **Zementsilo. Eiseneinlage der Trichter bei sechseckigem Zellengrundriß.**

steinmauer verkleidet, welche eine isolierende Luftschicht zwischen den Eisenbetonwänden frei läßt und ihr Auflager auf in gewissen Höhenabständen verlaufenden und vorstehenden Eisenbetonrippen findet.

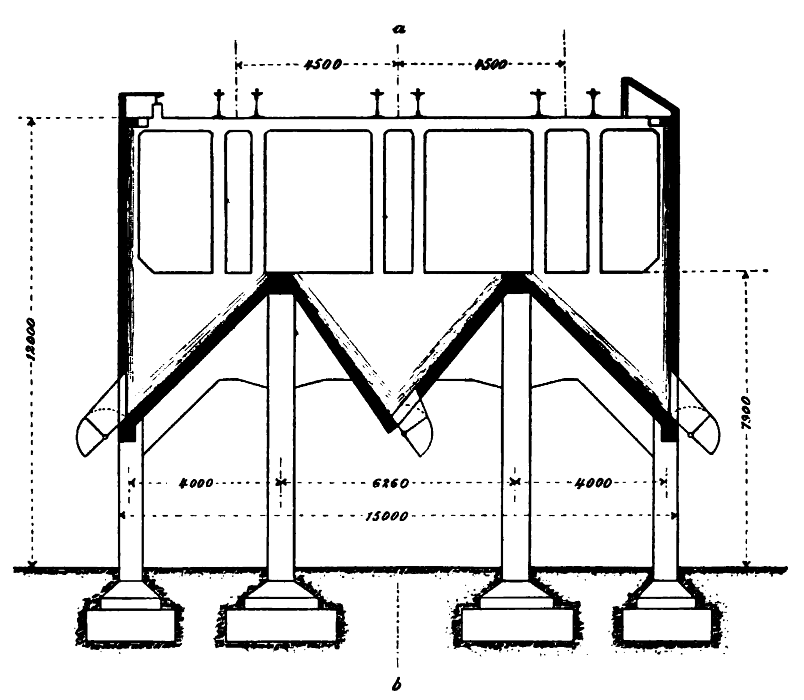


Abb. 330. Erzbehälter für das Hüttenwerk Maizières. Querschnitt.

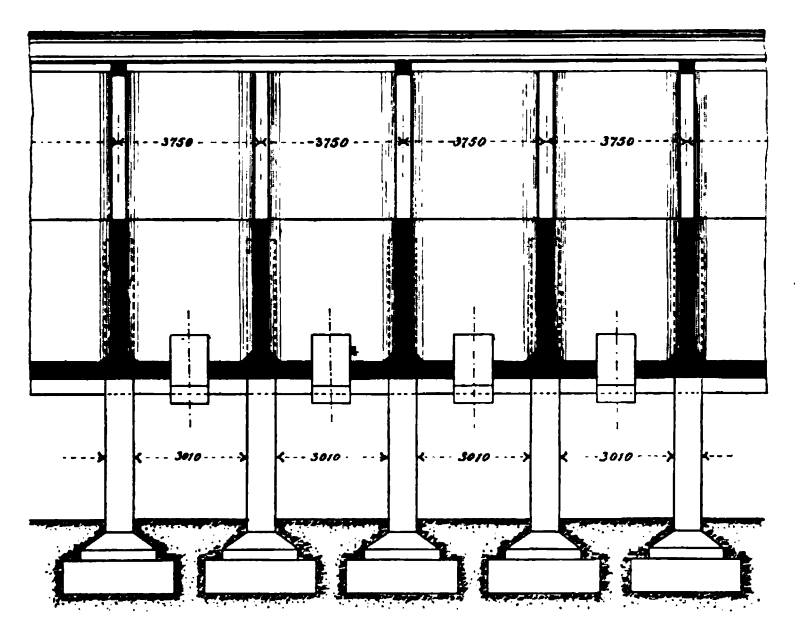


Abb. 331. Erzbehälter für das Hüttenwerk Maizières. Längenschnitt.

Die Ansicht der zwei Silos mit je sieben sechseckigen Zellen zeigt Abbildung 328. Bezüglich der Biegungsmomente gilt dasselbe wie bei den quadratischen Zellen.

Den Bedürfnissen des Hüttenwesens ist eine besondere Art von Silos angepaßt, die man als Erztaschen bezeichnet und die sich nicht in die beiden eingangs unterschiedenen Gruppen einreihen lassen. Wir geben in den Abbildungen 330 und 331 Querschnitt und Längenschnitt eines solchen Erzbehälters für die Moselhütte in Maizières, dessen Länge 178 m beträgt. Die geneigten Bodenflächen werden durch sehr starke Querträger getragen, auf welche auch die drei Eisenbahngleise unterstützenden Eisenbetonsäulen aufgelagert sind. Wegen der



Abb. 332. Erzsilo Maizières, 178 m lang.

großen Länge der Anlage sind vier Dilatationsfugen vorgesehen worden. Dabei ist die Anordnung so getroffen, daß an der Fuge Säulen und Querträger doppelt und unmittelbar aneinander anstoßend hergestellt wurden. Die Armierung der Querträger mußte besonders auch zur Aufnahme der Schubspannungen ausgebildet werden, d. h. es waren für diese besondere abgebogene Eisen einzulegen, weil die oberen und unteren Eisen hierzu nicht ausreichten.

Die Längswände wurden in ihrem unteren Teil direkt zwischen die Hauptträger gespannt, im oberen, durchlaufend offenen Teil zwischen vertikal verlaufende Versteifungsträger, die oben durch Verankerungsträger zusammengehalten werden. Die Säulenstellung ist nicht durchgehend eine regelmäßige, sondern mußte sich entsprechend dem Lichtraumprofil der vorgesehenen Querdurchfahrten verändern, was

viele schwierige Abänderungen vom normalen Querschnitt des Silos zur Folge hatte.

Die Entleerung des Silos geschieht in den untersten Punkten sowohl in der Mitte, wie nach außen durch zweckmäßig konstruierte Entleerungsschnauzen, die durch Winkeleisenrahmen in die Rutschflächen sowie in die äußeren Längswände einbetoniert sind. Über den ganzen Silo hinweg führen drei parallele Eisenbahngleise, zwei von 1 m Spur für die Transportbahn aus den Erzgruben und ein normalspuriges für den Kokstransport.

Einen Begriff von dem Umfang dieser Anlage gibt das große Quantum von verarbeitetem Rundeisen, das sich auf ca. 500 t für den



Abb. 333. Untersicht des Erzsilos Maizières.

gesamten Bau beläuft. Die Bauzeit betrug mit Einschluß der für den Aushub der Fundamente notwendigen Zeit etwas mehr als 6 Monate. In Abbildung 334 sind die Eiseneinlagen des Querträgers und in Abbildung 335 diejenigen des schrägen Bodens dargestellt.

Der Erzsilo in Düdelingen ist zur Aufnahme von ca. 5000 cbm Erz bestimmt. Die starken Querwände, welche die geneigten Bodenflächen und die Längswände tragen, sind als Kragträger ausgebildet und dementsprechend armiert.

Gegen die vom Verkehr der Transportbahnen herrührenden heftigen Erschütterungen sind die Träger der Erzbrecher noch durch besondere Querträger versteift. Das Dach, auf freistehenden 7,30 m hohen Säulen, ist als Bogendach mit Zugbändern durchgebildet. Zur Aufnahme der Windkräfte in der Längsrichtung des Daches sind

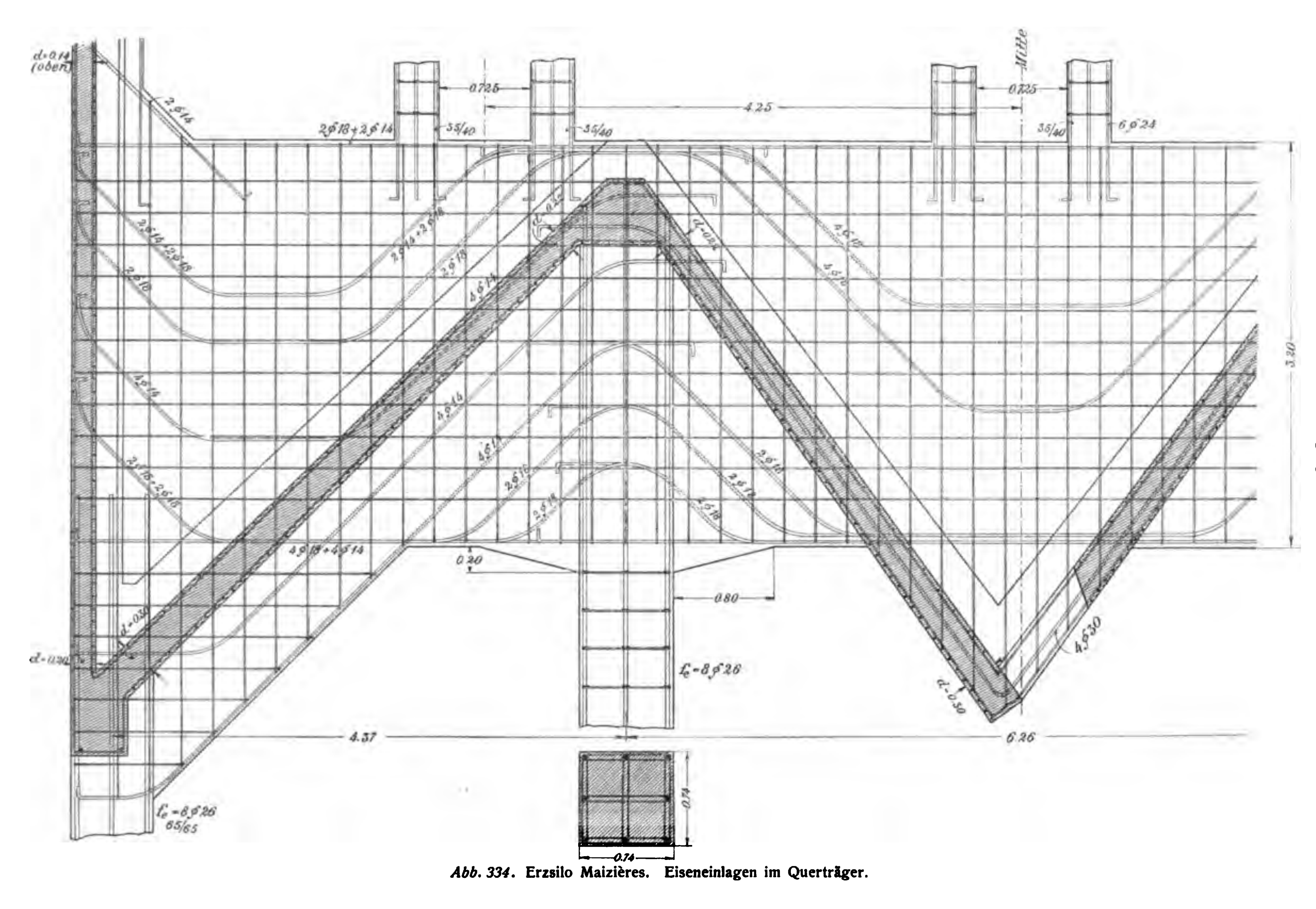


Abb. 334. **Erzsilo Maizières. Eiseneinlagen im Querträger.**

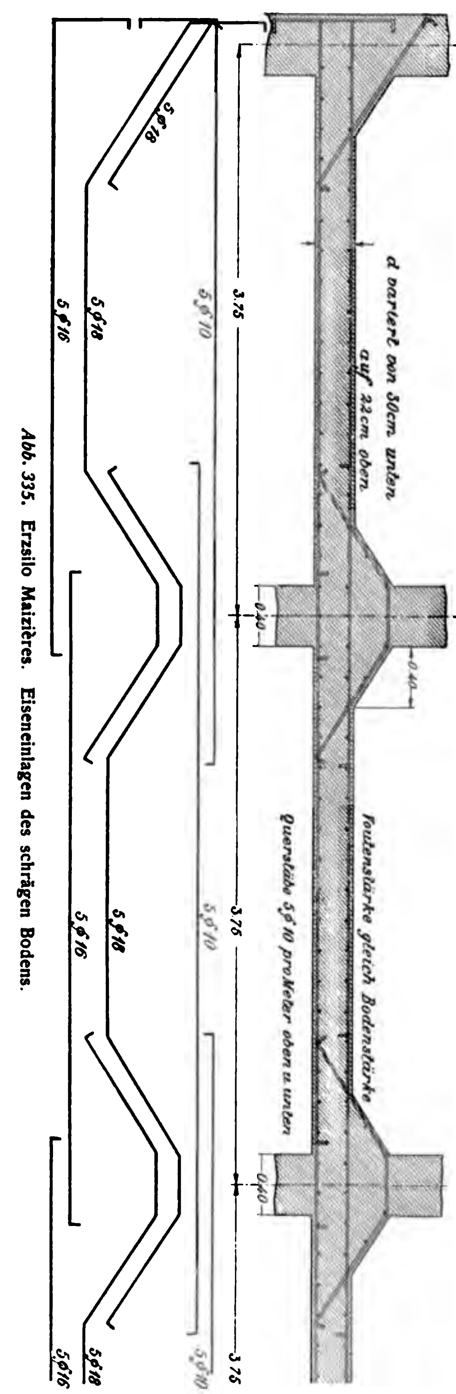


Abb. 335. Erzsilo Maizières. Eiseneinlagen des schrägen Bodens.

Diagonalstreben angeordnet worden. Auch hier sind verschiedene Dilatationsfugen durchgeführt worden, wobei die betreffenden Säulen und Querwände doppelt hergestellt sind.

Abbildung 336 zeigt den Quer- und Längenschnitt des Baus, Abbildung 337 das Einlegen der Eisen.

Der Getreidesilo am Hafen von Genua ist in Abbildung 338 dargestellt. Die Anlage besteht in der Hauptsache in der Vergrößerung der früher von *Hennebique* ausgeführten Silos.

Neben einer geräumigen Bodenspeicherabteilung enthält dieser neue Bau von rund 65 m Länge, 40 m Breite und 30 m Höhe 126 Zellen von 3 × 3 m resp. 3 × 5 m Grundriß, die zusammen den bisherigen Fassungsraum von rund 28000 t auf 50000 t erhöhen.

Die ganze Siloanlage ruht auf Eisenbetonsäulen 90/90 cm, die eine Belastung von ca. 400 t aufzunehmen haben. Unter den Silos sind fünf Verladegleise angeordnet, deren Unterbau sowie zugehörige Laderampen vollständig in Eisenbeton ausgeführt sind. Die gesamte Last der Silos, sowie der Gleisanlagen wird vermittelst einer durchgehenden Eisenbetonplatte auf eine ca. 20jährige Auffüllung einer alten seichten Hafenbucht gleichmäßig übertragen, so daß eine Bodenpressung von im Maximum 1,7 kg/qcm vorhanden ist.

Die Ausbildung der Platte mit unteren Zugvouten war durch die Forderung einer ebenen Oberfläche bedingt, die mit den Gleis- und Laderampen den für die unteren Transportbänder nötigen Raum abgeben mußte.

Ferner legte die Anordnung der Verladegleise und in Verbindung damit die Befestigung automatischer Wagen unter den Zellenausläufen nahe, die sonst üblichen Trichter durch horizontale Zellenböden mit innen aufbetonierten geneigten Ab-

laufflächen zu ersetzen. — Die gesamte Last der Siloböden ist an die hierfür eigens armierten Querwände angehängt, die in innigster Ver-

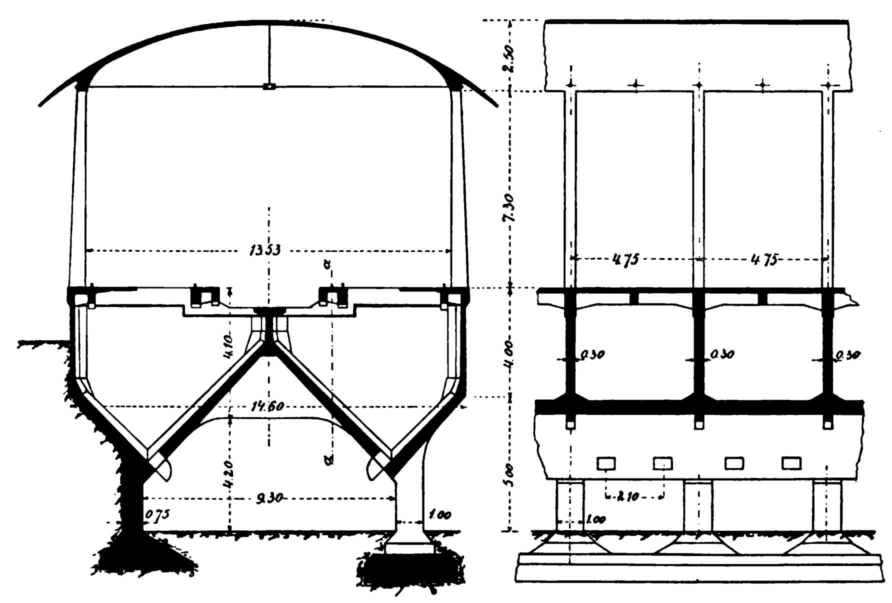


Abb. 336. Erzsilo Düdelingen. Quer- und Längenschnitt.

bindung mit den Boden- und Deckenplatten einen durchgehenden Träger von 15 m Höhe und mit drei Feldern von je 8 m Weite bilden.

Die Ausbildung der großen Decken der Bodenspeicherabteilung erhellt aus dem Querschnitt, während die übrigen wiedergegebenen

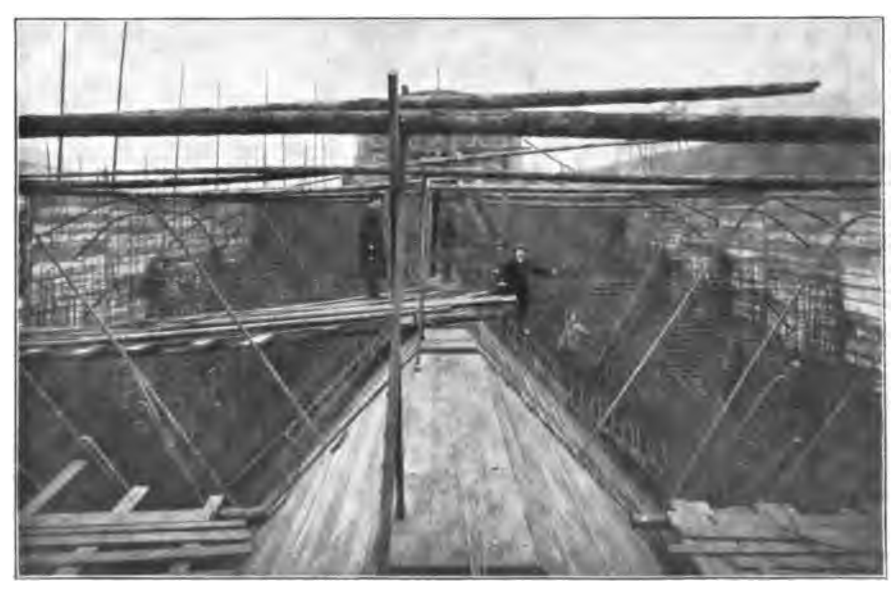


Abb. 337. Erzsilo Düdelingen. Einlegen der Eisen.

Abbildungen ein Bild über Umfang und Art der Bauausführung geben.

Während der Bauzeit von 200 Arbeitstagen wurden an Materialien verwendet:

ca. 900 t Eisen fast ausschließlich deutscher Herkunft,
ca. 2 900 000 kg Zement aus der Fabrik Flli. Palli Caroni Deaglio Casale,
ca. 11 000 cbm Sand, Kies und Feinschlag, erstere größtenteils von den Küsten der beiden Rivieren.

Zur Betonbereitung diente eine elektrisch angetriebene Mischmaschine mit fester Trommel.

In den günstigen Monaten August bis November betrug die Tagesleistung rund 60 cbm verarbeiteten Betons, was einer Monatsleistung von durchschnittlich rund 200 000 Lire gleichkam.

Sehr wichtig für die Projektierung der Silos ist die Kenntnis des von dem Füllmaterial auf die Wände ausgeübten Seitendrucks. Bei großräumigen Silos ohne Querwände, oder solchen mit sehr langgestreckten rechteckigen Zellen findet die Berechnung nach der für

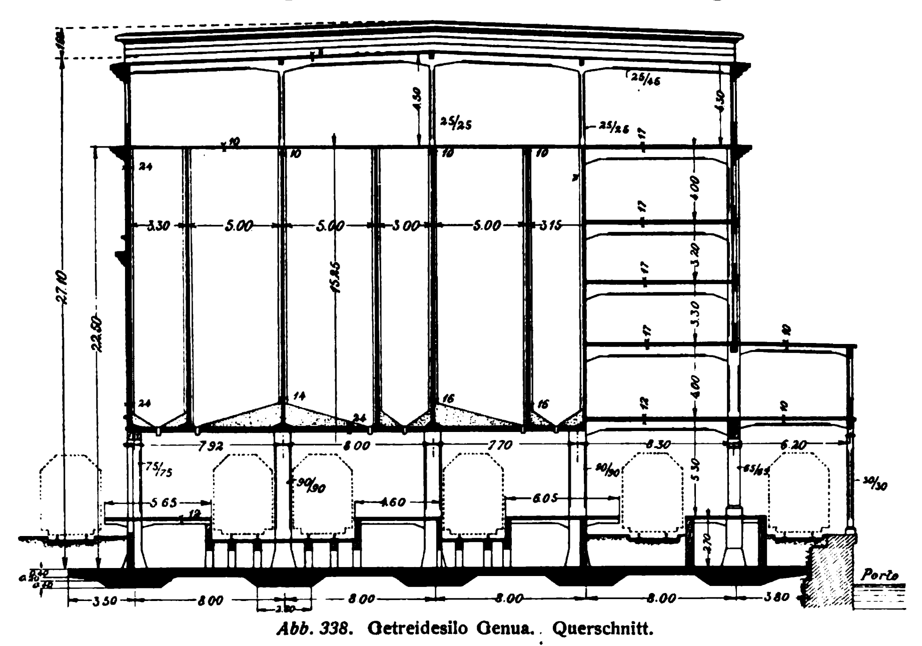


Abb. 338. Getreidesilo Genua. Querschnitt.

den Erddruck gültigen Formel statt. Unter Vernachlässigung der Reibung an der Wand ist der ganze Seitendruck auf der Höhe h

$$P = \frac{1}{2} \gamma \cdot h^2 \cdot \mathrm{tg}^2 (45^0 - \varphi/_2)$$

und der Druck auf die Flächeneinheit in der Tiefe h

$$p = \frac{dP}{dh} = \gamma \cdot h \cdot \mathrm{tg}^2 (45^0 - \varphi/_2).$$

Für die verschiedenen Materialien kann gesetzt werden

Gaskohle . . .	$\gamma = 800\text{–}900$ kg/cbm	$\varphi = 45^0$	$p = 146 \, . \, h$ kg/qm
Zement	$\gamma = 1400$ „	$\varphi = 40^0$	$p = 305 \, . \, h$ „
Kleingeschläg . .	$\gamma = 1600\text{–}1800$ „	$\varphi = 45^0$	$p = 290 \, . \, h$ „
Malz	$\gamma = 530$ „	$\varphi = 22^0$	$p = 240 \, . \, h$ „
Weizen	$\gamma = 820$ „	$\varphi = 25^0$	$p = 333 \, . \, h$ „
Minette (Erz) . .	$\gamma = 2000$ „	$\varphi = 45^0$	$p = 343 \, . \, h$ „

Bei den Zellensilos von großer Höhe würden nach diesen Zahlen ganz bedeutende Drucke im unteren Teil erhalten werden, man ist

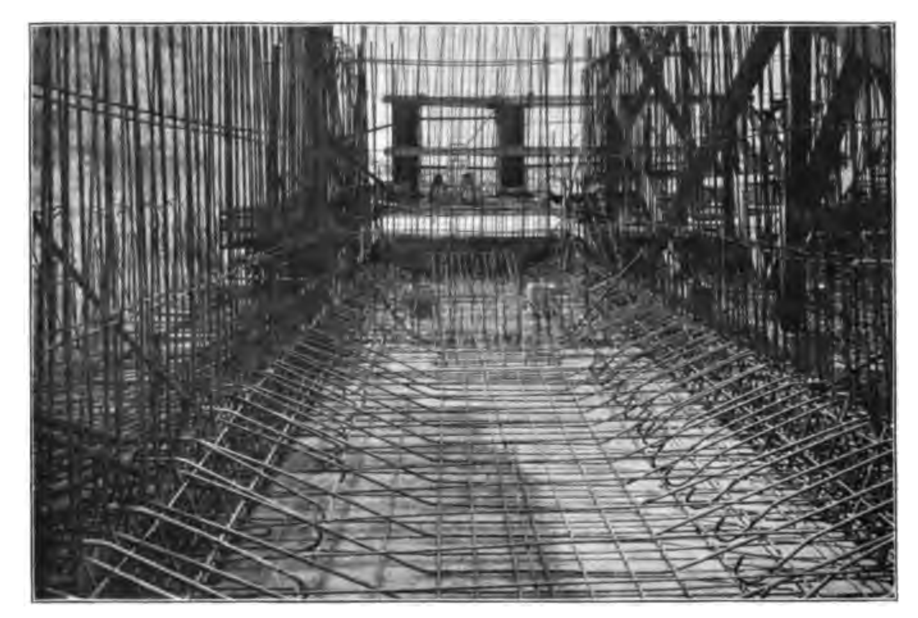


Abb. 339. Getreidesilo Genua. Eiseneinlagen in den Siloböden.

hier berechtigt, die günstige Wirkung der Reibung des Materials an den Wandflächen in Rechnung zu ziehen. Über die rechnerische Ermittlung des Seitendrucks in Silozellen existieren zwei Veröffentlichungen: von *Janßen* in der »Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure« 1895, Seite 1046, und von *Könen* im »Zentralblatt der Bauverwaltung« 1896, Seite 446; beide stimmen im wesentlichen miteinander überein. Wird nämlich die Reibung des Füllmaterials am Umfang der Wände berücksichtigt, so zeigt sich, daß der Seitendruck einen gewissen Grenzwert p_{max} nicht überschreiten kann. Dieser Grenzwert wird dann eingetreten sein, wenn das Gewicht einer Schichte gleich dem Reibungswiderstand an ihrem Umfang ist.

Denken wir uns in Abbildung 342 aus einer gefüllten Zelle in der Tiefe x eine Schichte von der Höhe dx herausgeschnitten, dann wirken auf diese folgende Kräfte*):

*) Nach *Koenen:* »Zentralblatt der Bauverwaltung« 1896.

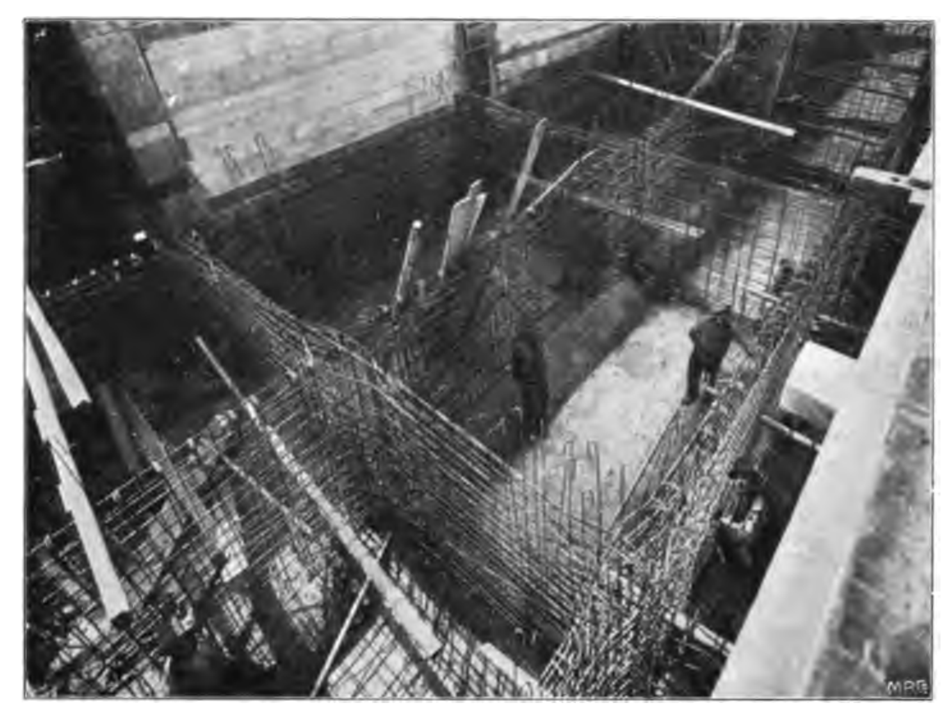


Abb. 340. **Getreidesilo Genua. Eisengeflechte der Silowände.**



Abb. 341. **Ansicht des Silos Genua mit der Säulenhalle vom Hafen aus.**

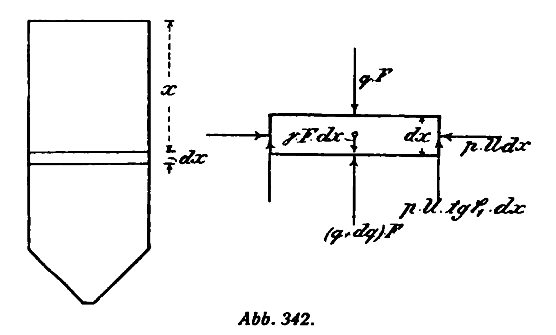


Abb. 342.

$q \,.\, F$ von oben, wenn q die spezifische Pressung in vertikaler Richtung bedeutet,

$F \,.\, dx \,.\, \gamma$ das eigene Gewicht der Scheibe,

$(q + dq) \,.\, F$ der vertikale Gegendruck von unten,

$p \,.\, U \,.\, dx$ der horizontale von den Wänden ausgeübte Druck am Umfang $U \,.\, dx$,

$p \,.\, U \,.\, \operatorname{tg} \varphi_1 \,.\, dx$ der hiervon herrührende nach oben gerichtete Reibungswiderstand der Wand.

Aus der Vertikalkomponentengleichung dieser im Gleichgewicht befindlichen Kräfte folgt

$$dq = dx\left(\gamma - p \,.\, \operatorname{tg} \varphi_1 \cdot \frac{U}{F}\right).$$

Nun entsteht bekanntlich bei einem kohäsionslosen geschütteten Material infolge einer vertikalen Pressung q ein spezifischer Seitendruck

$$p = q \,.\, \operatorname{tg}^2 (45^0 - \varphi/_2),$$

also ist

$$dq = dx\left(\gamma - q \,.\, \operatorname{tg}^2 [45^0 - \varphi/_2] \,.\, \operatorname{tg} \varphi_1 \cdot \frac{U}{F}\right).$$

Setzt man zur Abkürzung den konstanten Faktor

$$\operatorname{tg}^2 (45^0 - \varphi/_2) \,.\, \operatorname{tg} \varphi_1 \cdot \frac{U}{F} = m,$$

so wird

$$dq = dx(\gamma - q \,.\, m)$$

oder

$$dx = \frac{dq}{\gamma - m \,.\, q},$$

woraus durch Integration

$$x = - \frac{1}{m} \cdot l(\gamma - m \,.\, q) + C.$$

Da für $x = 0$ auch $q = 0$ sein muß, ergibt sich die Integrationskonstante

$$C = \frac{1}{m} \cdot l \gamma,$$

so daß

$$- m \,.\, x = l \, \frac{\gamma - m \,.\, q}{\gamma}$$

oder

$$\frac{\gamma - m \,.\, q}{\gamma} = \frac{1}{e^{m x}}$$

wird.

Man erhält endlich

$$q = \frac{\gamma}{m}\left(1 - \frac{1}{e^{mx}}\right)$$

$$p = \frac{\gamma}{m}\left(1 - \frac{1}{e^{mx}}\right) \cdot \operatorname{tg}^2(45^0 - \varphi/_2).$$

Die Drücke p und q nehmen also mit der Tiefe x zu, ferner mit wachsendem Verhältnis $\frac{U}{F}$, da dann m zunimmt. Sie erreichen ihre größten Werte für $x = \infty$ und zwar ist

$$q_{max} = \frac{\gamma}{m} = \frac{\gamma}{\operatorname{tg}^2(45^0 - \varphi/_2) \cdot \operatorname{tg}\varphi_1 \cdot \frac{U}{F}}$$

$$p_{max} = \frac{\gamma}{\operatorname{tg}\varphi_1 \cdot \frac{U}{F}}.$$

Das letzte Resultat kann unmittelbar aus der Bedingung abgeleitet werden, daß das Maximum dann eingetreten ist, wenn der Reibungswiderstand am Umfang einer Schichte ihrem Gewicht gleichkommt, denn es ist dann

$$p_{max} \,.\, U \,.\, dx \,.\, \operatorname{tg}\varphi_1 = F \,.\, dx \,.\, \gamma,$$

woraus wieder

$$p_{max} = \frac{\gamma}{\operatorname{tg}\varphi_1 \cdot \frac{U}{F}}$$

folgt.

Bei quadratischem Querschnitt von der Seitenlänge s ist

$$p_{max} = \frac{\gamma \,.\, s}{4 \operatorname{tg}\varphi_1}.$$

Die Berechnung der Einzelwerte nach den angegebenen Formeln gestaltet sich ziemlich umständlich, es sei deshalb folgender einfache Weg empfohlen: Von oben beginnend wird der Seitendruck p nach der Formel $p = \gamma \,.\, h \,.\, \operatorname{tg}^2(45^0 - \varphi/_2)$ berechnet, bis in einer gewissen Tiefe der Wert $p_{max} = \frac{\gamma}{\operatorname{tg}\varphi_1 \cdot \frac{U}{F}}$ erreicht wird, welcher dann von da ab als konstant anzunehmen ist. Man erhält dann nach Abbildung 343 für die Fläche des spezifischen Seitendrucks statt der Kurve die aus zwei Geraden bestehende Umgrenzung. Die eine Gerade berührt im Nullpunkt die Kurve, wie sich leicht beweisen läßt, und die andere ist eine Asymptote. Außer der Einfachheit bietet dieser Rechnungsgang auch eine größere Sicherheit, die umsomehr angezeigt ist, als Versuche ergeben haben, daß das in Bewegung befindliche Material

einen größeren Druck auf die Wände ausübt, als das in Ruhe befindliche.

Als Bodendruck kann man dann auch dessen größten erreichbaren Wert nehmen, also

$$q_{max} = \frac{p_{max}}{\text{tg}^2(45^0 - \varphi/_2)}.$$

Wenn man durchaus sicher gehen will, kann man auch den ganzen Zelleninhalt für das auf den Boden wirkende Gewicht annehmen. Bei geringer Höhe wird dieses Gewicht sogar geringer sein, als der größte Bodendruck N, da dieser, ebenso wie p_{max}, streng genommen erst in unendlich großer Tiefe eintritt.

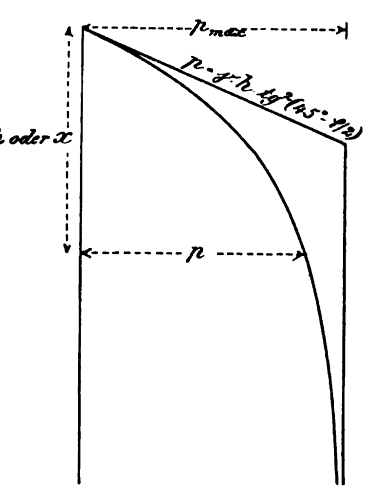


Abb. 343. Fläche des spezifischen Seitendruckes auf die Silowände.

$\text{tg}\,\varphi_1$ bedeutet den Reibungskoeffizienten zwischen Füllmaterial und Zellenwand, der bei Getreide gleich $^1/_3$ oder $^1/_4$ gesetzt werden kann, jedenfalls aber nicht größer als $\text{tg}\,\varphi$ oder als der Reibungskoeffizient des Materials an sich zu nehmen ist. Die meist unverputzt bleibenden Eisenbetonwände ergeben größere Werte von $\text{tg}\,\varphi_1$, d. h. kleineren Seitendruck als glatte Holzwände, sind also auch in dieser Hinsicht im Vorteil.

Wenn die Grundrißform der Zellen vom Quadrat abweicht, dürfen die Biegungsmomente nicht mehr mit $\frac{p \,.\, l^2}{12}$ und $\frac{p \,.\, l^2}{24}$ berechnet werden. Ist die Form ein Rechteck von der Breite b und der Länge l, so ergibt sich nach dem Gesetz der virtuellen Verschiebungen oder mit den Formeln des kontinuierlichen, in sich geschlossenen Trägers das Biegungsmoment in den Ecken (Eckmoment)

$$M = -\frac{1}{12} \cdot p \cdot \frac{l^3 + b^3}{l + b}$$

und das Moment in der Mitte der Seite l

$$M_l = \frac{p \,.\, l^2}{8} - \frac{1}{12} \cdot p \cdot \frac{l^3 + b^3}{l + b}$$

bezw. in der Mitte der Seite b

$$M_b = \frac{p \,.\, b^2}{8} - \frac{1}{12} \cdot p \cdot \frac{l^3 + b^3}{l + b}.$$

Diese Formeln sind unter der Voraussetzung abgeleitet, daß beide Wände gleich stark sind, und der Widerstand, den die anschließenden Zellenwände der Deformation entgegensetzen, vernachlässigt wird.

Versuche über die bei Silozellen wirksamen Wand- und Bodendrücke wurden ausgeführt von *Prante,* »Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure« 1896, Seite 1122, ferner von *J. Pleißner,* »Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure« 1906, Nr. 25 und 26. Die *Pleißner*schen Versuche sind besonders wertvoll, weil sie sehr umfangreich und an Silos von gebräuchlichen Abmessungen angestellt sind. Als Füllmaterial wurden verschiedene Getreidearten verwendet und es konnte zunächst infolge der festen Lagerung in den Zellen ein größeres spezifisches Gewicht festgestellt werden, als z. B. dem Gewicht eines Hektoliters entspricht, so stieg das spezifische Gewicht des Weizens von 790 kg auf 846 kg/cbm. Boden- und Seitendrücke wurden durch genaue Messung der Durchbiegungen hölzerner Verschlußbretter ermittelt, nachdem andere Meßversuche fehlgeschlagen waren.

Die *Pleißner*schen Messungen ergaben eine sehr befriedigende Bestätigung der oben entwickelten Theorie und der hierfür aufgestellten Formeln für p und q. Rechnet man nämlich nach diesen Formeln für die gemessenen Drücke p und q die entsprechenden Werte der Reibungswinkel φ und φ_1, dann erhält man folgendes:

Bei Weizen im großen Brettsilo von 2,51 auf 2,90 m Zellenquerschnitt im Ruhezustand

Tiefe x	Gemessene Drücke		Gerechnete Winkel	
	p	q	φ	φ_1
2,7 m	500 kg/qm	1610 kg/qm	31° 40′	28° 20′
5,4 „	740 „	2490 „	32° 40′	28° 20′
8,1 „	910 „	3100 „	33°	27°

Die Werte von φ und φ_1 bleiben also ziemlich konstant, wie es in unseren Formeln vorausgesetzt ist, oder mit anderen Worten: bei richtig gewählten Werten φ und φ_1 geben die Formeln für p und q zutreffende Resultate. Gleiche Verhältnisse ergaben sich auch bei den anderen Silos. Dies gilt zunächst nur für ruhende Belastung, denn die allerdings unzuverlässigen Messungen ergaben Wechsel in den Drücken, wenn der Auslaufschieber unten geöffnet wurde. Außer Abnahmen wurden Steigerungen bis zum Anderthalbfachen des Druckes bei ruhendem Inhalt gefunden. Diesen Steigerungen kann man beim Entwerfen durch kleinere Winkel φ und φ_1 Rechnung tragen. Außerdem ergibt sich ein weiterer Sicherheitsfaktor aus dem Umstande, daß die angegebenen Drücke sich für die Mitten der Seitenflächen verstehen, während sie gegen die Ecken hin ziemlich abnahmen, gleichwohl nimmt man sie aber bei der Berechnung gleich stark auf dem ganzen Umfang an. Rechnet man mit den auf Seite 327 für Weizen angegebenen Werten von $\varphi = 25^0$, $\operatorname{tg} \varphi_1 = 0{,}3$, so erhält man z. B. für den großen »Brettsilo«

Tiefe	Berechnet	Gemessen
$x = 2{,}7$ m	$p =$ 720 kg/qm	500 kg/qm
	$q =$ 1770 „	1610 „
$x = 5{,}4$ „	$p =$ 1160 „	740 „
	$q =$ 2860 „	2490 „
$x = 8{,}1$ „	$p =$ 1430 „	915 „
	$q =$ 3520 „	3100 „

Man würde also nach den genauen Formeln für p noch mindestens eine $1\frac{1}{2}$fache Sicherheit haben, womit der Vermehrung des Seitendrucks im Augenblick des Entleerens genügend Rechnung getragen ist. Namentlich gilt dies dann, wenn man im oberen Teil nach der Erddruckformel, im unteren einfach mit p_{max} rechnet.

Weitere Beispiele der Anwendung des Eisenbetons.

Tunnel bei Wasserburg a. Inn. Dieser Tunnel führt durch einen 17 m hohen Straßendamm und schneidet ihn unter einem ziemlich spitzen Winkel. Die Eiseneinlagen des Tunnels wurden in Form von ⊔- und ⊔-Eisen, zu ganzen Gitterrahmen zusammengenietet, ver-

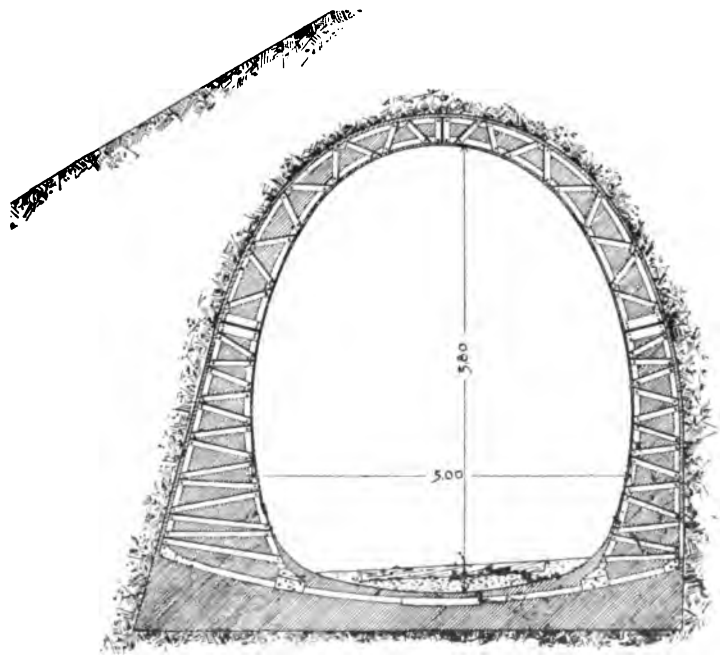


Abb. 344. Eisenbahntunnel für die Kgl. Bayer. Staatseisenbahnen bei Wasserburg a. Inn.

wendet und dienten zugleich als Lehrgerüst, zur provisorischen Ausbolzung und zur Armierung des fertigen Betontunnels an Stelle der sonst üblichen Rundeisen. Über die als Rüstung dienende Armierung wurde eine 4 cm starke Schalung vorgetrieben und das Tunnelprofil von Meter zu Meter mit senkrechten Stirnschalungen, welche nach dem Ausgangspunkt versteift waren, ausgehoben. Die eisernen Gitterrahmen wurden innen mit einer Holzversprießung versehen, um den großen und einseitigen Druck der Erdmassen aufnehmen zu können. Nach Ausbetonierung und Erhärtung der einzelnen Ringe wurde der Holzeinbau wieder entfernt.

Verladerampe aus Eisenbeton. Die in Abbildung 345 dargestellte Verladerampe auf dem Bahnhof Straßburg-Neudorf ist nach dem Prinzip der winkelförmigen Stützmauer konstruiert. Die vertikale Wand

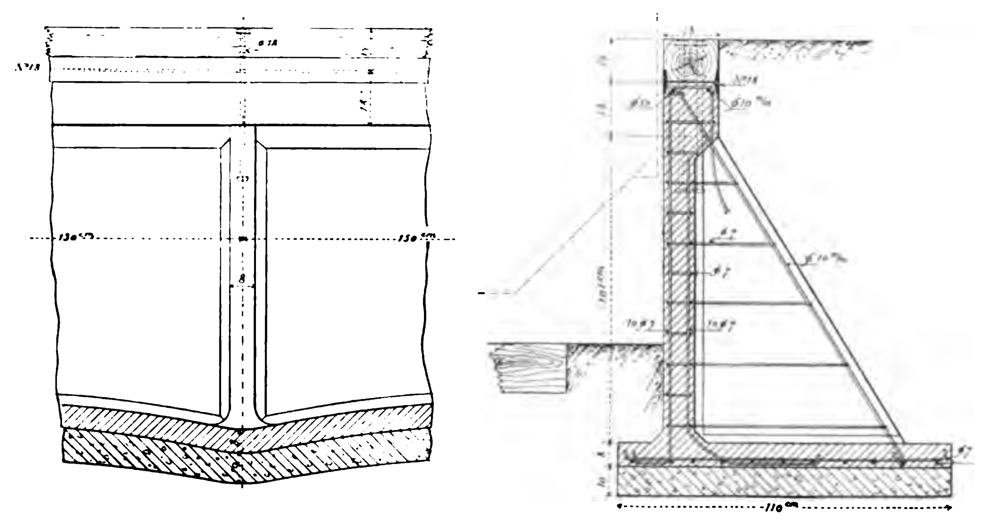


Abb. 345. **Verladerampe auf dem Bahnhof Straßburg-Neudorf.**

ist zwischen die Querrippen gespannt, diese sind in der Grundplatte verankert, welche nach oben gewölbt ausgeführt ist, damit sie ohne Biegungsbeanspruchung die Last der darüber befindlichen Erdauffüllung auf die Querrippen übertragen kann. In Abständen von etwa 10 m sind durchgehende Fugen angeordnet.

Kühlturm aus Eisenbeton. Die für Rückkühlanlagen gewöhnlich angewendeten Holztürme werden bei großen Abmessungen zweckmäßig durch armierten Beton ersetzt. Abgesehen von der Dauerhaftigkeit ergibt sich noch der Vorzug, daß alle Absteifungen wegfallen. Der für das Stahlwerk Differdingen errichtete 35 m hohe Turm (Abbildung 346 und 347) besteht aus einem zylindrischen Unterbau von 16 m Durchmesser, auf diesen folgt eine Kuppel, welche den oberen

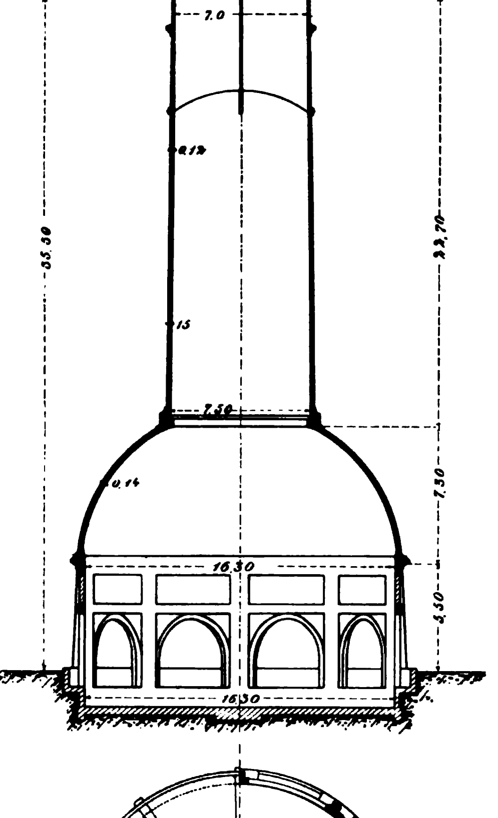
Zylinder von 7 m Durchmesser trägt. Die Konstruktion war nur für ihr eigenes Gewicht und Winddruck zu berechnen.

Röhren aus armiertem Beton sind für Leitungen, welche inneren Druck auszuhalten haben, sehr zweckmäßig. An den Stößen werden die Eisenbetonröhren durch außen angebrachte Bandagen aus



Abb. 346. **Kühlturm im Stahlwerk Differdingen.**

Zementmörtel mit Eiseneinlagen gedichtet. In Verbindung mit diesen Bandagen erhalten die an sich dünnen Röhren auch eine große Widerstandsfähigkeit gegen von außen wirkende Kräfte. Die armierten Röhren eignen sich besonders für Turbinenleitungen, und können bis zu 20 m innerem Wasserdruck leicht geliefert werden. Auf dem Münchener Lagerplatz der Firma *Wayß & Freytag* sind einige Proberöhren jahrelang einem Druck von 3 at ausgesetzt worden, und es zeigten sich bei einer rechnungsmäßigen Beanspruchung der eingelegten Eisen-



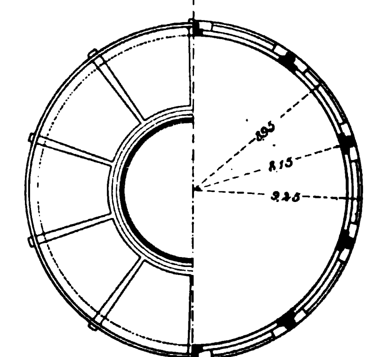


Abb. 347. Kühlturm aus Eisenbeton im Stahlwerk Differdingen.

drähte von 1700—1800 kg/qcm keine Risse und Undichtheiten. Die zulässige Beanspruchung der Eiseneinlagen der Röhren für inneren Druck wählt man nicht über 600 kg/qcm.

Wir schließen hiermit die Anwendungen des Eisenbetons, die keinen Anspruch auf Vollständigkeit erheben sollen. Als wichtige Gebiete, welche sich dem armierten Beton noch kaum erschlossen haben, führen wir den Bau von Wehren und Talsperren an, für welche sich mit der neuen Bauweise sicher zweckmäßige und wirtschaftliche Konstruktionen finden lassen.

Für die Berechnung der Konstruktionen aus armiertem Beton liegen die Verhältnisse meist nicht so einfach, wie bei den Eisenkonstruktionen, namentlich sind die äußeren Kraftwirkungen oft nicht mit der wünschenswerten Sicherheit zu ermitteln. Deshalb ist es nötig, nicht nur die einzelnen Projekte mit Rücksicht auf alle besonderen Verhältnisse rechnerisch durchzuarbeiten, sondern auch alle möglichen Abweichungen gegen gemachte Annahmen in Betracht zu ziehen und ihnen beim Entwerfen der Eiseneinlagen Rechnung zu tragen. Die Eisenbetonbauten erfordern daher zu ihrer Projektierung Ingenieure, die gründlich statisch durchgebildet sind, über genügende Erfahrung und konstruktives Geschick verfügen, um in jedem Fall das Richtige zu treffen.

Aber auch die Ausführung der Eisenbetonkonstruktionen erfordert Sachkenntnis und große Sorgfalt, die nicht von jedem beliebigen Unter-

nehmer erwartet werden kann. Sie ist in gewissem Sinne eine Vertrauenssache, zu der nur Spezialfirmen berufen werden sollten. Die größeren Unfälle der letzten Jahre haben auch deutlich gezeigt, daß die Ausführung nicht von der Projektbearbeitung getrennt werden sollte. Nur wenn beides in einer Unternehmung vereinigt ist, kann das richtige Verständnis für die statischen Verhältnisse während der Ausführung vorausgesetzt werden, und es wird dies umso nötiger sein, je mehr sich eine Konstruktion von den normalen Fällen eines »Systems« entfernt.

Von jeher bestrebt, unsere Konstruktionen auf eine wissenschaftliche Grundlage zu stellen, haben wir nie den Ehrgeiz besessen, sie in ein bestimmtes »System« zu kleiden, in der klaren Erkenntnis, daß jedes »System« die Weiterentwicklung hindert. Auch der mehr oder weniger weitgehende patentamtliche Schutz, den die »Systeme« in den verschiedenen Ländern finden, ist hier zu beachten. Je weniger Patente auf unwesentliche Einzelheiten erteilt werden (wie es in Deutschland der Fall ist), umso rascher werden allgemeine und wissenschaftliche Gesichtspunkte Beachtung finden.

In den nächsten Jahren werden die in verschiedenen Ländern zum Studium des Eisenbetons eingesetzten wissenschaftlichen Kommissionen viel neues Versuchsmaterial liefern, das manche Aufklärung über heute noch unsichere Fragen geben wird. Neben der in dieser Richtung in Deutschland tätigen Eisenbetonkommission der Jubiläumsstiftung der Deutschen Industrie ist neuerdings auch der große Deutsche Ausschuß für Eisenbeton in Tätigkeit getreten, dem von der Regierung reichliche Mittel zur Verfügung gestellt sind. In seinem Arbeitsplan ist die Lösung der wichtigsten Fragen vorgesehen. Durch gemeinsame Arbeit von mehreren Materialprüfungsanstalten ist die Gewähr geboten, daß Ergebnisse in verhältnismäßig kurzer Zeit erwartet werden dürfen.

Anhang.

Vorläufige Leitsätze für die Vorbereitung, Ausführung und Prüfung von Eisenbetonbauten.

Aufgestellt vom Verbande deutscher Architekten- und Ingenieur-Vereine und dem Deutschen Beton-Verein im Jahr 1904.

I. Allgemeines.

Die Leitsätze beziehen sich auf Bauten oder Bauteile aus Beton mit beliebig geformten Eiseneinlagen, bei welchen beide Konstruktionselemente für die Lastübertragung zu gemeinsamer statischer Wirkung gelangen*).

II. Bauvorbereitung.

Für Eisenbetonbauten sind an Bauvorlagen in der Regel erforderlich:

1. Zeichnungen, welche die Anordnung im ganzen und im einzelnen klarstellen,
2. statische Berechnungen, welche die Belastungsannahmen und den Nachweis der hinreichenden Sicherheit der Konstruktion in übersichtlicher und prüfbarer Form enthalten,
3. Angaben über die Herkunft, die Beschaffenheit und die Zusammensetzung der zur Verwendung bestimmten Materialien,
4. Angaben über die Zugfestigkeit der Eiseneinlagen sowie über die gewährleistete Druckfestigkeit (Würfelfestigkeit) des Betons,
5. Erläuterungen, z. B. zu schwierigen Konstruktionen, zum Baufortgang u. dergl.

Diese Bauvorlagen sind außer von den Verfassern spätestens vor Baubeginn auch von demjenigen Unternehmer zu unterschreiben, welcher die Ausführung des Eisenbetonbaues unmittelbar übernimmt.

Durch die Zulassung der Bauausführung seitens der zuständigen Behörde wird der Unternehmer in keiner Weise von seiner vollen Verantwortung für Entwurf und Ausführung entbunden.

III. Prüfung der Bauvorlagen.

Da es zur Zeit noch an einer allgemein anerkannten Theorie für die Berechnung der Eisenbetonbauten fehlt, wird empfohlen, bis auf weiteres die Entwürfe für Eisen-

*) Sinngemäße Anwendung finden die Leitsätze auch auf den Steinbau mit Eiseneinlagen, bei welchem das eingemörtelte Eisen die Zug- oder Biegungsspannungen aufzunehmen hat.

betonbauten unter Zugrundlegung der im Anhang gegebenen und durch Beispiele erläuterten angenäherten Berechnungsweise zu prüfen.

IV. Bauausführung.

A. Bauleitung und Bauarbeiter.

Der Unternehmer von Eisenbetonbauten darf die unmittelbare Leitung derartiger Bauten nur solchen Personen übertragen, welche diese Bauart gründlich kennen.

Zur Ausführung müssen geschulte Arbeiter unter dauernder Aufsicht vollständig mit der Bauweise vertrauter Techniker oder zuverlässiger Vorarbeiter verwendet werden.

Auf Anfordern des Bauherrn oder der zuständigen Behörde ist der Unternehmer verpflichtet, nachzuweisen, daß die mit der Leitung und Beaufsichtigung betrauten Personen bei Ausführung von Eisenbetonbauten schon mit Erfolg tätig gewesen sind.

B. Material und seine Verarbeitung.

1. Eiseneinlagen.

Vor der Verwendung ist das Eisen von Schmutz und Fett sowie von losem Rost zu befreien.

Es wird empfohlen, die auf Zug beanspruchten Eiseneinlagen an den freien Enden umzubiegen oder derart zu gestalten, daß dadurch ein Gleiten der Eisen im Beton erschwert wird.

Schweißstellen sind möglichst zu vermeiden, jedenfalls sollen sie nicht an den gefährlichen Stellen liegen.

Das Einlegen der Eisen muß derart erfolgen, daß ihre planmäßige Lage möglichst genau innegehalten wird und daß ein vollständiges Umschließen der Eiseneinlagen durch den Beton erzielt werden kann.

Die Deckung der Eisenstäbe, d. i. der Abstand der Oberfläche des Eisens von der Außenfläche des Betons, soll in der Regel nicht weniger als 1 cm betragen. Bei geringerer Stabdicke als 1 cm kann die Stärke der Deckung bis auf 0,5 cm ermäßigt werden, wenn später Putz aufgetragen wird.

2. Zement.

Es darf nur anerkannt guter und den für Portlandzement geltenden Normen entsprechender Zement verwendet werden.

3. Sand, Kies und sonstige Zuschläge.

Sand, Kies und sonstige Zuschläge müssen zur Betonbereitung geeignet sein (vergl. hierzu II 4 und V A 4).

Das Korn der Zuschläge darf nur so grob sein, daß die Verarbeitung des Betons zwischen den Eiseneinlagen und zwischen Schalung und Eiseneinlagen noch mit Sicherheit stattfinden kann.

Saure*) Schlacke darf als Zuschlag nur verwendet werden, wenn ihre Unschädlichkeit nachgewiesen wird.

4. Beton.

Der Beton soll in der Regel nach 28tägiger Erhärtung unter normalen Witterungsverhältnissen in Würfeln von 30 cm Seitenlänge eine Druckfestigkeit von 180 bis 200 kg/qcm besitzen.

*) Probe mit Lackmuspapier in der Regel genügend.

Er muß so weich verarbeitet werden, daß eine vollständig dichte Umschließung der Eiseneinlagen durch den Mörtel des Betons erzielt wird.

Der im Beton enthaltene Mörtel darf bei Verwendung eines gemischtkörnigen Sandes bis 7 mm Korngröße nicht magerer als 1 : 3 sein. Zuschläge von Kiessteinen oder harten Steingeschlägen passender Größe dürfen bis zu gleichen Teilen wie Sand beigegeben werden.

Das Zubereiten des Betons muß derart erfolgen, daß die Menge der einzelnen Bestandteile jederzeit kontrolliert werden kann. Sofern die Mischung des Betons nach Raumteilen (d. h. durch Messung) erfolgt, gilt als Voraussetzung, daß der Zement ohne Fall in das Maßgefäß eingeschüttet (nicht eingerüttelt) wird.

Zur Umrechnung von Raumteilen auf Gewichtsteile ist das Kubikmeter Portlandzement zu 1400 kg Gewicht anzunehmen.

C. Schalung und Stützung. Ausrüstungsfristen.

Die Schalungen müssen so stark sein, auch so fest verbunden und unterstützt werden, daß eine genaue Herstellung der Bauteile in den beabsichtigten Formen gewährleistet ist.

Sie müssen auch ein Einstampfen des Betons in dünnen Schichten ermöglichen und leicht und gefahrlos unter Belassung der etwa noch notwendigen Stützung entfernt werden können.

Die Fristen, welche zwischen der Beendigung des Einstampfens und dem Ausrüsten (d. i. Entfernung von Schalung und Stützung) liegen müssen, sind von der jeweiligen Witterung, von der Stützweite und dem Eigengewicht der Bauteile abhängig. Die seitliche Schalung von Balken und Stützen sowie die Schalung von Deckenplatten kleinerer Abmessungen kann schon nach genügender Erhärtung des Betons, d. h. nach wenigen Tagen, entfernt werden, während die Stützung der Balken nie vor Ablauf von 14 Tagen beseitigt werden darf. Bei größeren Stützweiten und Querschnittsabmessungen sind unter Umständen Fristen von 4—6 Wochen erforderlich.

Bei mehrgeschossigen Gebäuden darf die Stützung der untenliegenden Decken erst entfernt werden, wenn die Erhärtung der Decken so weit vorgeschritten ist, daß deren Tragfähigkeit zur Aufnahme der vorhandenen Auflast ausreicht.

Tritt während der Erhärtungsdauer Frost ein, so sind die Ausrüstungsfristen mindestens noch um die Dauer der Frostperiode zu verlängern.

D. Schutz der Bauteile.

Die Eisenbetonkonstruktionen müssen sofort nach Beendigung des Stampfens in geeigneter Weise gegen Beschädigungen sowie gegen Einwirkungen geschützt werden, welche auf die Erlangung einer ausreichenden Tragfähigkeit von nachteiligem Einfluß sein könnten. Auch ist dafür Sorge zu tragen, daß die Konstruktionen nach Erlangung ihrer Tragfähigkeit nicht durch Vornahmen irgend welcher Art geschwächt werden, z. B. durch Einstemmen von Löchern und Schlitzen für Rohrleitungen u. dergl. an ungeeigneter Stelle.

V. Beaufsichtigung und Prüfung der Bauausführung.

A. Prüfung während der Ausführung.

In der Regel muß sich die Prüfung erstrecken:

1. auf die sachgemäße Ausführung der Schalung und Stützung,
2. auf die planmäßige Verwendung, Anordnung und Stärke der Eiseneinlagen,
3. auf die Verwendung der richtigen Betonmischung,

4. auf die Feststellung, daß die verwendeten Materialien die vom Unternehmer angegebene Festigkeit besitzen (vergl. unter II 4). Die Feststellung kann z. B. erfolgen durch die Prüfung auf der Druckpresse, von Betonwürfeln mit 30 cm Seitenlänge, zu deren Herstellung der an der Baustelle zur Verwendung kommende Beton zu nehmen ist, oder durch Beibringung der Prüfungszeugnisse über Festigkeitsproben, welche mit Teilen des Baumateriales in einer Versuchsanstalt stattgefunden haben.

Unter Umständen kann die Prüfung auch durch Ausführung eines Probebauteiles (z. B. eines Plattenbalkens) und Belastung desselben bis zum Bruch nach Ablauf einer Erhärtungsfrist von 28 Tagen erfolgen, wobei die Einsenkungen im Verlauf der Probebelastung möglichst genau zu ermitteln sind.

B. Prüfung nach Beendigung der Ausführung.

Die Prüfung hat sich zu erstrecken:

1. auf die Feststellung ausreichender Erhärtung der Bauteile vor ihrer Ausrüstung,
2. auf die Feststellung, ob sämtliche Bauteile nach dem Ausrüsten unversehrt sind,
3. auf die Feststellung, daß die rechnungsmäßigen Konstruktionsstärken vorhanden sind, durch Stichproben (z. B. durch Herstellung einzelner Löcher in einzelnen Decken),
4. unter Umständen auch auf die Vornahme von Belastungsproben.

Derartige Proben sind stets vorzunehmen, wenn begründeter Verdacht vorhanden ist, daß Bauteile nicht einwandfrei hergestellt oder daß sie durch Einflüsse irgend welcher Art in ihrer Tragfähigkeit beeinträchtigt sind.

Belastungsproben dürfen erst nach 45tägiger Erhärtung des Betons stattfinden.

Bei Probebelastung von Deckenplatten und Balken soll, wenn mit g das Eigengewicht und mit p die gleichförmig verteilte Nutzlast bezeichnet wird, bei Belastung des ganzen Feldes und bei Nutzlasten bis zu 1000 kg/qm die aufzubringende Last den Wert von $0{,}8\,g + 1{,}8\,p$ nicht übersteigen.

Bei höheren Nutzlasten als 1000 kg/qm sind die Probelasten entsprechend herabzumindern.

Die derart belasteten Bauteile können als ausreichend sicher dann angesehen werden, wenn nennenswerte bleibende Formänderungen nicht entstanden sind.

Auf eine möglichst genaue Ermittlung der Einsenkungen des Bauteiles in den einzelnen Abschnitten der Belastungsprobe ist Gewicht zu legen.

C. Pflichten des Unternehmers.

Der Unternehmer muß gewärtig sein und ist verpflichtet, auf Erfordern des Bauherrn oder der zuständigen Behörde den Nachweis für die Richtigkeit seiner Angaben und für die Güte seiner Bauausführung durch die vorstehend unter VA 4, VB 3 und VB 4 bezeichneten Veranstaltungen zu führen.

Die hierfür aufzuwendenden Kosten müssen in angemessenem Verhältnis zu den Gesamtkosten der Bauausführung stehen.

VI. Ausnahme-Bestimmung.

Abweichungen von den in vorstehenden Leitsätzen gegebenen Regeln sind zulässig, sobald sie durch eingehende Versuche, durch die an vorhandenen Bauten gesammelten Erfahrungen oder durch Urteile maßgebender Persönlichkeiten ausreichend begründet werden können.

Anhang zu vorstehenden Leitsätzen
betreffend die bei der Prüfung von Eisenbetonbauten anzuwendende Berechnungsweise.

I. Grundlagen für die Berechnung.

A. Äufsere Kraftwirkungen.

1. Lasten.

Es sind zu unterscheiden:

a) das Eigengewicht des Eisenbetons, welches mit dem Durchschnittswert von 2400 kg/cbm anzunehmen ist, sofern nicht geringeres Gewicht nachgewiesen wird,

b) die übrige ständige Belastung,

c) die Nutz- oder Verkehrslast.

2. Lagerdrücke, Momente, Querkräfte.

a) Für die Berechnung der Lagerdrücke, Momente und Querkräfte sind die Regeln der Statik und Elastizitätslehre maßgebend.

b) Um die Grenzwerte zu erhalten, ist die ungünstigste Verteilung und Stellung der Nutz- oder Verkehrslast in Betracht zu ziehen.

c) Etwaige Stoßwirkungen können durch die sonst üblichen Zuschläge zu den Verkehrslasten berücksichtigt werden.

d) Als Stützweite ist in Rechnung zu stellen:

1. bei Balken die Entfernung der Auflagermitten.

   Sofern der Berechnung nicht andere Annahmen zu Grunde gelegt werden müssen:

2. bei frei aufliegenden Deckenplatten die Freilänge der Deckenplatten zuzüglich der Plattendicke in der Mitte,
3. bei kontinuierlichen Platten die Entfernung von Mitte bis Mitte der Balken.

e) Sofern für Einspannung und Kontinuität von Deckenplatten und Balken die erforderlichen Voraussetzungen vorhanden sind, müssen die an den Auflagern auftretenden Biegungsmomente bei Bemessung der Auflagerquerschnitte durch Anordnung der Eiseneinlagen nahe der gezogenen Oberfläche berücksichtigt werden.

Wird für kontinuierliche Balken oder Platten eine Berechnung auf Kontinuität nicht durchgeführt, oder bei letzteren eine Einspannung zwischen Trägern oder Mauern nicht nachgewiesen, so dürfen bei gleicher Feldweite und gleichförmig verteilter Last die Momente über den Auflagern nicht kleiner als $\frac{p l^2}{8}$ und in Feldmitte nicht kleiner als $\frac{p l^2}{10}$ angenommen werden. Bei ungleicher Feldweite bezieht sich $\frac{p l^2}{8}$ für das Stützenmoment auf die größte Feldweite.

Eine Einspannung von Balkenenden in Mauern ist in den wenigsten Fällen vorhanden und soll daher unberücksichtigt bleiben, sofern nicht besondere konstruktive Anordnungen eine Einspannung der Enden gewährleisten. In diesem Falle ist die Möglichkeit der Einspannung durch Rechnung nachzuweisen.

f) Bei Berechnung von Stützen ist die Möglichkeit exzentrischer Belastung in Betracht zu ziehen.

B. Innere Kraftwirkungen.

a) Die inneren Kräfte und Spannungen im Beton werden ermittelt unter der Voraussetzung homogenen Materials. Der Elastizitätsmodul des Betons auf Druck E_b wird als konstant derart angenommen, daß das Verhältnis des Elasti-

zitätsmoduls des Eisens zu dem des Betons $E_e : E_b = n = 15$ wird, so daß demnach die Eisenquerschnitte mit dem 15fachen ihres wirklichen Wertes in Rechnung zu stellen sind.

b) Die Ermittlung der inneren Kräfte und Spannungen des auf Zug beanspruchten Eisens erfolgt unter der Voraussetzung, daß die auftretenden Zugspannungen sämtlich vom Eisen aufgenommen werden müssen, die Zugfestigkeit des Betons somit außer Betracht bleibt.

c) Das auf Druck beanspruchte Eisen wird mit dem 15fachen seines Querschnittes in die Rechnung eingeführt. Die Knickgefahr ist zu berücksichtigen.

C. Zulässige Spannungen.

a) Die zulässige Beanspruchung richtet sich nach der Bruchfestigkeit der zur Verwendung gelangenden Materialien und nach der Berechnungsart.

b) In der Voraussetzung, daß der verwendete Beton nach 28tägiger Erhärtung eine Druckfestigkeit von 180—200 kg/qcm und das Eisen eine Zugfestigkeit von 3800 bis 4000 kg/qcm besitzt, sollen bei Anwendung der im folgenden gegebenen Annäherungsrechnung die nachstehenden Spannungswerte nicht überschritten werden:

bei Beton	auf	Druck bei Biegung	40	kg/qcm,
»	»	» unmittelbaren Druck . . .	35	»
»	»	» Schub bei Biegung	4,5	» *)
»	»	» Adhäsion	7,5	»
» Eisen	»	Zug	1000	»

Für Beton von höherer Druckfestigkeit sind entsprechend höhere Spannungswerte für Druck zulässig, bis zu 50 kg/qcm. Gleiches gilt von Eisen mit höherer Zugfestigkeit.

II. Annäherungsrechnung.

A. Einfache Biegung.

1. Rechteckiger Querschnitt. Platten.

a) Mit einfacher Eiseneinlage. Es bedeute:

F_e = Querschnitt der auf die Plattenbreite b (in Zentimetern) entfallenden gezogenen Eiseneinlagen in Quadratzentimetern,

h = Nutzhöhe, $n = \frac{E_e}{E_b} = 15$,

M = Moment der äußeren Kräfte in Zentimeterkilogramm,

V = Querkraft des betreffenden Querschnittes in Kilogramm.

Dann ist nach Abbildung 1: die Entfernung der neutralen Schicht vom oberen Rand

$$x = \frac{n F_e}{b}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 b h}{n . F_e}}\right],$$

die Beanspruchung des Betons $\sigma_b = \frac{2 M}{b x (h - x/3)}$,

die Beanspruchung des Eisens $\sigma_e = \frac{M}{F_e (h - x/3)}$,

die Schubspannung . . . . $\tau_0 = \frac{V}{b (h - x/3)}$,

*) Sofern sich bei Deckenplatten und Balken eine höhere Schubspannung als die zulässige von 4,5 kg/qcm ergibt, ist mit Rücksicht auf die unter 45° geneigten, in der Nähe der Auflager auftretenden Zugspannungen, welche der Schubspannung gleichgesetzt werden können, ein Teil der unteren Eiseneinlagen daselbst in geneigter Richtung nach oben abzubiegen und in der Druckzone zu verankern. Die Zahl der abzubiegenden Eisen bestimmt sich daraus, daß sie die über 4,5 kg/qcm hinausgehenden geneigten Zugspannungen aufzunehmen haben.

Mit Rücksicht auf die bessere Übertragung der Schubkräfte aus dem Balkensteg in die Deckenplatte wird empfohlen, bei Plattenbalken den Übergang mit einer Ausrundung oder Abschrägung zu versehen.

die Adhäsionsspannung der in dem betreffenden Querschnitt hierfür in Betracht kommenden Eiseneinlagen

$$\tau_1 = \frac{b\,\tau_0}{\text{Umfang der Eiseneinlagen}}.$$

Eine Berechnung der Schub- und Adhäsionsspannungen ist bei einfachen Platten in der Regel entbehrlich.

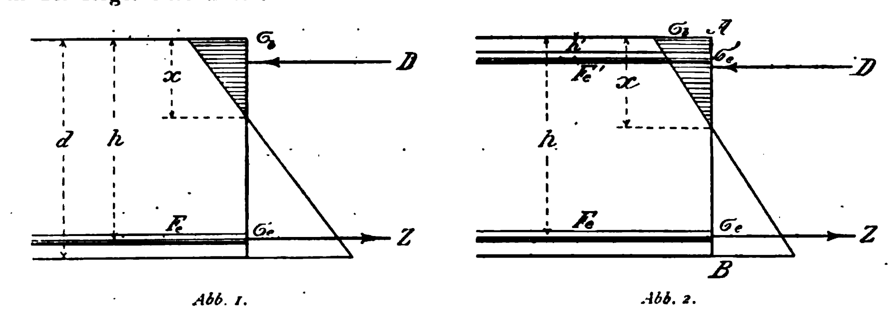


Abb. 1. Abb. 2.

b) Mit doppelter Eiseneinlage. Mit den Bezeichnungen der Abbildung 2 ergibt sich der Abstand x der neutralen Schicht aus der quadratischen Gleichung:

$$x^2 + 2\,x\,n\,\frac{F_e + F_e'}{b} = \frac{2\,n}{b}\,(h \,.\, F_e + h' \,.\, F_e').$$

Ist hieraus x ermittelt, so folgt als Druckspannung des Betons

$$\sigma_b = \frac{6 \,.\, M \,.\, x}{b\,x^2\,(3\,h - x) + 6\,F_e' \,.\, n\,(x - h')\,(h - h)},$$

als Zugspannung der unteren Eiseneinlage

$$\sigma_e = \frac{\sigma_b\,(h - x)\,n}{x},$$

als Druckspannung der oberen Eiseneinlage

$$\sigma'_e = \frac{\sigma_b\,(x - h') \,.\, n}{x}.$$

2. T-förmiger Querschnitt. Plattenbalken.

Die wirksame Plattenbreite b ist mit $b < {}^1/_3\, l$ anzunehmen, worin l die Stützweite des Balkens bedeutet; b darf aber hierbei nicht größer sein als der Trägerabstand.

Zu unterscheiden sind zwei Fälle:

a) $x < d$ (vergl. Abbildung 3).

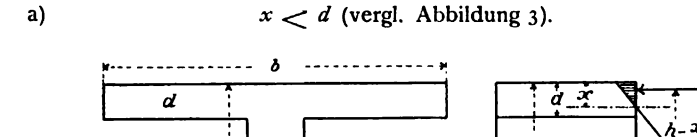


Abb. 3 a und b.

Die unter A_{1a} gegebenen Formeln sind auch hier gültig. Zu berechnen sind unter Umständen die Schubspannungen im Steg und die Adhäsionsspannungen an den am Auflager noch vorhandenen Eiseneinlagen. Diese sind

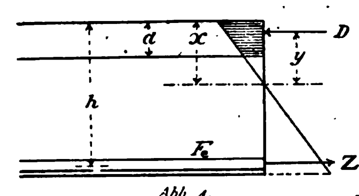


Abb. 4.

$$\tau_0 = \frac{V}{b_0 (h - x/3)},$$

$$\tau_1 = \frac{b_0 \tau_0}{\text{Umfang der Eiseneinlagen}}.$$

b) $x > d$ (vergl. Abbildung 4).

Unter der Vernachlässigung der geringen Druckspannungen im Steg ergibt sich:

$$x = \frac{2 n h F_e + b d^2}{2 (n F_e + b d)} \text{ und } y = x - \frac{d}{2} + \frac{d^2}{6 (2 x - d)}$$

$$\sigma_e = \frac{M}{F_e (h - x + y)} \text{ und } \sigma_b = \frac{\sigma_e x}{n (h - x)}.$$

B. Druck.

Die Eiseneinlagen der Stützen müssen mindestens 0,8% des Gesamtquerschnittes betragen. Die auf Druck beanspruchten Eiseneinlagen sind durch Querverbindungen (in der Regel Rundeisen) gegen Ausknicken zu sichern. Der Abstand der Querverbindungen soll nicht größer sein als die Säulendicke.

1. Stützen ohne Knickgefahr.

a) Zentrischer Druck.

Wenn F_b den Querschnitt des Betonkörpers bedeutet, so wird die zulässige Belastung

$$P = \sigma_b (F_b + n F_e), \text{ worin } n = 15.$$

$$\text{Ferner ist } \sigma_b = \frac{P}{F_b + n F_e}, \ \sigma_e = \frac{P}{F_e + \frac{F_b}{n}} = n \cdot \sigma_b.$$

b) Exzentrischer Druck (Biegung mit Axialkraft).

Die Berechnung kann in der gleichen Weise erfolgen wie für Querschnitte aus homogenem Material, dabei ist jedoch in den Ausdrücken für Querschnittsfläche und Trägheitsmoment der Querschnitt der Eiseneinlagen mit dem $n = 15$fachen seines Wertes zu dem Betonquerschnitt hinzuzurechnen. Treten Zugspannungen auf, so muß das auf der Zugseite gelegene Eisen auch im stande sein, diese aufzunehmen.

Knickgefahr ist nicht vorhanden, solange die Stützen mindestens folgende Abmessungen erhalten:

Beanspruchung des Betons in kg/qcm	Geringster Durchmesser bei runden Säulen in Bruchteilen der Stützlänge	Geringste Länge der kurzen Seite bei rechteckigem Querschnitt in Bruchteilen der Stützlänge
30	1/18	1/21
35	1/17	1/20
40	1/16	1/19
45	1/15	1/18
50	1/14	1/17

Da genügende Versuche über die Knickfestigkeit noch fehlen, sollten geringere Querschnittsabmessungen, als vorstehend angegeben, nicht ausgeführt werden.

III. Beispiele zu der Annäherungsrechnung für einige einfache Fälle.

A. Einfache Biegung.

1. Platten.

a) Frei aufliegende Platten mit einfachen Eiseneinlagen.

Lichte Weite = 2,00 m
Plattendicke = 0,15 »
Stützweite = 2,15 m

Die Nutzlast beträgt $p = 1000$ kg/qm, das Eigengewicht ist $g = 0,15 \cdot 2400 = 360$ kg, also die Gesamtlast $q = 1360$ kg/qm und das Moment für 1 m Breite (vergl. Abbildung 1 und 5).

$$M = 1360 \cdot \frac{2,15^2}{8} \cdot 100 = 78\,583 \text{ cmkg.}$$

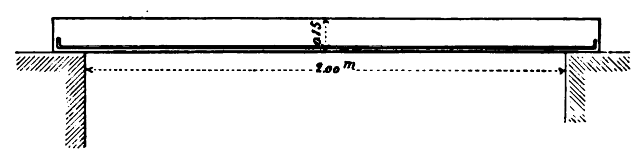


Abb. 5.

Auf 1 m Breite sind unten eingelegt 9 Rundeisen von 10 mm Durchmesser mit $F_e = 7,07$ qcm. Für $h = 13,5$, $n = 15$ und $b = 100$ ergibt sich der Abstand x der neutralen Achse vom oberen Plattenrand zu:

$$x = \frac{n \cdot F_e}{b}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2\,b\,h}{n\,F_e}}\right]$$

$$= \frac{15 \cdot 7,07}{100}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 100 \cdot 13,5}{15 \cdot 7,07}}\right] = 4,39 \text{ cm;}$$

Beanspruchung des Betons

$$\sigma_b = \frac{2 \cdot M}{b \cdot x \cdot (h - x/3)} = \frac{2 \cdot 78583}{100 \cdot 4,39\left(13,5 - \frac{4,39}{3}\right)} = 29,7 \text{ kg/qcm;}$$

Beanspruchung des Eisens

$$\sigma_e = \frac{M}{F_e\,(h - x/3)} = \frac{78583}{7,07\left(13,5 - \frac{4,39}{3}\right)} = 923 \text{ kg/qcm;}$$

Die Querkraft am Auflager ist $V = \frac{1}{2} \cdot 1360 \cdot 2,0 = 1360$ kg, die Schubspannung somit

$$\tau_0 = \frac{V}{b\,(h - x/3)} = \frac{1360}{100\left(13,5 - \frac{4,39}{3}\right)} = 1,13 \text{ kg/qcm,}$$

bleibt also unter dem zulässigen Wert von 4,5 kg/qcm.

Die Adhäsionsspannung an den am Auflager vorhandenen Eiseneinlagen ist

$$\tau_1 = \frac{b \cdot \tau_0}{\text{Umfang der Eiseneinlage}} = \frac{100 \cdot 1,13}{9 \cdot 1,0 \cdot 3,14} =, 4,0 \text{ kg/qcm.}$$

b) Frei aufliegende Platte mit doppelten Eiseneinlagen.

Die Abmessungen und Belastungen der Platte seien dieselben wie im vorigen Beispiel, also

$$M = 78583 \text{ cmkg.}$$

Außer der unteren Eiseneinlage von 9 Rundeisen mit 10 mm Durchmesser sei noch eine obere Einlage vorhanden von 6 Rundeisen mit 10 mm Durchmesser. Dann ist

$F_e' = 4,71$, $h' = 1,5$ (vergl. Abbildung 2, S. 344).

Der Abstand x der neutralen Schicht vom oberen Plattenrand berechnet sich aus der quadratischen Gleichung

$$x^2 + 2\,x\,n\,\frac{F_e + F_e'}{b} = 2 \cdot \frac{n}{b}\,(h \cdot F_e + h' \cdot F_e')$$

oder

$$x^2 + 2 . x . 15 . \frac{7{,}07 + 4{,}71}{100} = 2 . \frac{15}{100} (13{,}5 . 7{,}07 + 1{,}5 . 4{,}71).$$

Somit

$$x^2 + 3{,}534\, x = 30{,}75$$

und

$$x = 4{,}05 \text{ cm}.$$

Dann ist die Druckspannung im Beton

$$\sigma_b = \frac{6 . M . x}{b . x^2 (3\, h - x) + 6\, F_e' . n\, (x - h')\, (h - h')}$$

$$= \frac{6 . 78583 . 4{,}05}{100 . 4{,}05^2 (3 . 13{,}5 - 4{,}05) + 6 . 4{,}71 . 15\, (4{,}05 - 1{,}5)\, (13{,}5 - 1{,}5)} = 26{,}25 \text{ kg/qcm},$$

die Zugspannung der unteren Eiseneinlage

$$\sigma_e = \frac{\sigma_b\, (h - x) . n}{x} = \frac{26{,}25\, (13{,}5 - 4{,}05) . 15}{4{,}05} = 918 \text{ kg/qcm}$$

und die Druckspannung in der oberen Eiseneinlage

$$\sigma_e' = \frac{\sigma_b\, (x - h') . n}{x} = \frac{26{,}25\, (4{,}05 - 1{,}5) . 15}{4{,}05} = 248 \text{ kg/qcm}.$$

Der Abstand zwischen Zug- und Druckmittelpunkt wird hier

$$= \frac{M}{F_e . \sigma_e} = \frac{78583}{7{,}07 . 918} = 12{,}1 \text{ cm},$$

also

$$\tau_0 = \frac{V}{100 . 12{,}1} = \frac{1360}{100 . 12{,}1} = 1{,}13 \text{ kg/qcm}$$

und die Adhäsionsspannung an den unteren Eiseneinlagen am Auflager

$$\tau_1 = \frac{b . \tau_0}{\text{Umfang der Eiseneinlagen}} = \frac{100 . 1{,}13}{9 . 1{,}0 . 3{,}14} = 4{,}0 \text{ kg/qcm}.$$

2. Plattenbalken.

Einfache und frei aufliegende Plattenbalken.

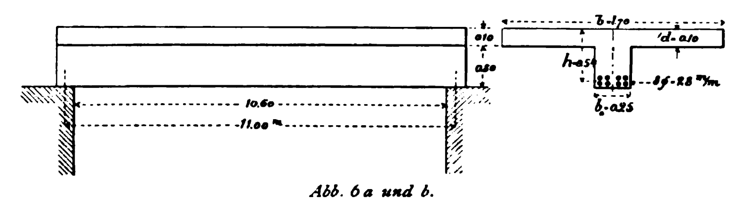


Abb. 6 a und b.

Lichtweite 10,60 m, Stützweite $l = 11{,}00$ m, Nutzlast 400 kg/qm,
Belastung für 1 laufend. m Träger: Nutzlast 400 . 1,7 = 680 kg

Asphaltbelag	30 . 1,7 =	51 »
Eigenlast	2400 (0,25 . 0,50 + 1,7 . 0,10) =	708 »
	Gleichförmige Gesamtlast q rd. =	1400 kg/m

$$M = q\, \frac{l^2}{8} = 1440 . \frac{11{,}00^2}{8} . 100 = 2\,178\,000 \text{ cmkg}.$$

Die Eiseneinlage besteht aus 8 Rundeisen von 28 mm Durchmesser mit $F_e = 49{,}26$ qcm; alsdann berechnet sich der Abstand der Neutralachse vom oberen Plattenrand (vergl. Abbildung 4, S. 345) nach der Formel

$$x = \frac{2\, n . h . F_e + b . d^2}{2\, (n\, F_e + b . d)}$$

zu

$$x = \frac{2 . 15 . 54 . 49{,}26 + 170 . 10^2}{2\, (15 . 49{,}26 + 170 . 10)} = 19{,}84 \text{ cm}$$

und

$$y = x - \frac{d}{2} + \frac{d^2}{6\,(2\,x - d)} = 19{,}84 - \frac{10}{2} + \frac{10^2}{6\,(2\,.\,19{,}84 - 10)}$$

oder

$$y = 15{,}40.$$

Dann ergibt sich schließlich

$$\sigma_e = \frac{M}{F_e\,(h - x + y)} = \frac{2\,178\,000}{49{,}26\,(54{,}0 - 19{,}84 + 15{,}40)} = 892 \text{ kg/qcm},$$

$$\sigma_b = \frac{\sigma_e\,.\,x}{n\,(h - x)} = \frac{892\,.\,19{,}84}{15\,(54 - 19{,}84)} = 34{,}5 \text{ kg/qcm}.$$

Die Querkraft erreicht am Auflager ihren größten Wert von

$$V = 1440\,.\,\frac{10{,}6}{2} = 7632 \text{ kg},$$

somit würde die Schubspannung im Beton

$$\tau_1 = \frac{V}{b_0\,(h - x + y)} = \frac{7632}{25\,(54 - 19{,}84 + 15{,}4)} = 6{,}2 \text{ kg/qcm}$$

und die Adhäsionsspannung am Auflager an den daselbst noch unten liegenden 4 Rundeisen 28 mm

$$\tau_1 = \frac{25\,.\,6{,}2}{4\,.\,3{,}14\,.\,2{,}8} = 4{,}4 \text{ kg/qcm}.$$

Die Schubspannung erreicht ihren zulässigen Wert von 4,5 kg/qcm an derjenigen Stelle, wo

$$V = \frac{7632\,.\,4{,}5}{6{,}2} = 5540 \text{ kg},$$

d. h. im Abstand

$$x = \frac{7632 - 5540}{1440} = 1{,}45 \text{ m (vergl. Abbildung 6c)},$$

und die gesamte schiefe Zugkraft Z_1, die von den abzubiegenden Eisen aufzunehmen ist, wird

$$Z_1 = \frac{145}{\sqrt{2}}\,(6{,}2 - 4{,}5)\,.\,\frac{1}{2}\,.\,25 = 2180 \text{ kg}.$$

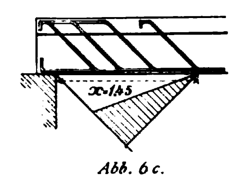


Abb. 6c.

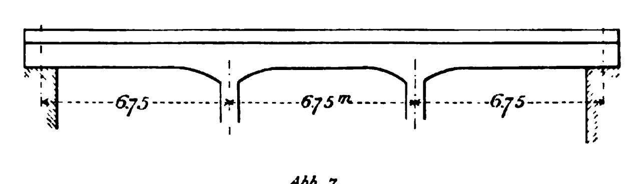


Abb. 7.

Wenn also innerhalb der Strecke von 1,45 m die 4 oberen Rundeisen von 28 mm Durchmesser abgebogen werden, so kommt auf jedes nur eine Spannung von

$$\sigma_e = \frac{2180}{4\,.\,6{,}16} = 89 \text{ kg/qcm.*)}$$

3. Kontinuierliche Plattenbalken.

Auf den laufenden m Träger (Abb. 7) sei eine ständige Belastung von $g = 2000$ kg und eine Nutzlast von $p = 3600$ kg ermittelt worden. Alsdann ergeben sich folgende Momente:

*) Die Berücksichtigung der Schubfestigkeit des Betons mit 4,5 kg/qcm bei Berechnung der abgebogenen Eisen ist nicht einwandfrei, vgl. hierüber Seite 192 und 197. Der Verfasser.

a) bei $0{,}4\ l$ der ersten Öffnung

$$M_g = +\ 0{,}080\ .\ 2000\ .\ 6{,}75^2\ .\ 100 = +\ \ 728\,960 \text{ cmkg,}$$
$$-\ M_p = -\ 0{,}020\ .\ 3600\ .\ 6{,}75^2\ .\ 100 = -\ \ 328\,032 \text{ »}$$
$$+\ M_p = +\ 0{,}100\ .\ 3600\ .\ 6{,}75^2\ .\ 100 = +\ 1\,640\,160 \text{ »}$$
$$\text{also } M_{max} = +\ 2\,369\,120 \text{ »}$$

b) über einer Mittelstütze

$$M_g = -\ 0{,}100\ \ .\ 2000\ .\ 6{,}75^2\ .\ 100 = -\ \ 911\,200 \text{ cmkg,}$$
$$-\ M_p = -\ 0{,}11\,667\ .\ 3600\ .\ 6{,}75^2\ .\ 100 = -\ 1\,913\,575 \text{ »}$$
$$+\ M_p = +\ 0{,}01\,667\ .\ 3600\ .\ 6{,}75^2\ .\ 100 = +\ \ 273\,415 \text{ »}$$
$$\text{also } M_{max} = -\ 2\,824\,775 \text{ »}$$

c) in der Mittelöffnung

$$M_g = +\ 0{,}025\ .\ 2000\ .\ 6{,}75^2\ .\ 100 = +\ \ 227\,800 \text{ cmkg,}$$
$$-\ M_p = -\ 0{,}050\ .\ 3600\ .\ 6{,}75^2\ .\ 100 = -\ \ 820\,080 \text{ »}$$
$$+\ M_p = -\ 0{,}075\ .\ 3600\ .\ 6{,}75^2\ .\ 100 = +\ 1\,230\,120 \text{ »}$$
$$\text{also} \begin{cases} +\ M_{max} = +\ 1\,457\,920 \text{ »} \\ -\ M_{max} = -\ \ 592\,280 \text{ »} \end{cases}$$

Diese Momente ergeben folgende Beanspruchungen:

a) Bei $0{,}4\ l$ der ersten Öffnung.

Die Hauptträger haben einen Abstand von 4,5 m, die nutzbare Plattenbreite beträgt $b = l/3 = \frac{6{,}75}{3} = 2{,}25$ m.

$$F_e = 4 \text{ Rundeisen von 32 mm Durchmesser} = 32{,}17 \text{ qcm,}$$
$$h = 77 \text{ cm, } d = 12 \text{ cm, } b = 225 \text{ cm (vergl. Abbildung 8);}$$

der Abstand x der neutralen Achse von Oberkanteplatte berechnet sich aus der Formel

$$x = \frac{2\,n\,.\,h\,.\,F_e + b\,.\,d^2}{2\,(n\,F_e + b\,.\,d)}$$

zu

$$x = \frac{2\,.\,15\,.\,77\,.\,32{,}17 + 225\,.\,12^2}{2\,(15\,.\,32{,}17 + 225\,.\,12)} = 16{,}8 \text{ cm,}$$

Abb. 8.

ferner

$$y = x - \frac{d}{2} + \frac{d^2}{6\,(2\,x - d)}$$
$$y = 16{,}8 - \frac{12}{2} + \frac{12^2}{6\,(2\,.\,16{,}8 - 12)} = 11{,}9 \text{ cm,}$$

und es ist dann

$$\sigma_e = \frac{M}{F_e\,(h - x + y)} = \frac{2\,369\,120}{32{,}17\,(77 - 16{,}8 + 11{,}9)} = 1020 \text{ kg/qcm,}$$
$$\sigma_b = \frac{\sigma_e\,.\,x}{n\,(h - x)} = \frac{1020\,.\,16{,}8}{15\,(77 - 16{,}8)} = 19{,}0 \text{ kg/qcm.}$$

Die Beanspruchung des Eisens kann leicht unter 1000 kg/qcm gebracht werden, indem 1 Rundeisen von 32 mm Durchmesser durch ein solches von 34 mm Durchmesser ersetzt wird.

b) Über einer Zwischenstütze.

Da die Zugfestigkeit des Betons nicht berücksichtigt wird, so kommt für das negative Stützenmoment die Deckenplatte nicht in Betracht, vielmehr ist für die Berechnung nur

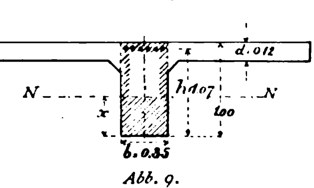


Abb. 9.

der rechteckige Querschnitt (vergl. Abbildung 9) von der Breite $b = 35$ cm vorhanden.

$$F_e = \frac{4 \cdot 3{,}2^2 \cdot \pi}{4} + \frac{2 \cdot 3{,}4^2 \cdot \pi}{4} = 50{,}33 \text{ qcm}.$$

$$b = 35 \text{ cm}, \; h = 107 \text{ cm}, \; n = 15.$$

$$x = \frac{n \cdot F_e}{b}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2\,b \cdot h}{n \cdot F_e}}\right],$$

d. h.

$$x = \frac{15 \cdot 50{,}33}{35}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 35 \cdot 107}{15 \cdot 50{,}33}}\right],$$

oder

$$x = 49{,}5 \text{ cm}.$$

Ferner

$$\sigma_b = \frac{2 \cdot M}{b \cdot x\,(h - x/3)} = \frac{2 \cdot 2\,824\,775}{35 \cdot 49{,}5\left(107 - \frac{49{,}5}{3}\right)} = 36{,}0 \text{ kg/qcm}.$$

$$\sigma_e = \frac{M}{F_e\,(h - x/3)} = \frac{2\,824\,775}{50{,}33\left(107 - \frac{49{,}5}{3}\right)} = 621 \text{ kg/qcm}.$$

c) In der Mitte der Mittelöffnung

$$+ M_{max} = + 1\,457\,920 \text{ cmkg},$$

$$F_e = \frac{3 \cdot 3{,}2^2 \cdot \pi}{4} = 24{,}13 \text{ qcm}, \; b = 225 \text{ cm}, \; h = 77 \text{ cm}, \; d = 12 \text{ cm},$$

sonst wie unter a)

$$x = \frac{2 \cdot 15 \cdot 24{,}13 \cdot 77 + 225 \cdot 12^2}{2\,(15 \cdot 24{,}13 + 225 \cdot 12)} = 14{,}4 \text{ cm},$$

$$y = 14{,}4 - \frac{12}{2} + \frac{12^2}{6\,(2 \cdot 14{,}4 - 12)} = 9{,}8 \text{ cm}.$$

$$\sigma_e = \frac{M}{F_e\,(h - x + y)} = \frac{1\,457\,920}{24{,}13\,(77 - 14{,}4 + 9{,}8)} = 833 \text{ kg/qcm},$$

$$\sigma_b = \frac{\sigma_e \cdot x}{n\,(h - x)} = \frac{833 \cdot 14{,}4}{15\,(77 - 14{,}4)} = 12{,}8 \text{ kg/qcm},$$

$$- M_{max} = - 592\,280 \text{ cmkg}.$$

$$h = 77 \text{ cm}, \; F_e = \frac{1 \cdot 3{,}4^2 \cdot \pi}{4} = 9.08 \text{ qcm}, \; b = 35 \text{ cm}.$$

$$x = \frac{n \cdot F_e}{b}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2\,b \cdot h}{n \cdot F_e}}\right],$$

oder

$$x = \frac{15 \cdot 9{,}08}{35}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 35 \cdot 77}{15 \cdot 9{,}08}}\right],$$

$$x = 20{,}9 \text{ cm}.$$

Abb. 10.

$$\sigma_b = \frac{2\,M}{b \cdot x\,(h - x/3)} = \frac{2 \cdot 592\,280}{35 \cdot 20{,}9\left(77 - \frac{20{,}9}{3}\right)} = 23{,}2 \text{ kg/qcm}.$$

$$\sigma_e = \frac{M}{F_e\,(h - x/3)} = \frac{592\,280}{9{,}08\left(77 - \frac{20{,}9}{3}\right)} = 932 \text{ kg/qcm}.$$

Die Berechnung der Schubkräfte erfolgt ähnlich wie Beispiel 2.

B. Druck. Stützen.

Die Zwischenstütze des Beispiels 3 hat (falls man von der Kontinuität absieht) eine Last aufzunehmen von

$$P = 6{,}75\ (2000 + 3600) = 37\,800 \text{ kg.}$$

Der Querschnitt sei 35/35 cm, und es seien 4 Rundeisen von 24 mm Durchmesser mit $F_e = 18{,}10$ qcm Querschnittsfläche eingelegt. Dann ist

$$F_b = 1225 \text{ qcm}$$
$$F_e = 18{,}10 \text{ »}$$
$$\sigma_b = \frac{P}{F_b + n\,F_e} = \frac{37\,800}{1225 + 15\,.\,18{,}10} = 25{,}3 \text{ kg/qcm,}$$
$$\sigma_e = n\,.\,\sigma_b = 25{,}3\,.\,15 = 380 \text{ kg/qcm.}$$

Bestimmungen

des Kgl. Preußischen Ministeriums der öffentlichen Arbeiten

für die

Ausführung von Konstruktionen aus Eisenbeton bei Hochbauten

vom 24. Mai 1907.

I. Allgemeine Vorschriften.

A. Prüfung.

§ 1.

1. Der Ausführung von Bauwerken oder Bauteilen aus Eisenbeton hat eine besondere baupolizeiliche Prüfung voranzugehen. Zu diesem Zwecke sind bei Nachsuchung der Bauerlaubnis für ein Bauwerk, welches ganz oder zum Teil aus Eisenbeton hergestellt werden soll, Zeichnungen, statische Berechnungen und Beschreibungen beizubringen, aus denen die Gesamtanordnung und alle wichtigen Einzelheiten zu ersehen sind.

Falls sich der Bauherr oder Unternehmer erst im Verlauf der Ausführung des Baues für die Eisenbetonbauweise entscheidet, hat die Baupolizeibehörde darauf zu halten, daß die vorbezeichneten Unterlagen für die Prüfung der in Eisenbeton auszuführenden Bauteile rechtzeitig vor dem Beginn ihrer Ausführung beigebracht werden. Mit der Ausführung darf in keinem Fall vor erteilter Genehmigung begonnen worden.

2. In der Beschreibung ist der Ursprung und die Beschaffenheit der zum Beton zu verwendenden Baustoffe, ihr Mischungsverhältnis, der Wasserzusatz sowie die Druckfestigkeit, die der zu verwendende Beton aus den auf der Baustelle zu entnehmenden Baustoffen in dem vorgesehenen Mischungsverhältnis nach 28 Tagen in Würfelkörpern von 30 cm Seitenlänge erreichen soll, anzugeben. Die Druckfestigkeit ist auf Erfordern der Baupolizeibehörde vor dem Beginn durch Versuche nachzuweisen.

3. Der Beton soll nach Gewichtseinheiten gemischt werden; als Einheit hat der Sack = 57 kg oder das Faß = 170 kg Zement zu gelten. Die Zuschläge können entweder zugewogen oder in Gefäßen zugemessen werden, deren Inhalt vorher so zu bestimmen ist, daß sein Gewicht dem vorgesehenen Mischungsverhältnis entspricht.

4. Die Vorlagen sind von dem Bauherrn, dem Unternehmer, der den Entwurf aufgestellt hat, und demjenigen, der die Ausführung bewirkt, zu unterschreiben. Ein Wechsel in der Person des ausführenden Unternehmers ist der Polizeibehörde sofort mitzuteilen.

§ 2.

1. Die Eigenschaften der zum Beton zu verwendenden Baustoffe sind erforderlichenfalls durch Zeugnisse einer amtlichen Prüfungsanstalt nachzuweisen. Diese Zeugnisse dürfen in der Regel nicht älter als ein Jahr sein.

2. Es darf nur Portlandzement verwendet werden, der den preußischen Normen entspricht. Die Zeugnisse über die Beschaffenheit müssen Angaben über Raumbeständigkeit, Bindezeit, Mahlfeinheit sowie über Zug- und Druckfestigkeit enthalten. Von der Raumbeständigkeit und Bindezeit hat sich der Ausführende durch eigene Proben zu überzeugen.

3. Sand, Kies und sonstige Zuschläge müssen zur Betonbereitung und zu dem beabsichtigten Verwendungszwecke geeignet sein. Das Korn der Zuschläge darf nur so grob sein, daß das Einbringen des Betons und das Einstampfen zwischen den Eiseneinlagen und zwischen der Schalung und den Eiseneinlagen noch mit Sicherheit und ohne Verschiebung der Eisen möglich ist.

§ 3.

1. Das Verfahren der statischen Berechnung muß mindestens dieselbe Sicherheit gewähren, wie die Berechnung nach den Leitsätzen in Abschnitt II und nach dem Rechnungsverfahren mit Beispielen in Abschnitt III dieser Bestimmungen. Dies ist auf Erfordern von dem Unternehmer nachzuweisen.

2. Bei noch unerprobter Bauweise kann die Baupolizeibehörde die Zulassung von dem Ausfalle zuvoriger Probeausführungen und Belastungsversuche abhängig machen. Die Belastungsversuche sind bis zum Bruche durchzuführen.

B. Ausführung.

§ 4.

1. Die Baupolizeibehörde kann die Eigenschaften der in der Verarbeitung begriffenen Baustoffe durch eine amtliche Prüfungsanstalt oder in einer sonst ihr geeignet scheinenden Weise feststellen sowie eine Festigkeitsprüfung des aus ihnen hergestellten Betons vornehmen lassen. Die Prüfung der Festigkeit kann auch auf der Baustelle mittels einer Betonpresse, deren Zuverlässigkeit durch eine amtliche Prüfungsanstalt bescheinigt ist, erfolgen.

2. Die für die Prüfung bestimmten Betonkörper müssen Würfelform von 30 cm Seite erhalten. Die Probekörper sind mit der Bezeichnung des Anfertigungstages zu versehen, durch ein Siegel zu kennzeichnen und bis zu ihrer Erhärtung nach Anweisung der Baupolizeibehörde aufzubewahren.

3. Der Zement ist in der Ursprungspackung auf die Verwendungsstelle anzuliefern.

4. Das Mischen des Betons muß derart erfolgen, daß die Menge der einzelnen Bestandteile dem vorgesehenen Mischungsverhältnis stets genau entspricht und jederzeit leicht gemessen werden kann. Bei Benutzung von Meßgefäßen ist die Füllung zur Erzielung möglichst gleichmäßig dichter Lagerung in stets gleicher Weise zu bewirken.

§ 5.

1. Die Verarbeitung der Betonmasse muß in der Regel sofort nach ihrer Fertigstellung begonnen werden und vor Beginn ihres Abbindens beendet sein.

2. Die Betonmasse darf bei warmer und trockener Witterung nicht länger als eine Stunde, bei kühler oder nasser Witterung nicht länger als zwei Stunden unverarbeitet liegen bleiben. Nicht sofort verarbeitete Betonmasse ist vor Witterungs-

einflüssen wie Sonne, Wind, starkem Regen zu schützen und vor der Verwendung umzuschaufeln.

3. Die Verarbeitung der eingebrachten Betonmasse muß stets ohne Unterbrechung bis zur Beendigung des Stampfens durchgeführt werden.

4. Die Betonmasse ist in Schichten von höchstens 15 cm Stärke einzubringen und in einem dem Wasserzusatz entsprechenden Maße durch Stampfen zu verdichten. Zum Einstampfen sind passend geformte Stampfen von angemessenem Gewicht zu verwenden.

§ 6.

1. Die Eiseneinlagen sind vor der Verwendung sorgfältig von Schmutz, Fett und losem Rost zu befreien. Mit besonderer Sorgfalt ist darauf zu achten, daß die Eiseneinlagen die richtige Lage und Entfernung voneinander sowie die vorgesehene Form erhalten, durch besondere Vorkehrungen in ihrer Lage festgehalten und dicht mit besonderer, entsprechend feinerer Betonmasse umkleidet werden. Liegen in Balken die Eisen in mehreren Lagen übereinander, so ist jede Lage für sich zu umkleiden. Unterhalb der Eiseneinlagen muß in Balken noch eine Betonstärke von mindestens 2 cm, in Platten von mindestens 1 cm vorhanden sein.

2. Die Schalungen und Stützen der Decken und Balken müssen vollkommenen Widerstand gegen Durchbiegungen und ausreichende Festigkeit gegen die Einwirkungen des Stampfens bieten. Die Schalungen sind so anzuordnen, daß sie unter Belassung der bis zur völligen Erhärtung des Betons notwendigen Stützen gefahrlos entfernt werden können. Zu den Stützen sind tunlichst nur ungestoßene Hölzer zu verwenden. Sind Stöße unvermeidlich, so müssen die Stützen an den Stoßstellen fest und sicher verbunden werden.

3. Verschalungen von Säulen sind so anzuordnen, daß das Einbringen und Einstampfen der Betonmasse von einer offenen, mit dem Fortschreiten der Arbeit zu schließenden Seite erfolgen und genau beobachtet werden kann.

4. Von der Beendigung der Einschalung und dem beabsichtigten Beginn der Betonarbeiten in jedem einzelnen Geschosse ist der Baupolizeibehörde mindestens drei Tage vorher Anzeige zu machen.

§ 7.

1. Die einzelnen Betonschichten müssen tunlichst frisch auf frisch verarbeitet werden; auf alle Fälle ist die Oberfläche der älteren Schicht aufzurauhen.

2. Beim Weiterbau auf erhärtetem Beton muß die alte Oberfläche aufgerauht, sauber abgekehrt, angenäßt und unmittelbar vor Aufbringen neuer Betonmasse mit einem dünnen Zementbrei eingeschlemmt werden.

§ 8.

Bei der Herstellung von Wänden und Pfeilern in mehrgeschossigen Gebäuden darf mit der Ausführung in dem höheren Geschoß erst nach ausreichender Erhärtung dieser Bauteile in den darunter liegenden Geschossen begonnen werden. Von der Fortsetzung der Arbeiten im höheren Geschoß ist der Baupolizeibehörde mindestens drei Tage vorher Nachricht zu geben.

§ 9.

1. Bei Frostwetter darf nur in solchen Fällen gearbeitet werden, wo schädliche Einwirkungen des Frostes durch geeignete Maßnahmen ausgeschlossen sind. Gefrorene Baustoffe dürfen nicht verwendet werden.

2. Nach längeren Frostzeiten (§ 11) darf beim Eintritt milderer Witterung die Arbeit erst wieder aufgenommen werden, nachdem die Zustimmung der Baupolizeibehörde dazu eingeholt ist.

§ 10.

1. Bis zur genügenden Erhärtung des Betons sind die Bauteile gegen die Einwirkungen des Frostes und gegen vorzeitiges Austrocknen zu schützen, sowie vor Erschütterungen und Belastungen zu bewahren.

2. Die Fristen, die zwischen der Beendigung des Einstampfens und der Entfernung der Schalungen und Stützen liegen müssen, sind von der jeweiligen Witterung, von der Stützweite und dem Eigengewicht der Bauteile abhängig. Die seitliche Schalung der Balken, die Einschalung der Stützen, sowie die Schalung von Deckenplatten darf nicht vor Ablauf von acht Tagen, die Stützung der Balken nicht vor Ablauf von drei Wochen beseitigt werden. Bei größeren Stützweiten und Querschnittsabmessungen sind die Fristen unter Umständen bis zu sechs Wochen zu verlängern.

3. Bei mehrgeschossigen Gebäuden darf die Stützung der unteren Decken und Balken erst dann entfernt werden, wenn die Erhärtung der oberen so weit vorgeschritten ist, daß diese sich selbst zu tragen vermögen.

4. Ist das Einstampfen erst kurze Zeit vor Eintritt von Frost beendet, so ist beim Entfernen der Schalung und der Stützen besondere Vorsicht zu beachten.

5. Tritt während der Erhärtungsdauer Frost ein, so sind mit Rücksicht darauf, daß die Erhärtung des Betons durch den Frost verzögert wird, die in Absatz 2 genannten Fristen um die Dauer der Frostzeit zu verlängern.

6. Beim Entfernen der Schalungen und Stützen müssen durch besondere Vorkehrungen (Keile, Sandtöpfe u. dergl.) Erschütterungen vermieden werden.

7. Von der beabsichtigten Entfernung der Schalungen und Stützen ist der Baupolizeibehörde rechtzeitig, und zwar mindestens drei Tage vorher Anzeige zu machen.

§ 11.

Über den Gang der Arbeiten ist ein Tagebuch zu führen und auf der Baustelle stets zur Einsichtnahme bereit zu halten. Frosttage sind darin unter Angabe der Kältegrade und der Stunde ihrer Messung besonders zu vermerken.

C. Abnahme.

§ 12.

1. Bei der Abnahme müssen die Bauteile an verschiedenen, von dem abnehmenden Beamten zu bestimmenden Stellen freiliegen, so daß die Art der Ausführung zu erkennen ist. Auch bleibt es vorbehalten, die einwandfreie Herstellung, den erreichten Erhärtungsgrad und die Tragfähigkeit durch besondere Versuche festzustellen.

2. Bestehen über das Mischungsverhältnis und den Erhärtungsgrad begründete Zweifel, so können Proben aus den fertigen Bauteilen zur Prüfung entnommen werden.

3. Werden Probebelastungen für nötig erachtet, so sind diese nach Angabe des abnehmenden Beamten vorzunehmen. Dem Bauherrn und dem Unternehmer wird rechtzeitig davon Kenntnis gegeben und die Beteiligung anheimgestellt. Probebelastungen sollen erst nach 45tägiger Erhärtung des Betons vorgenommen und auf den nach Ermessen der Baupolizeibehörde unbedingt notwendigen Umfang beschränkt werden.

4. Bei der Probebelastung von Deckenplatten und Balken ist folgendermaßen zu verfahren. Bei Belastung eines ganzen Deckenfeldes soll, wenn mit g das Eigengewicht und mit p die gleichmäßig verteilte Nutzlast bezeichnet wird, die Auflast den Wert von $0{,}5\,g + 1{,}5\,p$ nicht übersteigen. Bei höheren Nutzlasten als 1000 kg/qm können Ermäßigungen bis zur einfachen Nutzlast eintreten. Soll nur ein Streifen des Deckenfeldes zur Probe belastet werden, so ist die Auflast in der Deckenmitte gleichmäßig auf einem Streifen zu verteilen, dessen Länge gleich der Spannweite und dessen Breite ein Drittel der Spannweite, mindestens aber 1 m ist. Die Auflast soll hierbei den Wert von $g + 2p$ nicht übersteigen. Als Eigenlast gelten die sämtlichen zur Herstellung der Decken und Fußböden bestimmten Bauteile, als Nutzlasten die in § 16 Ziffer 3 aufgeführten erhöhten Werte.

5. Bei Probebelastungen von Stützen ist ein ungleichmäßiges Setzen der Bauteile und eine das zulässige Maß überschreitende Belastung des Untergrundes zu verhüten.

II. Leitsätze für die statische Berechnung.

A. Eigengewicht.

§ 13.

1. Das Gewicht des Betons einschließlich der Eiseneinlagen ist zu 2400 kg für das Kubikmeter anzunehmen, sofern nicht ein anderes Gewicht nachgewiesen wird.

2. Bei Decken ist außer dem Gewicht der tragenden Bauteile das Gewicht der zur Bildung des Fußbodens dienenden Baustoffe nach bekannten Einheitssätzen zu ermitteln.

B. Ermittlung der äufseren Kräfte.

§ 14.

1. Bei den auf Biegung beanspruchten Bauteilen sind die Angriffsmomente und Auflagerkräfte je nach der Art der Belastung und Auflagerung den für frei aufliegende oder durchgehende Balken geltenden Regeln gemäß zu berechnen.

2. Bei frei aufliegenden Platten ist die Freilänge zuzüglich der Deckenstärke in der Feldmitte, bei durchgehenden Platten die Entfernung zwischen den Mitten der Stützen als Stützweite in die Berechnung einzuführen. Bei Balken gilt die um die erforderliche Auflagerlänge vergrößerte freie Spannweite als Stützweite.

3. Bei Platten und Balken, die über mehrere Felder durchgehen, darf, falls die wirklich auftretenden Momente und Auflagerkräfte nicht rechnerisch nach den für durchgehende Balken geltenden Regeln unter Voraussetzung freier Auflagerung auf den Mittel- und Endstützen oder durch Versuche nachgewiesen werden, das Biegungsmoment in den Feldmitten zu vier Fünfteln des Wertes angenommen werden, der bei einer auf zwei Stützen frei aufliegenden Platte vorhanden sein würde. Über den Stützen ist dann das negative Biegungsmoment so groß wie das Feldmoment bei beiderseits freier Auflagerung anzunehmen. Als durchgehend dürfen nach dieser Regel Platten und Balken nur dann berechnet werden, wenn sie überall auf festen, in einer Ebene liegenden Stützen oder auf Eisenbetonbalken aufliegen. Bei Anordnung der Eiseneinlagen ist unter allen Umständen die Möglichkeit des Auftretens negativer Momente sorgfältig zu berücksichtigen.

4. Bei Balken darf ein Einspannungsmoment an den Enden nur dann in Rechnung gestellt werden, wenn besondere bauliche Vorkehrungen eine sichere Einspannung nachweislich gewährleisten.

5. Die rechnerische Annahme des Zusammenhanges darf nicht über mehr als drei Felder ausgedehnt werden. Bei Nutzlasten von mehr als 1000 kg/qm ist die Berechnung auch für die ungünstigste Lastverteilung anzustellen.

6. Bei Plattenbalken darf die Breite des plattenförmigen Teiles von der Balkenmitte ab nach jeder Seite mit nicht mehr als einem Sechstel der Balkenlänge in Rechnung gestellt werden.

7. Ringsum aufliegende, mit sich kreuzenden Eiseneinlagen versehene Platten können bei gleichmäßig verteilter Belastung, wenn ihre Länge a weniger als das Ein- und Einhalbfache ihrer Breite b beträgt, nach der Formel $M = \frac{p\,b^2}{12}$ berechnet werden. Gegen negative Angriffsmomente an den Auflagern sind Vorkehrungen durch Form und Lage der Eisenstäbe zu treffen.

8. Die rechnungsmäßig sich ergebende Dicke der Platten und der plattenförmigen Teile der Plattenbalken ist überall auf mindestens 8 cm zu bringen.

9. Bei Stützen ist auf die Möglichkeit einseitiger Belastung Rücksicht zu nehmen.

C. Ermittlung der inneren Kräfte.

§ 15.

1. Das Elastizitätsmaß des Eisens ist zu dem Fünfzehnfachen von dem des Betons anzunehmen, wenn nicht ein anderes Elastizitätsmaß nachgewiesen wird.

2. Die Spannungen im Querschnitt des auf Biegung beanspruchten Körpers sind unter der Annahme zu berechnen, daß sich die Ausdehnungen wie die Abstände von der Nullinie verhalten und daß die Eiseneinlagen sämtliche Zugkräfte aufzunehmen vermögen.

3. Bei Bauten oder Bauteilen, die der Witterung, der Nässe, den Rauchgasen und ähnlichen schädlichen Einflüssen ausgesetzt sind, ist außerdem nachzuweisen, daß das Auftreten von Rissen im Beton durch die vom Beton zu leistenden Zugspannungen vermieden wird.

4. Schubspannungen sind nachzuweisen, wenn Form und Ausbildung der Bauteile ihre Unschädlichkeit nicht ohne weiteres erkennen lassen. Sie müssen, wenn zu ihrer Aufnahme keine Mittel in der Anordnung der Bauteile selbst gegeben sind, durch entsprechend gestaltete Eiseneinlagen aufgenommen werden.

5. Die Eiseneinlagen sind möglichst so zu gestalten, daß die Verschiebung gegen den Beton schon durch ihre Form verhindert wird. Die Haftspannung ist stets rechnerisch nachzuweisen.

6. Die Berechnung der Stützen auf Knicken soll erfolgen, wenn ihre Höhe mehr als das Achtzehnfache der kleinsten Querschnittsabmessung beträgt. Durch Querverbände ist der Abstand der eingelegten Eisenstäbe unveränderlich gegeneinander festzulegen. Der Abstand dieser Querverbände muß annähernd der kleinsten Abmessung der Stütze entsprechen, darf aber nicht über das Dreißigfache der Stärke der Längsstäbe hinausgehen.

7. Zur Berechnung der Stützen auf Knicken ist die Eulersche Formel anzuwenden.

D. Zulässige Spannungen.

§ 16.

1. Bei den auf Biegung beanspruchten Bauteilen soll die Druckspannung des Betons den sechsten Teil seiner Druckfestigkeit, die Zug- und Druckspannung des Eisens den Betrag von 1000 kg/qcm nicht übersteigen.

2. Wird in den unter § 15, Ziffer 3 bezeichneten Fällen die Zugspannung des Betons in Anspruch genommen, so sind als zulässige Spannung zwei Drittel der durch Zugversuche nachgewiesenen Zugfestigkeit des Betons anzunehmen. Bei fehlendem Zugfestigkeitsnachweis darf die Zugspannung nicht mehr als ein Zehntel der Druckfestigkeit betragen.

3. Dabei sind folgende Belastungswerte anzunehmen:
   a) Bei mäßig erschütterten Bauteilen, z. B. bei Decken von Wohnhäusern, Geschäftsräumen, Warenhäusern: die wirklich vorhandene Eigen- und Nutzlast,
   b) bei Bauteilen, die stärkeren Erschütterungen oder stark wechselnder Belastung ausgesetzt sind, wie z. B. bei Decken in Versammlungsräumen, Tanzsälen, Fabriken, Lagerhäusern: die wirkliche Eigenlast und die bis zu fünfzig vom Hundert erhöhte Nutzlast,
   c) bei Belastungen mit starken Stößen, wie z. B. bei Kellerdecken unter Durchfahrten und Höfen: die wirkliche Eigenlast und die bis zu hundert vom Hundert erhöhte Nutzlast.

4. In Stützen darf der Beton mit nicht mehr als einem Zehntel seiner Druckfestigkeit beansprucht werden. Bei Berechnung der Eiseneinlagen auf Knicken ist fünffache Sicherheit nachzuweisen.

5. Die Schubspannung des Betons darf das Maß von 4,5 kg/qcm nicht überschreiten. Wird größere Schubfestigkeit nachgewiesen, so darf die auftretende Spannung nicht über ein Fünftel dieser Festigkeit hinausgehen.

6. Die Haftspannung darf die zulässige Schubspannung nicht überschreiten.

III. Rechnungsverfahren mit Beispielen.

A. Reine Biegung.

a. Ohne Berücksichtigung der Betonzugspannungen.

Bei einfacher Eiseneinlage vom Gesamtquerschnitt f_e auf Balken- oder Plattenbreite b ergibt sich, wenn das Verhältnis der Elastizitätsmaße des Eisens und des Betons mit n bezeichnet wird, der Abstand der Nullinie von der Oberkante aus der Gleichung der statischen Momente der Flächenelemente für die Nullinie (vergl. Abb. 1).

$$1)\qquad \frac{b\,x^2}{2} = n\,f_e\,(h - a - x) \text{ zu}$$

$$2)\qquad x = \frac{n\,f_e}{b}\left[\sqrt{1 + \frac{2\,b\,(h-a)}{n\,f_e}} - 1\right].$$

Aus der Gleichsetzung der Momente der äußeren und inneren Kräfte folgt dann

$$3)\qquad M = \sigma_b\,\frac{x}{2}\,b\left(h - a - \frac{x}{3}\right) = \sigma_e\,f_e\left(h - a - \frac{x}{3}\right),$$

worin σ_b die größte Betondruckspannung und σ_e die mittlere Eisenzugspannung bedeutet. Hieraus folgt

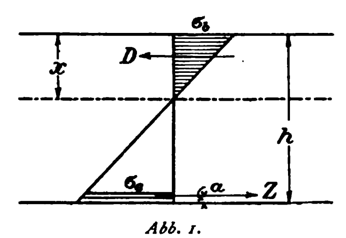


Abb. 1.

$$4)\qquad \sigma_b = \frac{2\,M}{b\,x\left(h - a - \frac{x}{3}\right)}$$

$$5)\qquad \sigma_e = \frac{M}{f_e\left(h - a - \frac{x}{3}\right)}$$

Unter Umständen kommen auch folgende leicht ablesbare Gleichungen in Betracht

$$6)\qquad x = \frac{n\,(h-a)\,\sigma_b}{\sigma_e + n\,\sigma_b}$$

$$7)\qquad \frac{b\,x}{2}\,.\,\sigma_b = \sigma_e\,f_e$$

Bei T-förmigen Querschnitten, sogenannten Plattenbalken, unterscheidet sich die Berechnung nicht von der vorigen, wenn die Nullinie in die Platte selbst oder in die Unterkante der Platte fällt.

Geht die Nullinie durch den Steg, so können die geringen im Steg auftretenden Druckspannungen vernachlässigt werden.

Dann ist (vergl. Abb. 2):

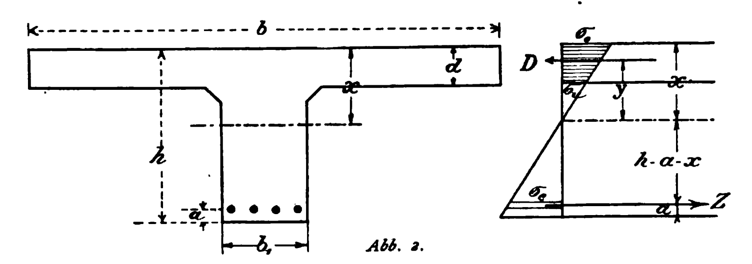


Abb. 2.

$$\text{8)} \qquad \sigma_u = \frac{x - d}{x} \sigma_0$$

$$\text{9)} \qquad \sigma_e = n \cdot \frac{h - a - x}{x} \sigma_0$$

$$\text{10)} \qquad \frac{\sigma_0 + \sigma_u}{2} b\, d = \sigma_e f_e$$

oder nach Einsetzen der Werte von σ_u und σ_e aus den Gleichungen 8) und 9) in Gleichung 10):

$$\text{11)} \qquad x = \frac{\frac{b\, d^2}{2} + n f_e (h - a)}{b\, d + n f_e}$$

Da der Abstand des Schwerpunktes des Drucktrapezes von der Oberkante

$$\text{12)} \qquad x - y = \frac{d}{3} \frac{\sigma_0 + 2\, \sigma_u}{\sigma_0 + \sigma_u}$$

ist, so wird nach Einsetzen des Wertes von σ_u in Gleichung 8):

$$\text{13)} \qquad y = x - \frac{d}{2} + \frac{d^2}{6\,(2\,x - d)} = \frac{2}{3} \left(x + \frac{(x - d)^2}{2\,x - d}\right)$$

$$\text{14)} \qquad \sigma_e = \frac{M}{f_e\,(h - a - x + y)}$$

$$\text{15)} \qquad \sigma_0 = \frac{x}{n\,(h - a - x)} \sigma_e.$$

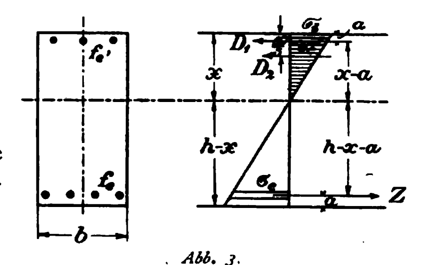


Abb. 3.

Erhalten Balken und Platten auch **obere Eiseneinlagen**, so kommen folgende Gleichungen zur Anwendung:

Für die Lage der Nullinie:

$$\text{16)} \qquad \frac{b\,x^2}{2} - f_e'\,(x - a) + n f_e'\,(x - a) = n f_e\,(h - a - x),$$

woraus

$$\text{17)} \qquad x = -\frac{(n - 1) f_e' + n f_e}{b} + \sqrt{\left(\frac{(n - 1) f_e' + n f_e}{b}\right)^2 + \frac{2}{b} \left[(n - 1) f_e'\, a + n f_e\,(h - a)\right]}.$$

Für das Angriffsmoment:

$$\text{18)} \qquad M = \frac{b\,x}{2} \cdot \sigma_b \left(h - a - \frac{x}{3}\right) - f_e'\, \sigma_b'\,(h - 2\,a) + f_e'\, \sigma_e'\,(h - 2\,a).$$

Hierin bedeutet σ_b' die Betondruckspannung in mittlerer Höhe der oberen Eiseneinlage und ist bestimmt durch

$$\sigma_b' = \frac{x - a}{x} \sigma_b.$$

Da ferner

$$\sigma_e' = \frac{n\,(x - a)}{x} \sigma_b,$$

so wird

$$\text{19)} \qquad M = \left[\frac{b\,x}{2} \left(h - a - \frac{x}{3}\right) + (n - 1)\, f_e' \cdot \frac{x - a}{x} (h - 2\,a)\right] \sigma_b.$$

Vernachlässigt man die geringe Querschnittsverminderung des Betondruckgurtes durch die oberen Eiseneinlagen, so geht Gleichung 17) über in

20) $$x = -\frac{n(f_e + f_e')}{b} + \sqrt{\left(\frac{n(f_e + f_e')}{b}\right)^2 + \frac{2 \cdot n}{b}\left(f_e' \cdot a + f_e (h - a)\right)}$$

und Gleichung 19) in

21) $$M = \left[\frac{b\,x}{2}\left(h - a - \frac{x}{3}\right) + n\,f_e'\,\frac{x - a}{x}\,(h - 2a)\right]\sigma_b.$$

Hat man bei gegebenem Angriffsmoment aus Gleichung 21) σ_b berechnet, so finden sich die Spannungen σ_e und σ_e' leicht aus dem Gesetz, daß sich die Spannungen wie die Abstände von der Nullinie verhalten. Hat man bei gegebener Betondruckspannung σ_b den Wert des Angriffsmoments ermittelt, so finden sich die Spannungen σ_e und σ_e' aus

22) $$M = f_e\,\sigma_e\left(h - a - \frac{x}{3}\right) \pm f_e'\,\sigma_e'\left(\frac{x}{3} - a\right)$$

oder da

$$\sigma_e' = \frac{x - a}{h - a - x}\,\sigma_e,$$

23) $$M = \left[f_e\left(h - a - \frac{x}{3}\right) \pm f_e'\,\frac{x - a}{h - a - x}\left(\frac{x}{3} - a\right)\right]\sigma_e.$$

Man kann auch den gemeinsamen Schwerpunkt des Betons und der Eiseneinlage in der Druckzone bestimmen aus

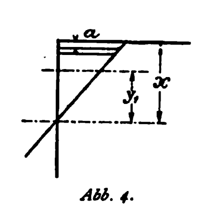


Abb. 4.

24) $$y_1 = \frac{\frac{b\,x}{2} \cdot \frac{2}{3}\,x\,\sigma_b + \sigma_e'\,f_e'\,(x - a)}{\frac{b\,x}{2}\,\sigma_b + \sigma_e'\,f_e'} = \frac{\frac{b\,x^3}{3} + n\,f_e'\,(x - a)^2}{\frac{b\,x^2}{2} + n\,f_e'\,(x - a)},$$

dann wird

25) $$M = f_e\,\sigma_e\,(h - a - x + y_1).$$

b. Mit Berücksichtigung der Betonzugspannungen.

Bei einfacher Eiseneinlage wird entsprechend Gleichung 1) (vergl. Abb. 5):

26) $$\frac{b\,x^2}{2} = \frac{b\,(h - x)^2}{2} + n\,f_e\,(h - a - x),$$

also

27) $$x = \frac{\frac{b\,h^2}{2} + n\,f_e\,(h - a)}{b\,h + n\,f_e}.$$

Abb. 5.

Aus der Gleichsetzung der Zug- und Druckkräfte folgt

28) $$\frac{b\,x}{2}\,\sigma_{bd} = b \cdot \frac{h - x}{2}\,\sigma_{bz} + \sigma_e\,f_e$$

und aus der Proportionalität von Dehnungen und Spannungen

29) $$\sigma_{bz} = \frac{h - x}{x} \cdot \sigma_{bd}.$$

29a) $$\sigma_e = n \cdot \frac{h - a - x}{x}\,\sigma_{bd}.$$

Die Momentengleichung für die Nullinie wird dann

$$30)\qquad M = \frac{b\,x}{2}\,\sigma_{bd}\,.\,\frac{2}{3}\,x + b\,.\,\frac{h-x}{2}\,\sigma_{bz}\,.\,\frac{2}{3}\,(h-x) + \sigma_e f_e\,(h-a-x),$$

woraus mit Hilfe von Gleichung 29) und 29 a) folgt:

$$31)\qquad M = \frac{\sigma_{bd}}{x}\left[\frac{b\,x^3}{3} + \frac{b\,(h-x)^3}{3} + n\,f_e\,(h-a-x)^2\right].$$

Ist M gegeben, so folgt zunächst aus Gleichung 31) σ_{bd} und dann mit Gleichung 29) und 29a) σ_{bz} und σ_e.

Bei Plattenbalken wird, wenn die Nullinie durch den Steg geht:

$$32)\qquad x = \frac{b_1\,\frac{h^2}{2} + (b-b_1)\,\frac{d^2}{2} + n\,f_e\,(h-a)}{b_1 h + (b-b_1)\,d + n\,f_e},$$

$$33)\qquad M = b\,.\,\frac{\sigma_0 + \sigma_u}{2}\,.\,d\,.\,y + b_1\,\frac{\sigma_u}{2}\,.\,\frac{2}{3}\,(x-d)^2$$

$$+ b_1\,\frac{h-x}{2}\,.\,\sigma_{bz}\,.\,\frac{2}{3}\,(h-x) + \sigma_e f_e\,(h-a-x),$$

$$33\text{ a})\qquad M = \frac{\sigma_0}{x}\left[\frac{b}{2}\,.\,d\,(2\,x-d)\,.\,y + \frac{b_1}{3}\,\left((x-d)^3 + (h-x)^3\right) + n\,f_e\,(h-a-x)^2\right],$$

$$34)\qquad \sigma_{bz} = \frac{h-x}{x}\,.\,\sigma_0,$$

$$34\text{ a})\qquad \sigma_e = n\,.\,\frac{h-a-x}{x}\,.\,\sigma_0.$$

Zur Ermittlung der Querschnittsabmessungen bei gegebenem Angriffsmoment sind diese Gleichungen sehr unbequem. Sind b, b_1, h und f_e gegeben und macht man zur Voraussetzung, daß die Nullinie in die Unterkante der Platte fällt, so wird

$$35)\qquad \frac{b\,x^2}{2} = b_1\,\frac{(h-x)^2}{2} + n\,f_e\,(h-a-x),$$

woraus

$$36)\qquad \frac{b-b_1}{2}\,.\,x^2 + (b_1\,h + n\,f_e)\,x = \frac{b_1\,h^2}{2} + n\,f_e\,(h-a).$$

Hieraus ist x, also die Plattenstärke zu finden.

Die auftretenden Spannungen finden sich dann aus

$$37)\qquad M = \frac{\sigma_0}{x}\left[\frac{b\,x^3}{3} + b_1\,\frac{(h-x)^3}{3} + n\,f_e\,(h-a-x)^2\right]$$

sowie aus den Gleichungen 34) und 34 a).

Werden Eisenstäbe auch in der Druckzone angebracht, so wird bei Balken und Platten (vergl. Abb. 6)

$$38)\qquad x = \frac{\frac{b\,h^2}{2} + (n-1)\left[f_e'\,.\,a + f_e\,(h-a)\right]}{b\,h + (n-1)\,(f_e' + f_e)}.$$

$$39)\qquad M = \left[\frac{b\,x^3}{3} + \frac{b\,(h-x)^3}{3} + (n-1)\left(f_e'\,(x-a)^2 + f_e\,(h-a-x)^2\right)\right]\frac{\sigma_{bd}}{x}.$$

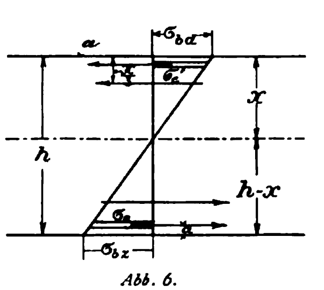


Abb. 6.

Sind die oberen und unteren Eisenstäbe von gleichem Querschnitt, so wird $x = \frac{h}{2}$ und

$$40)\qquad M = \left[\frac{b\,h^2}{6} + \frac{4\,(n-1)\,f_e}{h}\left(\frac{h}{2} - a\right)^2\right]\sigma_{bd}.$$

Für die am häufigsten vorkommenden Bauteile, Platten und Balken von rechteckigem Querschnitt und mit Eiseneinlagen nur auf der Zugseite, lassen sich Vereinfachungen der Ausdrücke 2), 4) und 5) auf folgende Weise erzielen. Ist das Angriffsmoment sowie der Querschnitt des Betonkörpers und der Eisenstäbe gegeben und will man hiernach die auftretenden Spannungen ermitteln, so werde zur Vereinfachung $f_e = \frac{b\,(h-a)}{m}$ gesetzt, wobei $m = \frac{b\,(h-a)}{f_e}$ aus den gegebenen Abmessungen zu erhalten ist. Für verschiedene Werte m läßt sich hiernach folgende Zusammenstellung der zugehörigen Werte von x, σ_b und σ_e benutzen.

Zusammenstellung I.

Werte von f_e	Zugehörige Werte von x	Spannungen σ_b	Spannungen σ_e
$\frac{b\,(h-a)}{100}$	$0{,}418\,(h-a)$	$5{,}559 \cdot \frac{M}{b\,(h-a)^2}$	$116\,\frac{M}{b\,(h-a)^2} = 20{,}867\,\sigma_b$
$\frac{b\,(h-a)}{110}$	$0{,}403\,(h-a)$	$5{,}735 \cdot \frac{M}{b\,(h-a)^2}$	$127\,\frac{M}{b\,(h-a)^2} = 22{,}145\,\sigma_b$
$\frac{b\,(h-a)}{120}$	$0{,}391\,(h-a)$	$5{,}895 \cdot \frac{M}{b\,(h-a)^2}$	$138\,\frac{M}{b\,(h-a)^2} = 23{,}409\,\sigma_b$
$\frac{b\,(h-a)}{130}$	$0{,}379\,(h-a)$	$6{,}040 \cdot \frac{M}{b\,(h-a)^2}$	$149\,\frac{M}{b\,(h-a)^2} = 24{,}668\,\sigma_b$
$\frac{b\,(h-a)}{140}$	$0{,}368\,(h-a)$	$6{,}194 \cdot \frac{M}{b\,(h-a)^2}$	$160\,\frac{M}{b\,(h-a)^2} = 25{,}831\,\sigma_b$
$\frac{b\,(h-a)}{150}$	$0{,}358\,(h-a)$	$6{,}344 \cdot \frac{M}{b\,(h-a)^2}$	$170\,\frac{M}{b\,(h-a)^2} = 26{,}797\,\sigma_b$
$\frac{b\,(h-a)}{160}$	$0{,}349\,(h-a)$	$6{,}485 \cdot \frac{M}{b\,(h-a)^2}$	$181\,\frac{M}{b\,(h-a)^2} = 27{,}911\,\sigma_b$
$\frac{b\,(h-a)}{170}$	$0{,}341\,(h-a)$	$6{,}617 \cdot \frac{M}{b\,(h-a)^2}$	$192\,\frac{M}{b\,(h-a)^2} = 29{,}016\,\sigma_b$
$\frac{b\,(h-a)}{180}$	$0{,}333\,(h-a)$	$6{,}756 \cdot \frac{M}{b\,(h-a)^2}$	$203\,\frac{M}{b\,(h-a)^2} = 30{,}049\,\sigma_b$
$\frac{b\,(h-a)}{190}$	$0{,}326\,(h-a)$	$6{,}883 \cdot \frac{M}{b\,(h-a)^2}$	$213\,\frac{M}{b\,(h-a)^2} = 30{,}946\,\sigma_b$
$\frac{b\,(h-a)}{200}$	$0{,}320\,(h-a)$	$7{,}000 \cdot \frac{M}{b\,(h-a)^2}$	$224\,\frac{M}{b\,(h-a)^2} = 32{,}000\,\sigma_b$

Werden bei gegebenem Angriffsmoment und angenommenen Beton- und Eisenspannungen die Querschnittsabmessungen gesucht, so findet sich aus Gleichung 6) zunächst $x = s\,(h-a)$, wenn $s = \frac{n\,\sigma_b}{\sigma_e + n\,\sigma_b}$ gesetzt wird. Dieser Wert, in Gleichung 4) eingesetzt, ergibt

$$41) \qquad h - \quad = \sqrt{\frac{2}{\left(1 - \frac{s}{3}\right) s \cdot \sigma_b}} \cdot \sqrt{\frac{M}{b}} = r \sqrt{\frac{M}{b}}.$$

Der Ausdruck für f_e findet sich aus Gleichung 5) zu

$$f_e = \frac{M}{\sigma_e \left(h - a - \frac{s\,(h-a)}{3}\right)}$$

oder wenn $h - a = r\sqrt{\frac{M}{b}}$ eingesetzt wird, zu

42) $$f_e = \frac{1}{r\left(1 - \frac{s}{3}\right)\sigma_e} \cdot \sqrt{M.b} = t\sqrt{Mb}.$$

Die hiernach für verschiedene Spannungen σ_e und σ_b sich ergebenden Werte von x, $h - a$ und f_e zeigt nachfolgende Zusammenstellung.

Zusammenstellung II.

Werte in kg/qcm von		Zugehörige Werte von	Zugehörige Werte von	Zugehörige Werte von
σ_e	σ_b	$x = s\,(h - a)$	$h - a = r\sqrt{\frac{M}{b}}$	$f_e = t\sqrt{Mb}$
1000	45	$0{,}403\,(h - a)$	$0{,}357\sqrt{\frac{M}{b}}$	$0{,}00324\sqrt{Mb}$
1000	44	$0{,}398\,(h - a)$	$0{,}363\sqrt{\frac{M}{b}}$	$0{,}00317\sqrt{Mb}$
1000	42	$0{,}387\,(h - a)$	$0{,}376\sqrt{\frac{M}{b}}$	$0{,}00306\sqrt{Mb}$
1000	40	$0{,}375\,(h - a)$	$0{,}390\sqrt{\frac{M}{b}}$	$0{,}00293\sqrt{Mb}$
1000	38	$0{,}363\,(h - a)$	$0{,}406\sqrt{\frac{M}{b}}$	$0{,}00280\sqrt{Mb}$
1000	36	$0{,}351\,(h - a)$	$0{,}423\sqrt{\frac{M}{b}}$	$0{,}00267\sqrt{Mb}$
1000	34	$0{,}338\,(h - a)$	$0{,}443\sqrt{\frac{M}{b}}$	$0{,}00254\sqrt{Mb}$
1000	32	$0{,}325\,(h - a)$	$0{,}464\sqrt{\frac{M}{b}}$	$0{,}00242\sqrt{Mb}$
1000	30	$0{,}310\,(h - a)$	$0{,}490\sqrt{\frac{M}{b}}$	$0{,}00228\sqrt{Mb}$
1000	28	$0{,}296\,(h - a)$	$0{,}518\sqrt{\frac{M}{b}}$	$0{,}00214\sqrt{Mb}$
1000	26	$0{,}280\,(h - a)$	$0{,}550\sqrt{\frac{M}{b}}$	$0{,}00200\sqrt{Mb}$
1000	24	$0{,}265\,(h - a)$	$0{,}585\sqrt{\frac{M}{b}}$	$0{,}00187\sqrt{Mb}$
1000	22	$0{,}248\,(h - a)$	$0{,}632\sqrt{\frac{M}{b}}$	$0{,}00173\sqrt{Mb}$
1000	20	$0{,}230\,(h - a)$	$0{,}686\sqrt{\frac{M}{b}}$	$0{,}00159\sqrt{Mb}$
900	40	$0{,}400\,(h - a)$	$0{,}380\sqrt{\frac{M}{b}}$	$0{,}00337\sqrt{Mb}$
900	35	$0{,}368\,(h - a)$	$0{,}420\sqrt{\frac{M}{b}}$	$0{,}00302\sqrt{Mb}$
900	30	$0{,}333\,(h - a)$	$0{,}475\sqrt{\frac{M}{b}}$	$0{,}00263\sqrt{Mb}$
900	25	$0{,}294\,(h - a)$	$0{,}549\sqrt{\frac{M}{b}}$	$0{,}00224\sqrt{Mb}$

Werte in kg/qcm von σ_e	σ_b	Zugehörige Werte von $x = s\,(h - a)$	Zugehörige Werte von $h - a = r\sqrt{\frac{M}{b}}$	Zugehörige Werte von $f_e = t\sqrt{Mb}$
900	20	$0{,}250\,(h - a)$	$0{,}660\sqrt{\frac{M}{b}}$	$0{,}00184\sqrt{Mb}$
800	40	$0{,}429\,(h - a)$	$0{,}367\sqrt{\frac{M}{b}}$	$0{,}00397\sqrt{Mb}$
800	35	$0{,}396\,(h - a)$	$0{,}408\sqrt{\frac{M}{b}}$	$0{,}00353\sqrt{Mb}$
800	30	$0{,}360\,(h - a)$	$0{,}459\sqrt{\frac{M}{b}}$	$0{,}00309\sqrt{Mb}$
800	25	$0{,}319\,(h - a)$	$0{,}530\sqrt{\frac{M}{b}}$	$0{,}00264\sqrt{Mb}$
800	20	$0{,}273\,(h - a)$	$0{,}635\sqrt{\frac{M}{b}}$	$0{,}00217\sqrt{Mb}$

Bei Plattenbalken lassen sich die Zusammenstellungen ebenfalls anwenden, wenn die Nullinie in die Unterkante der Platte fällt, oder wenn man eine solche Lage der Nullinie zur Bedingung macht.

B. Zentrischer Druck.

Ist F der Querschnitt der gedrückten Betonfläche und f_e der der gesamten gedrückten Eiseneinlage, so wird die zulässige Belastung

43) $$P = (F + n f_e)\,.\,\sigma_b,$$

also

44) $$\sigma_e = \frac{P}{F + n f_e},$$

45) $$\sigma_e = n\,\sigma_b = \frac{n\,P}{F + n f_e}.$$

C. Exzentrischer Druck.

Die Berechnung erfolgt wie bei homogenem Baustoff, wenn in den Ausdrücken für die Querschnittsfläche und das Trägheitsmoment der Querschnitt der Eiseneinlagen mit seinem $n$fachen Werte zum Betonquerschnitt hinzugerechnet wird. Auftretende Zugspannungen müssen durch die Eiseneinlagen aufgenommen werden können.

D. Beispiele.

1. Bei einer 2 m weit freiliegenden Wohnhausdecke von 10 cm Stärke und mit Eiseneinlagen von 5,02 qcm Querschnitt auf 1 m Deckenbreite (10 Stück Rundeisen von je 8 mm Durchmesser) und mit 1,5 cm Abstand der Balkenunterkante von der Mitte der Eisenstäbe sollen die auftretenden größten Spannungen im Beton und im Eisen ermittelt werden.

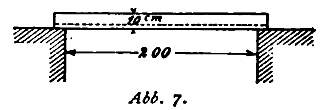


Abb. 7.

Das Eigengewicht der Decke für 1 qm ist 0,10 . 2400	240 kg
dazu Überschüttung mit gewalzter Schlacke in 10 cm Stärke . . .	60 „
3,3 cm starker Holzfußboden mit Lagern	20 „
1,2 cm starker Putz	20 „
Nutzlast	250 „
Zusammen	590 kg.

Dann ist $M = \frac{590 \cdot 2{,}1^2 \cdot 100}{8} = 32\,500$ kgcm,

$$x = \frac{15 \cdot 5{,}02}{100}\left[\sqrt{1 + \frac{2 \cdot 100 \cdot 8{,}5}{15 \cdot 5{,}02}} - 1\right] = 2{,}9 \text{ cm},$$

$$\sigma_b = \frac{2 \cdot 32\,500}{100 \cdot 2{,}9\,(8{,}5 - 0{,}97)} = 29{,}8 \text{ kg/qcm},$$

$$\sigma_e = \frac{32\,500}{5{,}02\,(8{,}5 - 0{,}97)} = 860 \text{ kg/qcm}.$$

Die Betondruckspannung von 29,8 kg/qcm ist zulässig, wenn der verwendete Beton eine Druckfestigkeit von 6 . 29,8 = 178,8 kg/qcm besitzt.

Bei Benutzung der Zusammenstellung I findet sich, da $f_e = 5{,}02$, also

$$m = \frac{100 \cdot 8{,}5}{5{,}02} = \text{rd. } 170 \text{ ist},$$

$$\sigma_b = \frac{6{,}617 \cdot 32\,500}{100 \cdot 8{,}5^2} = 29{,}8 \text{ kg/qcm},$$

$$\sigma_e = 29{,}016 \cdot 29{,}8 = 865 \text{ kg/qcm}.$$

Um die auftretenden Schub- und Haftspannungen am Auflager zu untersuchen, ist zunächst die Schubkraft $V = \frac{590 \cdot 2{,}00}{2} = 590$ kg zu ermitteln. Die Schubspannung ist dann

$$\tau_0 = \frac{V}{b\left(h - a - \frac{x}{3}\right)} = \frac{590}{100\left(8{,}5 - \frac{2{,}9}{3}\right)} = 0{,}78 \text{ kg/qcm}.$$

Dann ist die Haftspannung

$$\tau_1 = \frac{b \cdot \tau_0}{u},$$

wobei u den Umfang der Eiseneinlagen bedeutet.

$$\tau_1 = \frac{100 \cdot 0{,}78}{10 \cdot 0{,}8 \cdot 3{,}14} = 3{,}10 \text{ kg/qcm}.$$

Weder Schub- noch Haftspannung erreicht die zulässigen Werte.

2. Es sei eine frei aufliegende ebene Deckenplatte mit einfacher Eiseneinlage von 2 m Spannweite gegeben. Die Nutzlast sei 1000 kg/qm für ein Fabrikgebäude. Die erforderliche Stärke der Betonplatte und der Eiseneinlage soll unter der Voraussetzung ermittelt werden, daß der zu verwendende Beton eine Druckfestigkeit von 180 kg/qcm besitzt.

Für die Berechnung des Eigengewichts der Decke werde die Dicke der Platte einstweilen zu 18 cm angenommen, so daß die in Rechnung zu stellende Stützweite 2,18 m ist.

Das Eigengewicht der Platte für 1 qm ist

0,18 . 2400 = ...	432 kg
dazu Überschüttung mit gewalzter Schlacke, in 20 cm Höhe . . .	120 „
2,5 cm starker Zementestrich, rund	48 „
Zusammen	600 kg.

Dann ist $M = \frac{600 + 1{,}5 \cdot 1000}{8} \cdot 2{,}18^2 \cdot 100 = 124\,700$ kgcm.

Da $\sigma_b = \frac{180}{6} = 30$ und $\sigma_e = 1000$ kg/qcm zulässig sind, so wird nach Gleichung 6):

$$x = \frac{15 \cdot 30}{1000 + 15 \cdot 30}(h - a) = 0{,}31\,(h - a)$$

und nach Gleichung 41):

$$h - a = \sqrt{\frac{2}{\left(1 - \frac{0{,}31}{3}\right) \cdot 0{,}31 \cdot 30}} \cdot \sqrt{\frac{124\,700}{100}} = 17{,}3 \text{ cm}.$$

f_e findet sich nach Gleichung 1) zu

$$f_e = \frac{b x^2}{2n(h-a-x)} = \frac{100 \,.\, 0{,}31^2 \,.\, 17{,}3^2}{2 \,.\, 15\,(17{,}3 - 0{,}31 \,.\, 17{,}3)} = 8 \text{ qcm.}$$

Es sind 9 Stück Rundeisen von 11 mm Durchmesser mit einem Gesamtquerschnitt von 8,55 qcm zu verwenden. Die Gesamtdeckenstärke ist wegen der erforderlichen Deckung der Eisen auf 19 cm zu vergrößern.

Aus der Zusammenstellung II hätte sich für $\sigma_e = 1000$ und $\sigma_b = 30$ gefunden

$$h - a = 0{,}49\,\sqrt{1247} = 17{,}3 \text{ cm,}$$

$$f_e = 0{,}00228\,\sqrt{12\,470\,000} = 8 \text{ qcm.}$$

Die Querkraft am Auflager ist

$$V = 600 + 1{,}5 \,.\, 1000 = 2100 \text{ kg.}$$

Die Schubspannung

$$\tau_0 = \frac{2100}{100\left(17{,}3 - \frac{0{,}31 \,.\, 17{,}3}{3}\right)} = 1{,}36 \text{ kg/qcm.}$$

Die Haftspannung

$$\tau_1 = \frac{100 \,.\, 1{,}36}{9 \,.\, 1{,}1 \,.\, 3{,}14} = 4{,}38 \text{ kg/qcm.}$$

3. Die unter 2. berechnete Decke werde darauf untersucht, welche Spannungen unter der Voraussetzung entstehen, daß der Beton Zugspannungen aufzunehmen vermag.

Nach Gleichung 27) ist für die Mitwirkung des Betons auf Zug

$$x = \frac{\frac{100 \,.\, 19^2}{2} + 15 \,.\, 8{,}55 \,.\, 17{,}3}{100 \,.\, 19 + 15 \,.\, 8{,}55} = 10{,}02 \text{ cm}$$

und nach Gleichung 31):

$$\sigma_{bd} = \frac{124\,700 \,.\, 10{,}02}{\frac{100 \,.\, 10{,}02^3}{3} + \frac{100 \,.\, 8{,}98^3}{3} + 15 \,.\, 8{,}55 \,.\, 7{,}28^2} = 19{,}4 \text{ kg/qcm,}$$

$$\sigma_{bz} = \frac{19 - 10{,}02}{10{,}02} \,.\, 19{,}4 = 17{,}4 \text{ kg/qcm,}$$

$$\sigma_e = \frac{15\,(17{,}3 - 10{,}02)}{10{,}02} \,.\, 19{,}4 = 211{,}4 \text{ kg/qcm.}$$

Die Zugspannung des Betons von 17,4 kg/qcm ist zulässig, wenn seine Zugfestigkeit von $\frac{3}{2} \,.\, 17{,}4 = 26{,}1$ kg/qcm durch Zugversuche nachgewiesen wird; ist dieser Nachweis nicht erbracht, so muß der zu verwendende Beton eine Druckfestigkeit von 10 . 17,4 = 174 kg/qcm besitzen. Die Druckfestigkeit muß indessen wegen der angenommenen Druckspannung von 30 kg bereits 180 kg/qcm betragen.

Um die Schubspannung in Höhe der Nullinie zu finden, ist zunächst der Abstand z von Zug- und Druckmittelpunkt zu suchen. Dieser findet sich aus der Bedingung $M = D \,.\, z$, wo $D = \frac{b x}{2} \,.\, \sigma_b = \frac{100 \,.\, 19{,}4 \,.\, 10{,}02}{2} = 9720$;

also

$$z = \frac{124\,700}{9720} = 12{,}83 \text{ cm.}$$

Dann ist

$$\tau_0 = \frac{2100}{100 \,.\, 12{,}83} = 1{,}64 \text{ kg/qcm.}$$

Die Schubkraft ist in Höhe der Eiseneinlagen bei Mitwirkung von Betonzug etwas kleiner. Allgemein ist

$$\tau_0 = \frac{V \,.\, S}{J \,.\, b},$$

wobei S das statische Moment des oberhalb der untersuchten Schicht befindlichen Querschnitteiles, J das Trägheitsmoment des ganzen Querschnitts ist. Also ist für die Schicht in Höhe der Eiseneinlage

$$S = 100\left(\frac{8{,}98^2}{2} - \frac{7{,}28^2}{2}\right) + 15 \cdot 8{,}55 \cdot 7{,}28 = 3698.$$

$$J \text{ ist } = \frac{M \cdot x}{\sigma_b} = \frac{124\,700 \cdot 10{,}02}{19{,}4} = 64\,420,$$

also
$$\tau_0{}' = \frac{2100 \cdot 3698}{64\,420 \cdot 100} = 1{,}21 \text{ kg/qcm.}$$

Die Haftspannung ist dann

$$\tau_1{}' = \frac{100 \cdot 1{,}21}{9 \cdot 1{,}1 \cdot 3{,}14} = 4 \text{ kg/qcm.}$$

4. Ein Eisenbetonbalken von 4 m Spannweite und mit nebenstehenden Abmessungen sei einem Angriffsmoment von 120 000 kgcm ausgesetzt; es sollen die größte Betondruckspannung und die Spannungen in den Eiseneinlagen bei Vernachlässigung der Betonzugspannungen ermittelt werden.

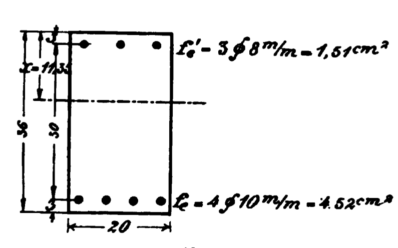


Abb. 8.

Nach Gleichung 17) wird

$$x = -\frac{14 \cdot 1{,}51 + 15 \cdot 4{,}52}{20} + \sqrt{\left(\frac{14 \cdot 1{,}51 + 15 \cdot 4{,}52}{20}\right)^2 + \frac{2}{20}(14 \cdot 1{,}51 \cdot 3 + 15 \cdot 4{,}52 \cdot 33)} = 11{,}35 \text{ cm.}$$

Nach Gleichung 19) ist dann

$$\sigma_b = \frac{120\,000}{\frac{20 \cdot 11{,}35}{2}(33 - 3{,}78) + 14 \cdot 1{,}51 \cdot \frac{8{,}35}{11{,}35} \cdot 30} = 31{,}7 \text{ kg/qcm,}$$

$$\sigma_e{}' = \frac{15 \cdot 8{,}35}{11{,}35} \cdot 31{,}7 = 350 \text{ kg/qcm,}$$

$$\sigma_e = \frac{21{,}65}{8{,}35} \cdot 350 = 908 \text{ kg/qcm.}$$

Zur Berechnung der Schubspannung ist der Abstand y_1 aus Gleichung 24) zu ermitteln zu

$$y_1 = \frac{\frac{20 \cdot 11{,}37^3}{3} + 14 \cdot 8{,}37^2 \cdot 1{,}51}{\frac{20 \cdot 11{,}37^2}{2} + 14 \cdot 8{,}37 \cdot 1{,}51} = 7{,}67 \text{ cm.}$$

Da die Belastung für 1 m Länge 600 kg beträgt, so wird $V = 2 \cdot 600 = 1200$ kg und

$$\tau_0 = \frac{1200}{20\,(21{,}65 + 7{,}67)} = 2{,}05 \text{ kg/qcm,}$$

$$\tau_1 = \frac{20 \cdot 2{,}05}{4 \cdot 1 \cdot 3{,}14} = 3{,}27 \text{ kg/qcm.}$$

An den oberen Eiseneinlagen wird, da $S = 20 \cdot \frac{11{,}35^2 - 8{,}35^2}{2} + 15 \cdot 1{,}51 \cdot 8{,}35 = 780$ und $J = \frac{120000 \cdot 11{,}35}{31{,}7} = 42\,970$ ist,

$$\tau_0{}' = \frac{1200 \cdot 780}{20 \cdot 42\,970} = 1{,}09 \text{ kg/qcm,}$$

$$\tau_1{}' = \frac{20 \cdot 1{,}09}{3 \cdot 0{,}8 \cdot 3{,}14} = 2{,}9 \text{ kg/qcm.}$$

Werden Betonzugspannungen berücksichtigt, so wird nach Gleichung 38):

$$x = \frac{\frac{20 \cdot 36^2}{2} + 14\,(1{,}51 \cdot 3 + 4{,}52 \cdot 33)}{20 \cdot 36 + 14\,(1{,}51 + 4{,}52)} = 18{,}8 \text{ cm;}$$

nach Gleichung 39) wird dann

$$\sigma_{bd} = \frac{120\,000 \cdot 18{,}8}{\frac{20 \cdot 18{,}8^3}{3} + \frac{20 \cdot 17{,}2^3}{3} + 14\,(1{,}51 \cdot 15{,}8^2 + 4{,}52 \cdot 14{,}2^2)} = 23{,}4 \text{ kg/qcm},$$

$$\sigma_{bz} = \frac{17{,}2}{18{,}8} \cdot 23{,}4 = 21{,}4 \text{ kg/qcm},$$

$$\sigma_e = 15 \cdot \frac{14{,}2}{17{,}2} \cdot 21{,}4 = 265 \text{ kg/qcm}.$$

Die Schubspannung in Höhe der oberen Eiseneinlage wird, da $J = 96\,410$ ist,

$$\tau_0 = \frac{1200}{96\,410}\left(\frac{18{,}8^2 - 15{,}8^2}{2} + \frac{15 \cdot 1{,}51 \cdot 15{,}8}{20}\right) = 0{,}87 \text{ kg/qcm}$$

und die Haftspannung

$$\tau_1 = \frac{20 \cdot 0{,}87}{3 \cdot 0{,}8 \cdot 3{,}14} = 2{,}3 \text{ kg/qcm}.$$

In der Nullinie wird

$$\tau_0 = \frac{1200}{96\,410}\left(\frac{18{,}8^2}{2} + \frac{15 \cdot 1{,}51 \cdot 15{,}8}{20}\right) = 2{,}4 \text{ kg/qcm}.$$

5. Ein Deckenfeld von 3 m Breite und 4 m Länge soll mit einer ringsum aufliegenden ebenen Betonplatte mit gekreuzten, zu den Seiten parallel laufenden Eiseneinlagen überdeckt werden. Nutz- und volle Eigenlast betrage 600 kg/qm. Es soll die erforderliche Stärke der Decke und der Eiseneinlagen bestimmt werden.

Das Angriffsmoment, bezogen auf die kürzere Spannweite, ist

$$M = \frac{600 \cdot 3{,}1^2 \cdot 100}{12} = 48\,050 \text{ kgcm}.$$

Zugelassene Spannungen seien $\sigma_e = 1000$ und $\sigma_b = 40$ kg/qcm. Dann wird nach Zusammenstellung II

$$h - a = 0{,}39 \sqrt{\frac{48\,050}{100}} = 8{,}54 \text{ cm},$$

$$f_e = 0{,}00293 \sqrt{4\,805\,000} = 6{,}42 \text{ qcm}.$$

Die Deckenstärke ist auf 10 cm zu bringen. Als Eiseneinlagen nach der Richtung der kürzeren Seite werden zehn Stück Rundeisen von 9 mm mit dem Gesamtquerschnitt von 6,36 qcm auf 1 m Breite verwendet. Die Längseisen können geringere, etwa im umgekehrten Verhältnis der Länge und Breite der Decke stehende Stärken erhalten. Es genügen acht Stück Rundeisen derselben Stärke auf 1 m Deckenbreite.

6. Ein Plattenbalken von nebenstehenden Abmessungen sei bei 7,5 m Spannweite und 7,8 m Stützweite durch eine Nutzlast von 500 kg auf 1 m Länge in einem Geschäftshause belastet. Die Eiseneinlagen, bestehend aus 6 Rundeisen von 2,5 cm Durchmesser, haben einen Gesamtquerschnitt von 29,45 qcm. Es sollen die größten im Beton und im Eisen auftretenden Spannungen ermittelt werden.

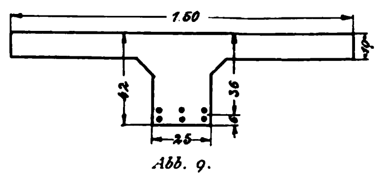


Abb. 9.

Das Eigengewicht setzt sich zusammen aus

dem Gewicht des Plattenbalkens von $(1{,}5 \cdot 0{,}1 + 0{,}32 \cdot 0{,}25) \cdot 2400 =$		552 kg
dem Gewicht der Überschüttung, 6 cm hohe gewalzte Schlacke	36 kg	
dem Gewicht des Zementfußbodens von 2 cm Stärke . . .	40 „	
dem Gewicht des Deckenputzes	14 „	
für 1 qm zusammen	90 kg	
also für 1,5 qm 1,5 . 90 = ...		135 kg
dazu Nutzlast		500 „
	zusammen	1187 kg

oder rund 1200 kg für 1 m Balkenlänge.

Daher ist $$M = \frac{1200 \cdot 7{,}8^2 \cdot 100}{8} = 912\,600 \text{ kgcm},$$
nach Gleichung 11) ist
$$x = \frac{\frac{150 \cdot 10^2}{2} + 15 \cdot 29{,}45 \cdot 36}{150 \cdot 10 + 15 \cdot 29{,}45} = 12{,}05 \text{ cm},$$
nach Gleichung 13):
$$y = 12{,}05 - 5 + \frac{10^2}{6\,(2 \cdot 12{,}05 - 10)} = 8{,}23 \text{ cm},$$
mithin nach Gleichung 14):
$$\sigma_e = \frac{912\,600}{29{,}45\,(36 - 12{,}05 + 8{,}23)} = 963 \text{ kg/qcm}$$
und nach Gleichung 15):
$$\sigma_b = \frac{12{,}05}{15\,(36 - 12{,}05)} \cdot 963 = 32{,}3 \text{ kg/qcm}.$$

Die Querkraft am Auflager ist
$$V = \frac{7{,}5 \cdot 1200}{2} = 4500 \text{ kg},$$
daher die Schubspannung im Beton
$$\tau_0 = \frac{V}{b_1\,(h - a - x + y)} = \frac{4500}{25\,(36 - 12{,}05 + 8{,}23)} = 5{,}6 \text{ kg/qcm}.$$

Der zulässige Wert der Schubspannung wird also etwas überschritten. Es empfiehlt sich, zwei der oberen Eiseneinlagen an den Enden aufzubiegen. Die Stelle, wo mit dem Aufbiegen zu beginnen ist, findet sich aus der Bedingung, daß an dieser Stelle die Querkraft V_1 nur sein darf
$$\frac{4500 \cdot 4{,}5}{5{,}6} = 3616 \text{ kg}.$$

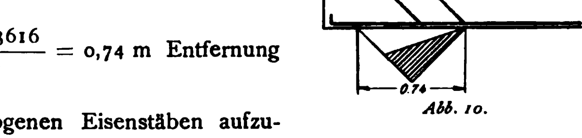


Abb. 10.

Dies ist erfüllt bei $\frac{4500 - 3616}{1200} = 0{,}74$ m Entfernung vom Auflager.

Die von den aufgebogenen Eisenstäben aufzunehmende Gesamtzugkraft Z ist gleich der zu übertragenden Schubkraft, d. i.
$$Z = \frac{74}{\sqrt{2}}\,(5{,}6 - 4{,}5)\,\frac{1}{2} \cdot 25 = 720 \text{ kg}.$$
Die Spannung der aufgebogenen Stäbe ist daher
$$\sigma_e = \frac{720}{2 \cdot 4{,}91} = 73 \text{ kg/qcm}.$$

Die Haftspannung an den vier unteren Rundeisen beträgt am Auflager
$$\tau_1 = \frac{b_1\,\tau_0}{u} = \frac{25 \cdot 5{,}6}{4 \cdot 2{,}5 \cdot 3{,}14} = 4{,}5 \text{ kg/qcm}.$$

Will man auch in diesem Falle die auftretende Betonzugspannung ermitteln, so ist zunächst nach Gleichung 32) x zu bestimmen aus
$$x = \frac{\frac{25 \cdot 42^2}{2} + \frac{125 \cdot 10^2}{2} + 15 \cdot 29{,}45 \cdot 36}{25 \cdot 42 + 125 \cdot 10 + 15 \cdot 29{,}45} = 16{,}12 \text{ cm},$$
und nach Gleichung 13):
$$y = 16{,}12 - 5 + \frac{100}{6\,(32{,}24 - 10)} = 11{,}87 \text{ cm},$$
dann wird aus Gleichung 33a):
$$M = 912600 = \left[\frac{150 \cdot 10 \cdot 11{,}87}{2}\,(2 \cdot 16{,}12 - 10) + \frac{25}{3}\,(6{,}12^3 + 25{,}88^3) + 15 \cdot 29{,}45 \cdot 19{,}88^2\right] \frac{\sigma_{bd}}{16{,}12},$$

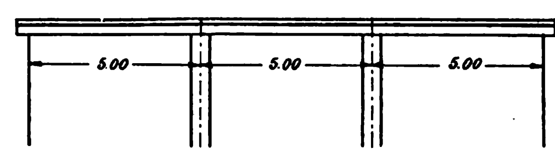
woraus $\sigma_{bd} = 28,4$ kg/qcm,

$$\sigma_{bz} = \frac{25,88}{16,12} \cdot 28,4 = 45,6 \text{ kg/qcm},$$

$$\sigma_e = 15 \cdot \frac{19,88}{16,12} \cdot 28,4 = 525 \text{ kg/qcm}.$$

Die Spannung $\sigma_{bz} = 45,6$ kg/qcm ist jedenfalls zu groß; die Stegbreite des Balkens und der Querschnitt der Eiseneinlagen müßten verstärkt werden.

7. Ein durchgehender Plattenbalken auf vier Stützen mit nachstehendem Querschnitt werde mit 500 kg/m in einem Geschäftshause belastet. Es sollen die größten im Beton und im Eisen auftretenden Spannungen ermittelt werden.



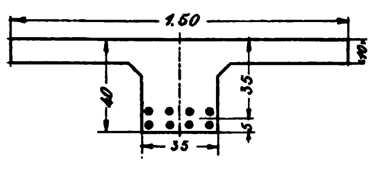


Abb. 11.

Das Eigengewicht für 1 m Balkenlänge beträgt $(1,5 \cdot 0,10 + 0,3 \cdot 0,35) \cdot 2400 = 612$ kg
dazu die übrige ständige Belastung wie im vorigen Beispiel . . . . 135 „
zusammen 747 kg
oder rund 750 kg für 1 m Balkenlänge.

Die Berechnung wird nach dem üblichen Verfahren für durchgehende Balken von überall gleichem Trägheitsmoment ohne Rücksicht auf dessen Veränderlichkeit infolge der wechselnden Stärke und Lage der Eisenstäbe und etwaiger Verstärkung an den Stützen durchgeführt; derartige Abweichungen kommen der Sicherheit der Konstruktion zu gute.

Die Angriffsmomente sind:

a. bei 0,4 l der ersten Öffnung

$$M_g = +0,08 \cdot 750 \cdot 5,0^2 \cdot 100 = +150000$$
$$-M_p = -0,02 \cdot 500 \cdot 5,0^2 \cdot 100 = -25000$$
$$+M_p = +0,10 \cdot 500 \cdot 5,0^2 \cdot 100 = +125000$$
$$\text{daher } M_{max} = +275000,$$

b. über der Mittelstütze

$$M_g = -0,10 \cdot 750 \cdot 5,0^2 \cdot 100 = -187500$$
$$-M_p = -0,11667 \cdot 500 \cdot 5,0^2 \cdot 100 = -145838$$
$$+M_p = +0,01667 \cdot 500 \cdot 5,0^2 \cdot 100 = +20838$$
$$\text{daher } M_{max} = -333338,$$

c. in der Mittelöffnung

$$M_g = +0,025 \cdot 750 \cdot 5,0^2 \cdot 100 = +46875$$
$$-M_p = -0,05 \cdot 500 \cdot 5,0^2 \cdot 100 = -62500$$
$$+M_p = +0,075 \cdot 500 \cdot 5,0^2 \cdot 100 = +93750$$
$$\text{also } +M_{max} = +140625$$
$$-M_{max} = -15625.$$

Hiernach berechnen sich die Spannungen:

a. Bei 0,4 l der ersten Öffnung.

Die Eiseneinlage besteht aus acht Rundeisen von 15 mm Durchmesser und 14,14 qcm Gesamtquerschnitt mit 5 cm Abstand von der Unterkante.

Da die Nullinie in die Platte fällt, wird ihre Lage mit Hilfe der Gleichung 2) gefunden zu

$$x = \frac{15 \cdot 14{,}14}{150}\left[\sqrt{1 + \frac{2 \cdot 150 \cdot 35}{15 \cdot 14{,}14}} - 1\right] = 8{,}63 \text{ cm.}$$

σ_b und σ_e ergeben sich dann aus den Gleichungen 4) und 5) zu

$$\sigma_b = \frac{2 \cdot 275\,000}{150 \cdot 8{,}63 \cdot 32{,}12} = 13{,}2 \text{ kg/qcm,}$$

$$\sigma_e = \frac{275\,000}{14{,}14 \cdot 32{,}12} = 606 \text{ kg/qcm.}$$

b. Über der Zwischenstütze.

Für das negative Stützenmoment kommt, da der Beton keine Zugspannungen aufnehmen soll, nur der balkenförmige Teil des Querschnitts mit den nach oben verschobenen Eiseneinlagen in Betracht. Dabei werden zwei weitere Rundeisen von 15 mm Durchmesser eingelegt, so daß der Gesamteisenquerschnitt 17,67 qcm beträgt.

Die Ermittlung der Lage der Nullinie erfolgt wieder nach Gleichung 2)

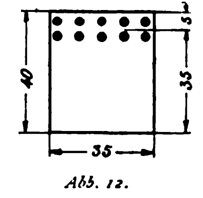


Abb. 12.

$$x = \frac{15 \cdot 17{,}67}{35}\left[\sqrt{1 + \frac{2 \cdot 35 \cdot 35}{15 \cdot 17{,}67}} - 1\right] = 16{,}66 \text{ cm,}$$

$$\sigma_b = \frac{2 \cdot 333\,338}{35 \cdot 16{,}66 \cdot 29{,}45} = 38{,}8 \text{ kg/qcm,}$$

$$\sigma_e = \frac{333\,338}{17{,}67 \cdot 29{,}45} = 640 \text{ kg/qcm.}$$

c. In der Mittelöffnung.

Das positive Maximalmoment ist erheblich kleiner als bei 0,4 l der ersten Öffnung. Es genügen vier Rundeisen mit dem Gesamtquerschnitt 7,07 qcm.

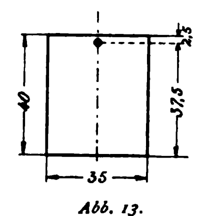


Abb. 13.

$$x = \frac{15 \cdot 7{,}07}{150}\left[\sqrt{1 + \frac{2 \cdot 150 \cdot 37{,}25}{15 \cdot 7{,}07}} - 1\right] = 6{,}58 \text{ cm,}$$

$$\sigma_b = \frac{2 \cdot 140\,625}{150 \cdot 6{,}58 \cdot 35{,}06} = 8{,}1 \text{ kg/qcm,}$$

$$\sigma_e = \frac{140\,625}{7{,}07 \cdot 35{,}06} = 565 \text{ kg/qcm.}$$

Für das negative Moment $-$ 15625 genügt es, ein Rundeisen von 1 cm Durchmesser und 0,79 qcm Querschnitt in den oberen Teil zu legen. Dann wird

$$x = \frac{15 \cdot 0{,}79}{35}\left[\sqrt{1 + \frac{2 \cdot 35 \cdot 37{,}5}{15 \cdot 0{,}79}} - 1\right] = 4{,}71 \text{ cm,}$$

$$\sigma_e = \frac{15\,625}{0{,}79 \cdot 35{,}93} = 550 \text{ kg/qcm.}$$

Will man auch hier, und zwar bei 0,4 l der letzten Öffnung, die auftretende Betonzugsspannung untersuchen, so ist zunächst

$$x = \frac{\frac{35 \cdot 40^2}{2} + \frac{115 \cdot 10^2}{2} + 15 \cdot 14{,}14 \cdot 35}{35 \cdot 40 + 115 \cdot 10 + 15 \cdot 14{,}14} = 14{,}9 \text{ cm,}$$

$$y = 14{,}9 - 5 + \frac{10^2}{6\,(29{,}8 - 10)} = 10{,}74 \text{ cm.}$$

Dann ist nach Gleichung 33 a)

$$275\,000 = \frac{\sigma_{bd}}{14{,}9}\left[\frac{150}{2} \cdot 10 \cdot 10{,}74\,(29{,}8 - 10) + \frac{35}{3}\,(4{,}9^3 + 25{,}1^3) + 15 \cdot 14{,}14 \cdot 20{,}1^2\right]$$

$$275\,000 = 29\,000\ \sigma_{bd},$$

$$\sigma_{bd} = \frac{275\,000}{29\,000} = 9{,}5 \text{ kg/qcm},$$

und
$$\sigma_{bz} = \frac{25{,}1}{14{,}9} \cdot 9{,}5 = 16 \text{ kg/qcm}.$$

Die Ermittlung der Schub- und Haftspannungen erfolgt überall wie bei den früheren Beispielen.

8. Ein Eisenbetonpfeiler von 30 . 30 cm Querschnitt mit 4 Rundeisenstäben von 16 qcm Gesamtquerschnitt sei mit 30000 kg zentrisch belastet. Die auftretenden Beton- und Eisenspannungen sollen berechnet werden.

Nach Gleichung 43) bis 45) wird

$$30\,000 = \sigma_b\,(30 \cdot 30 + 15 \cdot 16),$$

$$\sigma_b = \frac{30\,000}{1140} = 26{,}3 \text{ kg/qcm},$$

$$\sigma_e = 15 \cdot 26{,}3 = 395 \text{ kg/qcm}.$$

12

30

30

Abb. 14.

9. Derselbe Pfeiler soll auf Knicken untersucht werden, wenn seine Höhe 4 m beträgt.

In der Eulerschen Formel

$$P = \frac{\pi^2 E J}{s l^2}$$

ist für den Beton $E = \frac{2\,100\,000}{15} = 140\,000$

und s = Sicherheitsgrad = 10

anzusetzen.

$$J = \frac{30^4}{12} + 15 \cdot 4 \cdot 4{,}0 \cdot 12^2 = 102\,060,$$

also
$$P = \frac{10 \cdot 140\,000 \cdot 102\,060}{10 \cdot 160\,000} = 89\,303 \text{ kg}.$$

Da P nach dem vorigen Beispiel nur 30000 kg ist, so ist hinsichtlich des Betons keine Knickgefahr vorhanden. Damit auch bei den Eiseneinlagen ein Knicken nicht eintritt, muß sein

$$\frac{\pi^2 \cdot E J}{5 l^2} = F \cdot k.$$

Die Spannung k des Eisens hatte sich oben zu 395 kg/qcm gefunden. Da beim Rundeisen

$$F = \frac{\pi d^2}{4} \text{ und } J = \frac{\pi d^4}{64}$$

ist, so wird

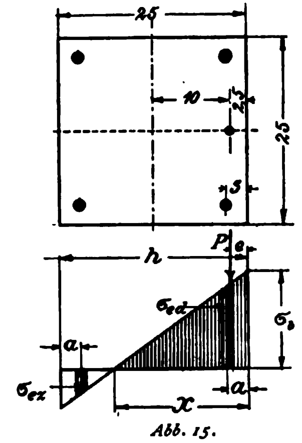
$$\frac{J}{F} = \frac{d^2}{16}$$

und es wird die zulässige Knicklänge der Eisenstäbe

$$l = d \sqrt{\frac{10 \cdot 2\,100\,000}{80 \cdot 395}} = 25{,}8\,d.$$

Um daher ein Knicken der Eisenstäbe zu vermeiden, sind sie in Abständen von höchstens 25,8 . 2,26 = 58 cm durch Quereisen zu verbinden. Die Abstände sollen indessen nach § 15 Z. 6 höchstens 30 cm betragen.

10. Ein Eisenbetonpfeiler von 25 . 25 cm Querschnitt und mit vier Eisenstäben von 2 cm Durchmesser werde mit 5000 kg exzentrisch, und zwar 10 cm aus der Mitte belastet. Es sollen die auftretenden Beton- und Eisenspannungen ermittelt werden.


Abb. 15.

Zur Lösung stehen die beiden Bedingungen zur Verfügung:

1. die Summe der äußeren und inneren Kräfte muß Null sein; $\Sigma\, V = 0$,
2. die Summe der statischen Momente der auf den Querschnitt wirkenden Kräfte muß Null sein; $\Sigma M = 0$.

Ferner kommt die Bedingung in Betracht, daß die Spannungen sich verhalten wie die Abstände von der Nullinie, multipliziert mit dem Elastizitätsmaß, d. h.

$$\sigma_b : \sigma_{ed} = x : n\,(x - a),$$
$$\sigma_b : \sigma_{ez} = x : n\,(h - a - x).$$

Aus der Bedingung 1. ergibt sich dann:

a) $$P = \frac{b\,x}{2}\sigma_b + n f_e \sigma_b \left(\frac{x - a}{x} - \frac{h - a - x}{x}\right) = \sigma_b \left[\frac{b\,x}{2} + \frac{n f_e}{x}\,(2\,x - h)\right]$$

und aus der Bedingung 2.:

b) $$P\,(x - e) = \sigma_b \frac{b\,x^3}{3} + n f_e\, \sigma_b \left[\frac{(x-a)^2}{x} + \frac{(h - a - x)^2}{x}\right]$$
$$= \sigma_b \left[\frac{b\,x^2}{3} + \frac{n f_e}{x}\,(2\,x^2 - 2\,h\,x + 2\,a^2 + h^2 - 2\,a\,h)\right].$$

Setzt man die aus diesen beiden Gleichungen sich ergebenden Werte von σ_b einander gleich, so ergibt sich durch weitere Zusammenziehung:

$$\frac{b}{6\,n f_e}\,x^3 - \frac{b\,e}{2\,n f_e}\,x^2 - (2\,e - h)\,x = 2\,a^2 + h^2 - (2\,a + e)\,h,$$

oder unter Einsetzung der Werte $b = 25$; $n = 15$; $f_e = 6{,}28$; $e = 2{,}5$; $h = 25$; $a = 3$:

$$\frac{25}{6\,.\,15\,.\,6{,}28}\,.\,x^3 - \frac{25\,.\,2{,}5}{2\,.\,15\,.\,6{,}28}\,x^2 + 20\,x = 2\,.\,3^2 + 25^2 - 8{,}5\,.\,25;$$
$$x^3 - 7{,}5\,x^2 + 452{,}16\,x = 9734.$$

Die Auflösung geschieht am einfachsten durch Versuchsrechnung und es findet sich so genau genug

$$x = 16{,}3 \text{ cm}.$$

Dann ist mittels Gleichung a):

$$5000 = \sigma_b \left(\frac{25\,.\,16{,}3}{2} + \frac{15\,.\,6{,}28}{16{,}3}\,.\,7{,}6\right)$$
$$\sigma_b = 20{,}2 \text{ kg/qcm}$$

und es wird ferner:

$$\sigma_{ed} = \frac{15\,.\,13{,}3\,.\,20{,}2}{16{,}3} = 249 \text{ kg/qcm},$$

$$\sigma_{ez} = 249\,.\,\frac{5{,}7}{13{,}3} = 107 \text{ kg/qcm}.$$

Maximalmomente kontinuierlicher Träger.

Kontinuierlicher Träger mit 2 Öffnungen.

1 : 1.

$\frac{x}{l}$	Momente		
	Einfluß von g	Einfluß von p	
	M	$max. (+M)$	$max. (-M)$
		+	−
0	0	0	0
0,1	+ 0,0325	0,03875	0,00625
0,2	+ 0,0550	0,06750	0,01250
0,3	+ 0,0675	0,08625	0,01875
0,4	+ 0,0700	0,09500	0,02500
0,5	+ 0,0625	0,09375	0,03125
0,6	+ 0,0450	0,08250	0,03750
0,7	+ 0,0175	0,06125	0,04375
0,75	0	0,04688	0,04688
0,8	− 0,0200	0,03000	0,05000
0,85	− 0,0425	0,01523	0,05773
0,9	− 0,0675	0,00611	0,07361
0,95	− 0,0950	0,00138	0,09638
1	− 0,1250	0	0,12500
	$. gl^2$	$. pl^2$	$. pl^2$

Kontinuierlicher Träger mit 3 Öffnungen.

1 : 1 : 1.

$\frac{x}{l}$	Momente		
	Einfluß von g	Einfluß von p	
	M	$-M$ max.	$+M$ max.
1. Öffnung		—	+
0	0	0	0
0,1	+ 0,035	0,005	0,040
0,2	+ 0,060	0,010	0,070
0,3	+ 0,075	0,015	0,090
0,4	+ 0,080	0,020	0,100
0,5	+ 0,075	0,025	0,100
0,6	+ 0,060	0,030	0,090
0,7	+ 0,035	0,035	0,070
0,8	0	0,04022	0,04022
0,85	− 0,02125	0,04898	0,02773
0,9	− 0,04500	0,06542	0,02042
0,95	− 0,07125	0,08831	0,01706
1	− 0,10000	0,11667	0,01667
2. Öffnung			
0	− 0,10000	0,11667	0,01667
0,05	− 0,07625	0,09033	0,01408
0,1	− 0,05500	0,06248	0,00748
0,15	− 0,03625	0,05678	0,02053
0,2	− 0,020	0,050	0,030
0,2764	0	0,050	0,050
0,3	+ 0,005	0,050	0,055
0,4	+ 0,020	0,050	0,070
0,5	+ 0,025	0,050	0,075
	$\cdot g l^2$	$\cdot p l^2$	$\cdot p l^2$

Anmerkung. In dieser und der folgenden Tabelle sind für den Fall, daß mit ruhender Last allein gerechnet wird, wie für Dachdecken, die positiven Momente in der Feldmitte größer zu wählen, und zwar empfehlen wir, nicht unter den Wert $\frac{g l^2}{20}$ zu gehen. Bei der Rechnung mit partieller Nutzlast p in ungünstigster Stellung gleicht sich der zu geringe Wert der Tabelle für den Einfluß von g wieder aus, so daß man dann durchweg mit den Tabellenwerten rechnen kann.

Bei Trägern mit mehr als 4 Öffnungen können die Endfelder näherungsweise wie die erste, und die mittleren Felder wie die zweite Öffnung des kontinuierlichen Trägers mit 4 Öffnungen berechnet werden.

